

INSTITUT FÜR SCHIFFBAU DER UNIVERSITÄT HAMBURG

Bericht Nr. 249

Das Kentern von Schiffen in  
unregelmässiger längslaufender See

von

Sigismund Kastner

Hamburg, Dezember 1968

Vorliegende Arbeit ist die ungekürzte Fassung  
einer von der Fakultät für Maschinenwesen der  
Technischen Universität Hannover genehmigten  
Dissertation

### Druckfehler-Berichtigung

S.38,40,49 Alle  $F$  werden durch  $F_n$  ersetzt

S.43 unten  $F_n = \frac{1}{2Kf_0}$  (statt  $F_0 \longrightarrow f_0$ )

S.48 in Formel (5.3.8):  $f_{\infty}^*$

S.47,48  $n \longrightarrow N$

S.29 Es fehlt das Wurzelzeichen bei (4.1.12):

$$H_n(t) = \sum_{p=1}^N \sqrt{S_{np} \cdot \Delta f_p} \cdot \sin(\omega_p t + \varepsilon_p)$$

## INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
1. <u>Übersicht</u>	1
2. <u>Der Einfluß des Seegangs auf die Kenter- sicherheit von Schiffen</u>	
2.1 Praktische Bedeutung	4
2.2 Bisherige Methoden	5
2.3 Aufgabe	7
2.4 Was ist Kentern?	8
2.5 Kentersicherheit	10
3. <u>Berechnungsansatz für das kenternde Schiff</u>	
3.1 Systemtheorie und Stochastik	14
3.2 Spektrale Darstellung stochastischer Größen	17
3.3 Bewegungsgleichung	19
4. <u>Analyse der Bewegungsgleichung</u>	
4.1 Aufrichtende Hebel	22
4.2 Stochastische Rollbewegung	29
5. <u>Einfluß der Schiffsgeschwindigkeit</u>	
5.1 Transformierte Hebelspektren	36
5.2 Transformation der Bandbreite	44
5.3 Diskrete Darstellung der Spektren	46
6. <u>Numerische Lösungen</u>	
6.1 Warum Analogrechnen?	51
6.2 Normierung für den Analogrechner	53
6.3 Steuerschaltung am Analogrechner für statistische Lösungen	57
6.4 Genauigkeit	58

	Seite	
7.	<u>Ergebnisse</u>	
7.1	Übersicht über die Rechenfälle	61
7.2	Kennzeichnende Kentervorgänge	65
7.3	Statistische Auswertung	68
7.4	Mittlere Kenterfahrzeit bei verschiedenen Parametern	73
7.5	Relative Häufigkeit von Rollwinkeln	78
8.	<u>Zusammenfassung</u>	80
9.	Bezeichnungen	85
10.	Schrifttum	88
11.	Anhang	95
12.	Bilderverzeichnis und Bilder	96

## 1. Übersicht =====

Dem Problem der Kentersicherheit von Schiffen gelten seit mehr als hundert Jahren viele Bemühungen der Schiffbaukonstrukteure. Seit durch die Anwendung statistischer Methoden zur Beschreibung der Unregelmäßigkeit des Seegangs neue Wege zur Behandlung des Seegangsverhaltens von Schiffen erschlossen wurden, erscheint auch das Kentern eines Schiffes durch Seegangseinwirkung in einem anderen Licht. Am Schiff entlanglaufende Wellen bewirken Änderungen der aufrichtenden Momente des Schiffes, mit denen oft eine Kentergefahr des Schiffes verbunden ist. Für unregelmäßigen Seegang sind derartige Untersuchungen unter Einbeziehung des nichtlinearen Verlaufes der Hebelarmkurven eines Schiffes über dem Neigungswinkel bisher nur experimentell durchgeführt worden. Es hat in den letzten Jahren nicht an Stimmen gefehlt, diese als "Plöner Kenterversuche" bekanntgewordenen Messungen theoretisch stärker zu untermauern. Eine Methode zur Berechnung und praktisch sinnvollen Durchführung statistischer Berechnungen des Rollverhaltens bei großen Neigungswinkeln soll in der vorliegenden Arbeit eingeführt werden. Dabei konnte das bei der Durchführung der Kenterversuche gewonnene anschauliche Bild der Kentervorgänge eine Hilfe sein. Die Untersuchungen beschränken sich auf eine Fahrtrichtung des Schiffes in oder entgegen der Laufrichtung des Seegangs.

In Kapitel 2 werden die bisher angewendeten Methoden zur Berücksichtigung des Seegangseinflusses auf die Stabilität von Schiffen kurz dargestellt. Nach einem Eingehen auf den Begriff des "Kenterns" wird die Kentersicherheit als Wahrscheinlichkeitsbegriff eingeführt.

Die Einführung der Begriffe der Stochastik und mathematischen Statistik in Kapitel 3 ist Grundlage für eine mathematische Behandlung von Vorgängen, die dem Zufall unterwor-

fen sind. Die Darstellung des Schiffes im Seegang als ein System mit Eingangs- und Ausgangssignal bzw. "Systemantwort" entspricht der modernen statistischen Auffassung. Eine Aufgliederung des Schiffes im Seegang in zwei Teilsysteme dient zur klaren Trennung der Aufgabe in Berechnung der Hebeländerungen in unregelmäßigen Seegang und in die Berechnung der sich dabei einstellenden Rollwinkel des Schiffes.

In Kapitel 4 wird die Bewegungsgleichung für einen Freiheitsgrad näher untersucht. Für die zeitlich unregelmäßigen Schwankungen des aufrichtenden Momentes im Seegang wird ein mittleres normiertes Spektrum eingeführt. Die Abhängigkeit vom Neigungswinkel ist auf die Größe des Leistungsinhaltes des Hebelspektrums reduziert. Für die Form des Spektrums wird eine Log-Normal-Verteilung angenommen.

\* Annahme, daß die Wellen vom Schiff unbeeinflusst bleiben. Gerechnet wird mit der\*(Froude-Krylowsche Hypothese) In der Bewegungsgleichung wird eine überlineare Abhängigkeit der Dämpfung vom Rollausschlag berücksichtigt.

Die Transformation der Spektren des Seegangs und der aufrichtenden Hebel beim fahrenden Schiff wird in Kapitel 5 unter Berücksichtigung der Arbeit von S t . D e n i s und P i e r s o n untersucht. Zur Synthese von stochastischen Zeitfunktionen für die Hebeländerungen des aufrichtenden Momentes werden die Spektren durch diskrete Harmonische angenähert.

Zur numerischen Lösung der Bewegungsgleichung werden ein Programm und eine Steuerschaltung für den Analogrechner entwickelt, die in Kapitel 6 beschrieben sind. Parallel dazu ist ein digitales Programm in Erweiterung eines von A b i c h t und Z u n k e r entwickelten Programms für Kentern in regelmäßigen Wellen für den unregelmäßigen Ansatz ausgearbeitet worden. Das digitale Programm dient zur Berechnung von Einzelfällen, zu Prüfrechnungen für den

Analogrechner und für eine zusammenhängende Rechnung über einen längeren Zeitraum. Der Analogrechner besitzt den Vorzug der Zeitraffung, d.h. einer Verkürzung der Rechenzeit gegenüber der Echtzeit des rollenden Schiffes.

In Kapitel 7 sind die numerischen Ergebnisse zusammengefaßt. Neben der Betrachtung von einzelnen kennzeichnenden Kentervorgängen wird die statistische Auswertung der berechneten Kenterfahrzeiten beschrieben. Die mittlere Kenterfahrzeit als Parameter der Exponentialverteilung wird für verschiedene Einflußgrößen diskutiert. Ein Beispiel zur Berechnung der relativen Häufigkeit von Rollwinkeln wird gebracht.

Die Zusammenfassung in Kapitel 8 enthält eine knappe Darstellung der wesentlichen Punkte, die sich bei der Ausführung dieser Arbeit ergaben und die für eine Weiterarbeit wichtig sind.



## 2. Der Einfluß des Seegangs auf die Kentersicherheit von ===== Schiffen =====

### 2.1 Praktische Bedeutung

Es ist Aufgabe des Entwurfsingenieurs, ein Schiff so zu dimensionieren, daß es den während seines Betriebes auftretenden Anforderungen genügt. Zu dieser Aufgabe gehört es auch, das Schiff seetüchtig und kentersicher zu machen. Es ist Aufgabe der Forschung, hierfür geeignete Berechnungsunterlagen und Methoden zu entwickeln.

Für das Problem der Kentersicherheit von Seeschiffen wurde auf Vorschlag von W e n d e l [74] der Weg verfolgt, alle bei Fahrt des Schiffes wirksamen aufrichtenden und krängenden Momente im einzelnen zu berechnen und bilanzartig gegenüberzustellen. Es sei hier auf den zusammenfassenden Vortrag von Wendel vor der Schiffbautechnischen Gesellschaft im Jahre 1965 verwiesen [79].

In der Bilanz kommt den Änderungen der aufrichtenden Momente im längslaufenden Seegang besondere Bedeutung zu. Es ist bekannt, daß Momentenschwankungen im Seegang zu großen Rollamplituden bzw. zum Kentern eines Schiffes führen können. Für unregelmäßigen Seegang konnten Kentervorgänge bisher nicht berechnet werden. Um Aussagen über die Kentersicherheit machen zu können und Kriterien zu entwickeln, ist aber eine Kenntnis der zu erwartenden Bewegungsvorgänge eines Schiffes bei großen Rollamplituden erforderlich. Gerade für die Vielzahl von neuen Schiffstypen, die jetzt und sicher auch in Zukunft entwickelt werden, ist es zunächst erwünscht, Berechnungsmöglichkeiten zu besitzen. Dazu soll mit folgender Arbeit ein Beitrag geliefert werden.

## 2.2 Bisherige Methoden

In historischer Folge kann für die Stabilitätsbeurteilung eines Schiffes etwa folgende Einteilung gelten:

1. Man baute seetüchtige und kentersichere Schiffe nur nach Erfahrung: "trial and error"-Methode.
2. Eine bestimmte Lage des Gewichtsschwerpunktes der Höhe nach wurde beachtet.
3. Der Freibord und die Hebelkurve für Glattwasser wurden berücksichtigt ("Captain" und "Monarch" 1870).
4. Stabilitätskriterien anhand der Hebelkurve für Glattwasser, wobei der Seegangseinfluß ohne nähere Kenntnis pauschal mit einbezogen ist. Dazu gehören verschiedene Versuche, durch das Integral der aufrichtenden Hebel über den Rollwinkel dynamische Einflüsse zu erfassen; sie sind heute Bestandteil verschiedener nationaler Stabilitätsvorschriften bzw. Empfehlungen [45]. Stellvertretend für diese Methode nennen wir das Rahola-Kriterium 1939 [62].
5. Momenten- bzw. Hebelbilanz aus aufrichtenden und krän- genden Momenten: W e n d e l 1958 [72, 73]. Dabei werden die maximalen Hebelschwankungen und eine Mittelkurve der Hebel in längslaufenden regelmäßigen Wellen als Kriterium herangezogen. In den folgenden Jahren wurden durch Vergleich mit Kenterversuchen in natürlichen unregelmäßigen Modellwellen eines Binnensees sinnvolle Forderungen für diese Kriterien aufgestellt [48, 78].

Für die meisten praktischen Fälle scheint diese Methode ausreichend zu sein. Zumindest wird hierbei die Verschiedenartigkeit der Schiffformen und der Schiffgrößen gut erfaßt. Allerdings sind weitere Messungen und Berechnungen zur Verfeinerung dieser Kriterien wünschenswert.

6. Explizite Darstellung der zu erwartenden Schiffsbewegungen im Seegang, insbesondere des Rollens unter dem Einfluß ~~äußerer~~ krängender Momente und der Hebelschwankungen des aufrichtenden Momentes im Seegang. Diese Methode ist z.Z. noch auf Bereiche der Forschung bzw. auf Einzelfälle beschränkt. Erste Lösungen der Rollbewegung bis zum Kentern in unregelmäßigem Seegang sind bisher nur im Experiment ermittelt worden.

Diese Plöner Kenterversuche wurden mit freifahrenden Modellen in den vom Wind erzeugten natürlichen Wellen auf dem See mit einem dem Seegang auf dem Meer ähnlichen kontinuierlichen Spektrum durchgeführt. Sie ergaben für definierte Modellzustände verschieden lange Fahrzeiten eines Modells im Seegang, bis Kentern eintrat. Eine statistische Auswertung dieser experimentellen Kenterfahrzeiten gab Aussagen über die Kentericherheit. Über diese Versuche wurde zuerst 1962 auf dem Symposium für Schiffstheorie am Institut für Schiffbau der Universität Hamburg berichtet [46, 63]. Seither wurden diese Versuche fortgesetzt und die Meßmethode weiterentwickelt [48, 49].

Zur Erfassung der Unregelmäßigkeit des Seegangs in bezug auf seinen Stabilitätseinfluß machte G r i m 1961 [42] einen Ansatz mit einer sog. effektiven Welle. Hierbei werden die unregelmäßigen Ordinatenschwankungen der Wasseroberfläche entlang des Schiffsrumpfes durch eine der Form nach regelmäßige stehende Welle mit zeitlich unregelmäßiger Amplitude angenähert. Aus dieser effektiven Amplitude mit ihren statistischen Parametern konnten Hinweise für kritische Fahrtgeschwindigkeiten und Eigenperioden eines Schiffes abgeleitet werden.

Im Jahre 1962 veröffentlichte K r a p p i n g e r [55] ein "Neues Kenterkriterium", in dem er unter Verwendung der Grimschen effektiven Welle einen wahrscheinlichkeitstheore-

tischen Ansatz für die Kentersicherheit eines Schiffes macht. Zugrunde liegt eine Berechnung der Häufigkeit von gefährlichen Grenzneigungswinkeln durch Lösung einer Bewegungsgleichung in regelmäßigen Wellen über maximal eine Passierperiode mit verschiedenen Anfangsbedingungen. A b i c h t [29] berichtete über die Durchführung der Rechnungen.

### 2.3 Aufgabe

Es soll hier ein Ansatz eingeführt werden, mit dem die Erregung eines Schiffes zu großen Rollausschlägen durch längslaufenden unregelmäßigen Seegang berechnet werden kann. Das bedeutet die Lösung einer Bewegungsgleichung für das rollende Schiff über eine längere Fahrzeit des Schiffes in einer Folge von Wellen wechselnder Höhe und Länge. Dabei wird besonderer Wert auf das Auftreten extremer Rollwinkel gelegt, die zum Kentern des Schiffes führen können. Der Ansatz ermöglicht es, Vergleichsrechnungen zu experimentellen Ergebnissen von Kenterversuchen in unregelmäßiger See durchzuführen. Andererseits soll er Hinweise über die Auswahl der im Modellversuch zu untersuchenden kennzeichnenden Fälle liefern, da ein experimentelles Abtasten aller Parameterbereiche mit den vorhandenen Möglichkeiten zu aufwendig ist. Ferner soll der Zusammenhang der Kentersicherheit mit wichtigen Einflußgrößen des Schiffes, wie Höhenlage des Gewichtschwerpunktes, Form des Schiffes, Freibord, Eigenperiode, Dämpfung, Fahrtgeschwindigkeit etc. berechnet werden können.

Die dabei anzuwendenden statistischen Methoden und die Denkweise sind auch im Schiffbau nichts Neues mehr. Die statistische Behandlung von Schiffsbewegungen in unregelmäßigem Seegang wurde von S t . D e n i s und P i e r s o n mit ihrem Vortrag vor der SNAME 1953 auf der von R i c e entwickelten Grundlage in die Schiffstheorie eingeführt [66]. Auch für andere Probleme des Entwurfs finden statistische Methoden schon Anwendung. So zog W e n d e l

1960 die zufallsbedingten, d.h. also nicht voraussehbaren Leckfälle von Schiffen mit Hilfe eines wahrscheinlichkeitstheoretischen Ansatzes zur Beurteilung der Sinksicherheit heran [76, 77].

## 2.4 Was ist Kentern?

Eine Definition gab *W e n d e l* 1958 in seiner Arbeit "Sicherheit gegen Kentern" [74]:

"Mit Kentern wird die Eigenschaft schwimmender Körper bezeichnet, bei Erreichen eines bestimmten Neigungswinkels ohne weiteren Kraftaufwand in eine andere Schwimm-lage überzugehen. Es entspricht dem Kippen starrer Körper auf fester Unterlage."

Wir wollen diese Definition noch etwas spezieller fassen und unter Kentern das Annehmen einer neuen stabilen Schwimm-lage des Schiffes ohne weiteren Kraftaufwand bei so großen Neigungswinkeln verstehen, bei der mit Verlust des Schiffes durch Betriebsunfähigkeit oder Wassereinbruch zu rechnen ist.

Unter Kentern wird also ein bestimmter Bewegungsablauf am Schiff verstanden. Ob ein Schiff kentert oder nicht, ist eine Frage seines Momentengleichgewichts. Für Gleichgewicht gilt allgemein die Bedingung, daß die Summe aller Momente am Schiff zu Null wird:

$$\sum M = 0 \quad (2.4.1)$$

bzw. in der üblichen Darstellung mit Hebeln als den auf das Displacement bezogenen Momenten:

$$h + k = 0 \quad (2.4.2)$$

$h$  = aufrichtende Hebel

$k$  = Summe der krängenden Hebel

Das Gleichgewicht ist

$$\text{stabil für} \quad \frac{dh}{d\varphi} + \frac{dk}{d\varphi} > 0 \quad (2.4.3)$$

$$\text{indifferent für} \quad \frac{dh}{d\varphi} + \frac{dk}{d\varphi} = 0 \quad (2.4.4)$$

$$\text{labil für} \quad \frac{dh}{d\varphi} + \frac{dk}{d\varphi} < 0 \quad (2.4.5)$$

Die gegebene Definition gilt für eine statische Betrachtung. Für das Schiff als dynamisches System, das Rollschwingungen ausführt, können wir sinngemäß sagen:

Wird ein Schiff zu Rollschwingungen angeregt, die so große Amplituden annehmen, daß es in eine andere stabile Schwimmlage übergeht, bei der mit Betriebsunfähigkeit oder Wassereinbruch zu rechnen ist, so nennen wir diesen Vorgang Kentern.

Es ist leicht einzusehen, daß beim Kentern infolge unregelmäßiger, nichtdeterminierter Schwankungen des aufrichtenden Momentes auch die Fahrtdauer des Schiffes bis zum Eintreten eines Kenterfalles nichtdeterminiert sein wird.

Bild 1 zeigt drei Beispiele von Hebelkurven. Die krängenden Hebel sind der Einfachheit halber zu null gesetzt.

Werden die Neigungswinkel größer als die Winkel labilen Gleichgewichts (dabei sei jetzt nicht beachtet, wie das Schiff in diese Lage kommt), so kentert das Schiff unter der Voraussetzung, daß die Hebelkurve für die Dauer des Kentervorganges konstant bleibt. Eine Ausnahme bildet das labile Gleichgewicht im dritten Fall von Bild 1 bei null Grad. Die beiden stabilen Gleichgewichtslagen bei  $\pm 10^\circ$  liegen im Betriebsbereich des Schiffes, es gilt noch nicht als gekentert.

Dagegen verunglückte 1961 das Küstenmotorschiff "Lohengrin", zweiter Fall im Bild 1, indem es im achterlichen Seegang den Gleichgewichtszustand bei ca.  $45^\circ$  erreichte. Es konnte

sich nicht wieder aufrichten [47]. Das Schiff gilt als gekentert, obwohl hohe Luken sowie Aufbauten und Brücke es am völligen Umschlagen hinderten. Die "Lohengrin" sank in den folgenden Stunden.

## 2.5 Kentersicherheit

Durch die Anwendung der Wahrscheinlichkeitstheorie ist der Begriff der Sicherheit zu einer definierten und zahlenmäßig angebbaren Größe geworden. Es wird hierzu auf das umfangreiche Schrifttum verwiesen. Eine Übersicht gab K r a p - p i n g e r im Jahre 1967 vor der Schiffbautechnischen Gesellschaft [56].

Wir verstehen unter Kentersicherheit die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Schiff in einem bestimmten Zeitraum nicht kentert. Zur Ermittlung der Kentersicherheit ist es nun zweckmäßiger, die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten eines Kenterfalles in diesem Zeitintervall zu bestimmen.

Da Sicherheit und Ausfallwahrscheinlichkeit komplementär sind, ist damit auch die Kentersicherheit gegeben:

$$F_{NK}(t) = 1 - F_K(t) \quad (2.5.1.)$$

Man kann auch sagen, daß die Zeitdauer, die ein Schiff vom Fahrtbeginn bis zum Kentern braucht, eine Zufallsgröße ist. Es muß nun die Verteilung  $F_K$  der Kenterfahrzeit  $t_K$  bestimmt werden. Hierzu gehen wir aus von der sog. Intensitätsfunktion oder spezieller, von der "Ausfallrate".

$$\mu_K(t) = \frac{f_K(t)}{1 - F_K(t)} \quad (2.5.2)$$

Der Ausdruck  $\mu_K(t) dt$  gibt die bedingte Wahrscheinlichkeit dafür an, daß das Ergebnis, in unserem Falle das Kentern des Schiffes, im Zeitabschnitt  $(t, t + dt)$  auftritt, unter

der Voraussetzung, daß es bis  $t$  noch nicht eingetreten ist:

$$\mu_K(t) dt = W [t < t_K < t + dt | t_K > t] \quad (2.5.3)$$

Dabei ist  $f_K(t) dt$  die Wahrscheinlichkeit eines Schiffes, das zur Zeit  $t$  zu fahren beginnt, zwischen den Zeitpunkten  $t$  und  $t + dt$  zu kentern:

$$f_K(t) dt = W [t < t_K < t + dt] \quad (2.5.4)$$

Der Nenner in Gleichung (2.5.2) gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, daß Kentern im Zeitintervall  $(0, t)$  nicht eintritt:

$$1 - F_K(t) = F_{NK}(t) = W [t_K > t] \quad (2.5.5)$$

Dabei ist  $F_K(t)$  die Wahrscheinlichkeit, daß Kentern im Zeitintervall  $(0, t)$  eintritt:

$$F_K(t) = W [t_K < t] \quad (2.5.6)$$

Für eine gegebene Intensitätsfunktion läßt sich dann die Wahrscheinlichkeit  $F_K(t)$  (nach G u m b e l [12]) berechnen aus:

$$F_K(t) = 1 - \{1 - F_K(t_1)\} \exp. \left\{ - \int_{t_1}^t \mu_K(u) du \right\} \quad (2.5.7)$$

wobei  $t_1$  ein beliebiger Wert von  $t$  ist.

Für  $t_1 = 0$ ,  $F_K(t_1) = 0$  wird

$$F_K(t) = 1 - \exp. \left\{ - \int_0^t \mu_K(u) du \right\} \quad (2.5.8)$$

Unter der Voraussetzung, daß in jedem Zeitintervall  $dt$  während der Fahrt eines Schiffes die Wahrscheinlichkeit für das Kentern konstant ist, d.h. bei konstanter Ausfallrate

$$\mu_K(t) = \mu = \text{const} \quad (2.5.9)$$



ergibt sich aus (2.5.8) die Verteilungsfunktion für das Kentern

$$F_K(t) = 1 - \exp(-\mu t) \quad (2.5.10)$$

mit der Verteilungsdichtefunktion

$$f_K(t) = \frac{dF_K}{dt} = \mu_K \exp(-\mu_K t) \quad (2.5.11)$$

Hierbei ist  $\mu_K = \frac{1}{T_K}$  (2.5.12)

Bei radioaktivem Zerfall ist für  $T_K$  der Ausdruck "Halbwertszeit" üblich. Hier ist  $T_K$  die mittlere Kenterfahrzeit. Sie bestimmt als Parameter die Exponential-Verteilung für die Fahrzeit des Schiffes bis zum Kentern und ist gleich dem Nullmoment erster Ordnung der Verteilungsdichte  $f_K(t)$ :

$$T_K = \int_0^{\infty} t \cdot f_K(t) dt \quad (2.5.13)$$

Liegt eine Ziehung von  $n$  Werten  $t_{Ki}$  vor, so erhalten wir  $T_K$  über den Mittelwert

$$T_K = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M t_{Ki} \quad (2.5.14)$$

Anschauung und Experiment zeigen, daß für die Fahrzeit eines Schiffes bis zum Kentern eine minimale Zeit erforderlich ist, die eigentliche Kenterzeit des Schiffes, die nicht unterschritten werden kann. Wir können diese Zeit  $t_0$  die "Inkubationszeit" nennen [38]. Diese Inkubationszeit gibt die Zeitdauer für den eigentlichen Kentervorgang an, entspricht also einer Kenterzeit, im Gegensatz zur längeren "Kenterfahrzeit"  $t_K$ . Es kann angenommen werden, daß die Kenterzeit  $t_0$  nach  $N(\bar{t}_0, \sigma_0^2)$  verteilt ist.

Die Verteilung der Fahrzeiten  $t'_K$  des Schiffes bis zum Beginn der Inkubationszeit  $t_0$ , die wir im Mittel zu  $\bar{t}_0$  ansetzen, ist dann

mit  $t' = t - t_0$ ,  $T'_K = T_K - \bar{t}_0$ :

$$f_K(t') = \frac{1}{T'_K} \exp\left(-\frac{t'}{T'_K}\right) \quad (2.5.15)$$

$$F_K(t') = 1 - \exp\left(-\frac{t'}{T'_K}\right) \quad (2.5.16)$$

### 3. Berechnungsansatz für das kenternde Schiff

=====

#### 3.1 Systemtheorie und Stochastik

Das rollende Schiff wird als ein System mit Eingangs- und Ausgangssignal aufgefaßt, Bild 3. Dabei seien die äußeren Bedingungen, denen das Schiff ausgesetzt ist, die Eingangssignale. Das zugehörige Schiffsverhalten sei die Systemantwort auf die Eingangssignale. Ist über die innere Struktur des Systems nichts bekannt oder ist sie mathematisch schwierig darzustellen, kann zur Beschreibung des Systems die Kenntnis von Eingang und Ausgang genügen. Man nennt dieses Vorgehen die Black-Box-Methode. Für die bisher durchgeführten Plöner Kenterversuche in unregelmäßigem Seegang wurde diese Methode praktisch angewendet.

Für eine weitergehende Kenntnis und Berechnung des Systemverhaltens ist eine Analyse der Struktur des Systems und der bestimmenden Parameter für das Schiffsverhalten erforderlich. Dieser analytische Weg wird ergänzt durch die synthetische Methode, bei der versucht wird, aus einem einfachen Ansatz durch Hinzunahme von weiteren Einflußgrößen das theoretische Modell immer besser dem wirklichen Geschehen anzupassen.

Die Kenterversuche haben den Vorzug, daß alle Einflußgrößen wirksam sind. Hierzu können gerechnet werden:

- Passierfrequenz Wellen - Schiff
- Störungen durch seitliche Wellen und Windkräfte
- Größe der Hebelschwankungen
- Hydrodynamische Effekte am Schiffskörper.

In vorliegender Arbeit soll nun ein analytischer Ansatz eingeführt werden, der wesentliche Einflußgrößen, insbesondere die Unregelmäßigkeit der Hebelschwankungen, erfaßt.

Bild 4 zeigt die Aufgliederung eines in längslaufender See rollenden Schiffes in zwei Teilsysteme. Das erste System

beschreibt die hydrostatische Ermittlung der Hebel des aufrichtenden Moments im Seegang. Das zweite System beschreibt das rollende Schiff als dynamisches System. Wegen der Unregelmäßigkeit des Seegangs erweist sich die Behandlung beider Systeme als aufwendig. Zur mathematischen Beschreibung der Systeme spielen die Art des Eingangssignals und die "Verformung" des Eingangssignals im System eine entscheidende Rolle.

Zur Behandlung des Kenterns von Schiffen ist ein großer Rollwinkelbereich zu erfassen, für den auch näherungsweise eine Linearisierung nicht möglich ist. Eine der linearen Theorie vergleichbare Darstellung gibt es für nichtlineare Systeme leider nicht. Es müssen also bei nichtlinearen Systemen mit stochastischem<sup>1)</sup> Eingang alle Einzelfälle für sich durchgerechnet werden. Für allgemeinere Aussagen auf statistischer Grundlage können dann wieder die Ausgangssignale verwendet werden.

Für das oben definierte Teilsystem I lassen sich die aufrichtenden Hebel anhand der Schiffsform auch für unregelmäßigen Seegang zu äquidistanten Zeitabschnitten quasi-stationär berechnen. Allerdings steigt der numerische Aufwand beträchtlich im Vergleich zu regelmäßigen Wellen. Es erscheint möglich, nach Durchrechnung einiger Schiffsformen hier mit zuverlässigen Näherungen zu arbeiten. Näheres hierzu unter Abschnitt 4.1.

Noch aufwendiger ist die Behandlung des Systems II. Die Vielzahl von zu berechnenden Kentervorgängen aus der Lösung der Bewegungsgleichung bzw. die erforderlichen statistischen Langzeitrechnungen ergeben zusammen mit der Variation von Schiffsparametern, wie Fahrtgeschwindigkeit oder Dämpfung des Schiffes, selbst bei vereinfachtem Ansatz umfangreiche

---

1) Eine stochastische Größe ist eine Zufallsvariable, die nicht analytisch darstellbar ist. Stochastisch steht synonym für regellos, unregelmäßig (englisch "random"). Teilweise wird auch der Ausdruck "aleatorisch" verwendet (von lat. aleos - der Würfel).

numerische Rechnungen.

Das Suchen nach Bereichen, die für das Schiff eine große Kentergefahr darstellen, ist bei vielen Parametern mit z.T. stochastischen Größen trotz Einsatz moderner Rechenhilfsmittel sehr mühsam. Es erscheint sinnvoll, die durchzurechnenden Fälle auf wichtige Bereiche zu beschränken und durch die Kenntnis der Tendenz von Parametereinflüssen den Rechenumfang zu beschränken. In noch stärkerem Maße trifft das für statistische Kenterversuche zu. Sie sollten sich, sobald eine Berechnungsmethode wie die hier vorgeschlagene vorliegt, auf kennzeichnende Einzelfälle beschränken, um den theoretischen Ansatz prüfen und verbessern zu können. Dazu sind auch determinierte Fälle durchzumessen, bei denen die Anfangsbedingungen und die Wellenfolge am Schiff meßtechnisch erfaßt werden. Unter Einzelfällen seien hier aber auch statistische Versuchsreihen verstanden, die statistische Daten der Bewegungsgrößen und experimentelle Kenterzeitverteilungen liefern. Trotzdem ist der Aufwand für Durchführung und Auswertung solcher Versuche noch beträchtlich.

Lösungsverfahren mit Hilfe eines Zufallsprozesses werden heute oft als Monte-Carlo-Methode bezeichnet. Ursprünglich war es nach v. N e u m a n n [20] nur die Lösung eines einfachen stochastischen Problems, dessen experimentelle Lösung der des ursprünglichen Problems, das zwar formuliert, analytisch aber zu schwierig zu lösen ist, beliebig nahekommt.

Ein Überdecken des gesamten wichtigen Parameterbereiches im Experiment im Sinne einer Monte-Carlo-Methode wäre zu aufwendig. Insofern kann der im folgenden beschriebene Ansatz als notwendige Ergänzung der Kenterversuche gelten.

Führt man die numerischen Rechnungen nicht rein ziffernmäßig durch, sondern benutzt eine analoge Darstellung des formulierten Problems etwa durch einen elektrischen Schwingkreis, an dem man Stichprobenexperimente durchführt, so

spricht man von einer Simulation. Eine Simulation kann die Berechnung erleichtern.

### 3.2 Spektrale Darstellung stochastischer Größen

Bei unregelmäßiger See kann man nicht angeben, welche Ordinate  $\xi$  die Wasseroberfläche des Meeres zu einem bestimmten Zeitpunkt an einem bestimmten Ort haben wird. Zur Beschreibung solcher Vorgänge dient die Theorie der stochastischen Prozesse. Mit Hilfe des Wahrscheinlichkeitskalküls lassen sich Aussagen über kennzeichnende Eigenschaften solcher Prozesse machen. Zahlenwerte erhält man über statistische Mittelwerte durch Integration über hinreichend große Strecken bzw. Zeiten.

Unter der Voraussetzung, daß unregelmäßiger Seegang ein ergodischer und stationärer stochastischer Prozeß ist, können wir mit den zeitlichen Ordinatenschwankungen an nur einem Punkt der Wasseroberfläche arbeiten [50].

Es hat sich als zweckmäßig erwiesen, zur mathematischen Beschreibung stochastischer Prozesse ein relatives Leistungsmaß einzuführen, und zwar den zeitlichen Mittelwert des Zentralmomentes zweiter Ordnung:

$$m_2(\xi) = \overline{\xi^2(t)} = \xi^2 \text{ eff} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} \xi^2(t) dt \quad (3.2.1)$$

Das Spektrum stellt nun die Verteilungsdichte der Leistung über der Frequenz dar:

$$S(f) = \frac{d \overline{\xi^2(t)}}{df} \quad (3.2.2)$$

S Seegangsspektrum

f Frequenz

In Gleichung (3.2.2) ist im Prinzip das sog. Parsevalsche Theorem enthalten.

Es wird hier die Darstellung über  $f$  bevorzugt. Es gilt:

$$\begin{aligned} \omega &= 2\pi f & d\omega &= 2\pi df \\ S(f) &= 2\pi S(\omega) \end{aligned} \quad (3.2.3)$$

Manchmal wird das Spektrum nur über den positiven Frequenzen dargestellt. Dann ist zu beachten, daß sich der Wert für das Spektrum verdoppelt.

$$S_+(f) = 2 S(f)$$

Damit ist dann

$$\overline{S^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f) df = \int_0^{\infty} 2 S(f) df = \int_0^{\infty} S_+(f) df \quad (3.2.4)$$

Das Spektrum erhalten wir numerisch aus der Fouriertransformierten  $F_1$  des Zeitvorganges  $\xi(t)$  bzw. über die Autokorrelationsfunktion  $\phi_{\xi\xi}$ :

$$S_{\xi\xi}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \left| F_1 \left[ \xi(t) \right] \right|^2 \quad (3.2.5)$$

$$S_{\xi\xi}(f) = F_1 \left[ \phi_{\xi\xi}(\tau) \right] \quad (3.2.6)$$

Die Teilkomponenten des Seegangs haben eine unregelmäßige Phasenlage. Die Wahrscheinlichkeitsdichte der Phasenwinkel  $\epsilon$  ist gegeben durch eine Rechteckverteilung:

$$w(\epsilon) = \frac{1}{2\pi}, \quad 0 \leq \epsilon \leq 2\pi \quad (3.2.7)$$

Es ist daher nicht möglich, ein Amplitudenspektrum zu berechnen. Die zeitliche Mittelwertbildung liefert uns jedoch mit dem Leistungsspektrum eine statistisch determinierte Funktion zur Kennzeichnung des stochastischen Prozesses.

Wie in Abschnitt 3.1 ausgeführt, kann für nichtlineare Systeme keine Übertragungsfunktion angegeben werden. Zur Durchführung von Einzelrechnungen muß aus dem Spektrum wieder eine Zeitfunktion entwickelt werden:

$$\xi(t) = \int_0^{\infty} C(f) \sin\{2\pi ft + \epsilon(f)\} df \quad (3.2.8)$$

$$C(f) = \sqrt{\frac{2S(f)}{df}} \left[ \frac{m}{Hz} \right] \quad (3.2.9)$$

Die Größe  $C(f)$  bedeutet hier eine Amplitudendichte. Bei kontinuierlichen Spektren besitzt also eine diskrete Frequenz nur eine infinitesimale Amplitude. Die aus dem Spektrum abgeleitete Amplitudendichte beschreibt den stochastischen Prozeß nicht mehr vollkommen, sondern nur in Verbindung mit den regellosen Phasen  $\epsilon(f)$  in Gleichung (3.2.8). Gleichung (3.2.8) kann damit einen zeitlichen Ausschnitt  $T$  aus der Seegangsfunktion  $\xi(t)$  liefern.

Es ist möglich, das kontinuierliche Spektrum durch diskrete Teilkomponenten über eine bereichsweise Integration der Spektraldichte anzunähern. Aus (3.2.8) folgt dann der Summenausdruck:

$$\xi(t) = \sum_{p=1}^N \sqrt{2S(f_p) \Delta f_p} \sin(2\pi f_p t + \epsilon_p) \quad (3.2.10)$$

Praktisch müssen dann für  $\epsilon_p$  Ziehungen aus der gleichverteilten Grundgesamtheit eingesetzt werden.

### 3.3 Bewegungsgleichung

Das Schiff wird als ein starrer Körper aufgefaßt. Jeder Körper in Bewegung verfolgt seinen Bewegungsablauf so, daß zwischen zwei Zeitpunkten die Differenz zwischen kinetischer und potentieller Energie ein Minimum wird (Hamiltonsches Prinzip). Die notwendige Bedingung hierfür ist nach Euler für einen Freiheitsgrad:

$$\frac{d}{dt} (L_{\dot{\varphi}}) - L_{\varphi} = 0 \quad (3.3.1)$$

$$\text{mit } L = T - U \quad (3.3.2)$$



- L Kinetisches Potential  
(Langrangesche Funktion)
- T Kinetische Energie
- U Potentielle Energie
- $\varphi$  Koordinate

Die potentielle Energie U wird beim rollenden Schiff vom Schwerfeld der Erde und dem jeweiligen Auftriebsvektor am Schiffskörper gebildet. Ist der Auftriebsvektor vom Neigungswinkel  $\varphi$  und der Zeit t abhängig, läßt sich schreiben:

$$U = \varrho g \nabla e(\varphi, t) \quad (3.3.3)$$

- $\varrho g \nabla$  Displacement des Schiffes
- e Stabilitätsweg

Dabei wird das Displacement des Schiffes als konstant angenommen.

Die kinetische Energie läßt sich ausdrücken in der Form

$$T = \frac{1}{2} I'_{\varphi\varphi} \dot{\varphi}^2 \quad (3.3.4)$$

Damit wird die Gleichung (3.3.1) zu

$$I'_{\varphi\varphi} \ddot{\varphi} + \varrho g \nabla h(\varphi, t) = 0 \quad (3.3.5)$$

$$\text{mit } h(\varphi, t) = \frac{\partial e(\varphi, t)}{\partial \varphi} \quad (3.3.6)$$

Hinzu kommen noch die Momente, die unabhängig vom Potential L wirksam sind. Dazu gehören das Dissipationsmoment  $M_D$  und äußere erregende Momente  $M_k(t)$ . Wir erhalten dann die allgemeine Form der Bewegungsgleichung für einen Freiheitsgrad

$$I'_{\varphi\varphi} \ddot{\varphi} + M_D + \varrho g \nabla h(\varphi, t) = M_k(t) \quad (3.3.7)$$

Ein Schiff kann im längslaufenden Seegang solche Änderungen seiner aufrichtenden Hebel h erfahren, daß es kentert. Rollbewegungen mit sehr großen Amplituden werden also dabei durch zeitliche Änderungen der Kennlinie des Systems Schiff

erzeugt, wobei hier unter Kennlinie die graphische Darstellung des aufrichtenden Hebels  $h$  über dem Rollwinkel  $\varphi$  zu verstehen ist, im Schiffbau als Hebelarmkurve geläufig.

Ein System, dessen Eigenschaften sich zeitlich ändern, nennen wir nach K l o t t e r "rheonom" [15]. Man spricht dann je nach Form der Kennlinien des Systems von "rheolinen" bzw. "rheonichtlinearen" Schwingungen. Teilweise gab es auch die entsprechenden Bezeichnungen quasiharmonisch und pseudo-harmonisch, die wir jedoch nicht verwenden wollen. Im Bereich der Elektrotechnik hat sich für die gleiche Art von Schwingungen der Begriff der "parametrischen Erregung" oder auch der "parametrischen Entdämpfung" eingeführt.

Für ein Schiff in unregelmäßigem Seegang sind die zeitlichen Änderungen der Systemkennlinien stochastische Funktionen. Das System Schiff wird dann nach obigen Definitionen charakterisiert als ein "stochastisch rheonichtlineares System". Für die Art der Erregung wollen wir von "stochastischer parametrischer Erregung" sprechen.

Für lineare Systeme mit harmonischer parametrischer Erregung sind die Lösungen der Mathieuschen Gleichung bekannt [17].

Das Schiff mit periodischer parametrischer Erregung hat G r i m [40] theoretisch und experimentell untersucht, und zwar die Gleichung

$$I_{\varphi\varphi} \ddot{\varphi} + N_{\varphi\varphi} \dot{\varphi} + g \nabla (\overline{GM}_0 + \frac{1}{2} \overline{MF} \tan^2 \varphi + \Delta \overline{GM} \sin \omega t) \sin \varphi = 0 \quad (3.3.8)$$

mit den Anfangsbedingungen  $\varphi_0$  und  $\dot{\varphi}_0$ .

#### 4. Analyse der Bewegungsgleichung =====

##### 4.1 Aufrichtende Hebel

Wir können den zeitlich veränderlichen aufrichtenden Hebel durch den zeitlichen Mittelwert und eine Schwankungsfunktion um diesen Mittelwert darstellen:

$$h_{\varphi}(t) = \bar{h}_{\varphi} \pm \Delta h_{\varphi}(t) \quad (4.1.1)$$

Gleichung (4.1.1) soll gelten für einen konstanten Neigungswinkel  $\varphi$ . Für eine regelmäßige Welle sind diese Kurven für verschiedene Winkel  $\varphi$  in Bild 5 für das Schiff No 4212 W der Serie 60 dargestellt. Die Ermittlung der Hebelwerte im Seegang entspricht nach der Definition in Abschnitt 3 der Behandlung des Systems I. Für die praktisch üblichen Schiffsförmungen muß die Hebelfunktion  $h(\varphi, t)$  aus der periodischen Seegangsfunktion punktweise numerisch berechnet werden. Trotzdem lassen die Ergebnisse - hier die Hebel für regelmäßige Wellen - die Grundperiode der Einzelwelle für alle Winkelbereiche erkennen. Eine Abweichung von dem sinusförmigen Verlauf kann als Verformung des Eingangssignals durch die Schiffsförmung gedeutet werden.

Die in Bild 5 gegebene graphische Darstellung der Hebel über eine Passierperiode mit  $\varphi$  als Parameter kann für allgemeinere Aussagen über diese Verformung nicht befriedigen. Auch andere Auftragungsarten können hieran nichts ändern. Sicher aber hängt der Verlauf der Hebel nach Bild 5 mit charakteristischen Eigenschaften der Schiffsförmung zusammen. So ist es heute schon üblich, kennzeichnende Punkte dieser Hebelkurven zu berechnen, etwa für die Lage des Schiffes im Wellental und im Wellenberg. Damit hat man wohl für die üblichen Schiffsförmungen den möglichen Schwankungsbereich der Hebel erfaßt. Neben den Hauptabmessungsverhältnissen des Schiffes gehen hierbei besondere charakteristische Ei-

enschaften der Schiffsform wie etwa völliges Mittelschiff, Kreuzer- oder Spiegelheck, in das Ergebnis ein.

Zur Erfassung des periodischen Hebelverlaufes nach Bild 5 ist jedoch die Kenntnis der Hebel in Zwischenlagen der Passierperiode Welle-Schiff erforderlich. Dabei ist mindestens jeweils ein Punkt zwischen Berg und Tal zu berechnen, um einen Anhalt über die Abweichung vom sinusförmigen Verlauf zu bekommen. Diese Punkte werden mit erster und zweiter Zwischenlage bezeichnet. Die erste Zwischenlage entspricht der Lage des Wellenberges in der Mitte des Vorschiffs, die zweite Zwischenlage der Lage des Wellenberges in der Mitte des Hinterschiffes. Es ist naheliegend, diese beiden Zwischenlagen als charakteristisch für den Einfluß der Vor- bzw. Hinterschiffsform auf die Seegangshebel anzusehen. Es wird daher vorgeschlagen, diese Phasenlagen grundsätzlich bei Seegangshebelrechnungen immer mitzubestimmen.

Da ein stetiger Verlauf der  $h_{\rho}(t)$ -Kurven in regelmäßigen Wellen für die üblichen Schiffsformen schon wegen der Integrationsglättung immer vorausgesetzt werden kann, genügen diese vier Punkte bereits, um den typischen Verlauf zu kennzeichnen. Inwieweit das auch quantitativ zutrifft, ist in Bild 6 dargestellt. Hier sind über dem Neigungswinkel die Abweichungen des mittleren Seegangshebels vom Glattwasserhebel aufgetragen. Der mittlere Seegangshebel wurde aus zwei Phasenlagen - Berg und Tal -, aus vier Phasenlagen - Berg, Tal und den beiden Zwischenlagen - und aus acht Phasenlagen gemittelt. Außerdem wurde der mittlere Seegangshebel durch Integration über alle Phasenlagen bestimmt. Es ist zu erkennen, daß für diese Schiffsform der Sprung von zwei auf vier Phasenlagen erheblich ist, während bei noch mehr Phasenlagen sich aber nicht mehr viel ändert. Um die kennzeichnenden Eigenschaften der Verformung zu erfassen, sollte man also die Hebel im Seegang für vier Phasenlagen eines Schiffes in einer regelmäßigen Welle berechnen.

Um auch quantitativ mehr Aussagen zu erhalten, die über einen bloßen anschaulichen Vergleich der Hebel verschiedener Schiffe hinausgehen, wird eine harmonische Analyse der Hebelschwankungen für verschiedene  $\varphi$  vorgeschlagen. Die Verformung wird sich dann in Beträgen der Oberwellen ausdrücken, und es könnten sich Besonderheiten für verschiedene Schiffstypen finden lassen. Die Bilder 7 und 8 zeigen das Ergebnis solcher Analysen für unser Standardschiff der Serie 60. Sie enthalten den mittleren Hebel im Seegang, die Grundperiode der Hebelschwankung, die gleich der Seegangsperiode ist, sowie die Oberwellen. Die Oberwellen können nach der dritten Ordnung abgebrochen werden, da die höheren Ordnungen meist sehr klein sind und die Hebel kaum noch verändern.

Da der zusätzliche Rechenaufwand, wie oben geschildert, sehr eingeschränkt werden kann, könnten sehr bald für viele Schiffe solche Spektren vorliegen. Es ist denkbar, daß auf diesem Wege dann eine systematische Zuordnung von Seegangshebeln und Schiffformen erfolgen kann.

Wie Bild 6 erkennen läßt, weichen die Mittelkurven der Hebel in regelmäßigen Wellen stark von der Glattwasserkurve ab. Vor allem für große Neigungswinkel sind meist kleinere mittlere Hebel anzutreffen. Die daraus resultierende Gefährdung von Schiffen ist bekannt und besonders in den letzten zehn Jahren gab es intensive Bemühungen, dies in der praktischen Beurteilung der Kentersicherheit heranzuziehen. Ursache ist, daß die Hebelminderungen im Berg im Vergleich zu Glattwasser größer sind als der Hebelzuwachs im Tal. Bei Untersuchungen im Seegang muß die Glattwasserkurve also verlassen werden und kann auch als Bezugslinie keine Anwendung finden. Da es jedoch üblich ist, ein  $\overline{GM}$  für Glattwasser zu berechnen, schon weil der Krängungsversuch in glattem Wasser erfolgt, wird dieser Wert für alle folgenden Untersuchungen auch in unregelmäßigem Seegang als gleichwertige Angabe für die Höhenlage des Gewichtsschwerpunktes über Kiel  $\overline{KG}$  verwendet. Die Angabe von  $\overline{GM}_{GW}$  soll also lediglich die Lage des Ge-

wichtsschwerpunktes kennzeichnen, da  $\overline{KM}_{GW}$  eine definierte Formgröße des Schiffes ist:

$$\overline{KG} = \overline{KM}_{GW} - \overline{GM}_{GW} \quad (4.1.2)$$

In unregelmäßigem Seegang werden sich nun auch der aufrichtende Hebel über der Zeit unregelmäßig ändern. Dieser stochastische Hebel läßt sich für  $\varphi = \text{const}$  statistisch durch Spektren und Verteilungsfunktionen ebenso darstellen, wie es für unregelmäßigen Seegang geläufig ist. Zur genauen numerischen Berechnung der stochastischen Hebel für ein Standardschiff der Series 60, nach dessen Linien auch ein neues Modell für die Plöner Kenterversuche gebaut wurde, läuft ein Forschungsvorhaben mit Unterstützung der Deutschen Forschungsgemeinschaft. Stochastische Hebel können grundsätzlich in gleicher Weise wie für regelmäßigen Seegang unter Annahme der Froude-Krylowschen Hypothese berechnet werden. Gegeben sind dabei die Linien des Schiffes und das Displacement. Das Unterwasservolumen des Schiffes ist oben unregelmäßig begrenzt und wechselt diese Grenzkontur über der Zeit. Mit Hilfe digitaler Programme ist es heute möglich, auch so umfangreiche numerische Rechnungen mindestens für prinzipielle Untersuchungen einmal durchzuführen. Über Methode und erste Ergebnisse wird auf den vorliegenden Zwischenbericht verwiesen [37]. Da dieses Vorhaben noch nicht abgeschlossen ist, werden in vorliegender Arbeit für die verwendeten stochastischen Hebel plausible Annahmen gemacht, die sich für spätere Rechnungen jeweils ändern oder variieren lassen.

Die Hebelfunktion  $h_{\varphi}(t)$  für einen konstanten Neigungswinkel sei ein stationärer stochastischer Prozeß. Dafür existiert der Ausdruck:

$$\overline{h}_{\varphi} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T h_{\varphi}(t) dt \quad (4.1.3)$$

(Der Querstrich kennzeichnet immer den Mittelwert der überstrichenen Größe, ausgenommen bei Streckenbezeichnungen durch

die zwei Endpunkte, z.B.  $\overline{KG}$ .)

Der Ausdruck (4.1.3) stellt den linearen Mittelwert der stochastischen Hebel dar. Ermitteln wir  $\bar{h}$  für alle  $\varphi$  im Bereich  $-\varphi_K \leq \varphi \leq \varphi_K$ ,  $\varphi_K = 90^\circ$ , so erhalten wir die Mittelkurve der aufrichtenden Hebel im Seegang  $\bar{h}(\varphi)$ . Für erste Untersuchungen wird es als zulässig angenommen, die sich aus regelmäßiger See ergebende Mittelkurve  $\bar{h}(\varphi)$  auch in unregelmäßigem Seegang heranzuziehen.

Die zeitlichen Schwankungen der stochastischen Hebel um die Mittelkurve sind dann für einen konstanten Winkel  $\varphi$ :

$$\Delta h_\varphi(t) = h_\varphi(t) - \bar{h}_\varphi \quad (4.1.4)$$

Es kann weiter angenommen werden, daß die Ordinaten der Funktion  $\Delta h$  normal verteilt sind. Für den Winkel  $\varphi = 30^\circ$  zeigt Bild 9 die für die gewählte Schiffsform der Series 60 berechnete Ordinatenverteilung der stochastischen Hebel. Die Varianz  $\sigma_{\Delta h}^2$  der Hebelverteilung ist nun eine Funktion des Neigungswinkels :

$$\sigma_{\Delta h}^2 = \overline{\Delta h_\varphi^2(t)} = f(\varphi) \quad (4.1.5)$$

Das bedeutet, daß je nach Neigungswinkel ein anderer Bereich  $\Delta h$  von den Hebelschwankungen überdeckt wird. Wir wollen als Schwankungsbereich der Hebel die Hebeländerung im Seegang definieren, die nur noch mit einer geringen Wahrscheinlichkeit überschritten wird. Nehmen wir an, daß die maximalen Hebelschwankungen in einer <sup>Welle von</sup> Schiffslänge auftreten, können wir aus einer Statistik der zugehörigen Wellenhöhe eine Berechnungshöhe wählen.

Bild 10 zeigt die Steigung  $\frac{H_W}{L_W}$  über der relativen Häufigkeit für 100 m-Wellen im Nordatlantik, berechnet aus statistischen Daten von R o l l [65]. Der Schwankungsbereich der Hebel wurde für eine Wellenhöhe von 6,7 m berechnet, die für 100 m-Wellen nur noch von 2 % aller Wellen übertroffen wird.

Da Wellenberg und Wellental wegen des Einflusses der Zwischenlagen auf den mittleren Hebel  $\bar{h}$  unterschiedliche Abweichungen vom Mittelwert in regelmäßigen Wellen ergeben, wird hier für die Berechnung der Mittelwert aus Berg- und Talabweichung als Schwankungsbereich festgelegt, siehe Bild 11:

$$\Delta h (\varphi) = \frac{1}{2} (h_T - h_B) \quad (4.1.6)$$

Nimmt man nun an, daß dieser so ermittelte Schwankungsbereich den  $3 \sigma_{\Delta h}$ -Bereich der normalverteilten Hebelschwankungen darstellt, so ergibt sich etwa eine Darstellung der Verteilungsdichte der Hebel über dem Neigungswinkel nach Bild 12.

Am Analogrechner können die mittlere Seegangshebelkurve  $\bar{h} (\varphi)$  und die Schwankungsbreite  $\Delta h (\varphi)$  mit Funktionsgebern nachgebildet werden.

Für die Darstellung der zeitlichen Schwankungen der Hebel innerhalb dieses so gebildeten Bereiches muß nun noch eine unregelmäßige Zeitfunktion eingeführt werden. Die Zeitfunktion der Hebelschwankungen ist für regelmäßige See durch die Kurven in Bild 5 bzw. durch Überlagerung der Fourierkomponenten gemäß Bild 8 gegeben. Für unregelmäßige See sind sinngemäß kontinuierliche Hebelspektren heranzuziehen. Dabei ist jedoch zu beachten, daß zwischen den einzelnen Zeitfunktionen mit  $\varphi$  als Parameter ein direkter Zusammenhang besteht. Es dürfen daher nicht für eine Schwingungsrechnung für verschiedene  $\varphi = \text{const}$  verschiedene Ziehungen  $h_\varphi(t)$  genommen werden, sondern es müssen die vorher berechneten Hebelwerte in der richtigen zeitlichen Zuordnung beibehalten werden. Die Spektren dienen hier nur als Aussage für statistische Mittelwerte.

Ein kurzer Ausschnitt aus zeitlichen Schwankungen von aufrichtenden Hebeln in unregelmäßigem Seegang für mehrere konstante Neigungswinkeln  $\varphi_1$  ist in Bild 13 dargestellt. Wie schon angedeutet, sind die verschiedenen Kurven zeitlich



direkt miteinander gekoppelt. Phasenziehungen dürfen nur für den erregenden Seegang vorgenommen werden, dem dann eine zusammenhängende Kurvenschar von Hebeln zugeordnet ist.

Es ist nun nach Bild 13 plausibel, daß die auf den Schwankungsbereich bezogenen zeitlichen Hebelschwankungen für verschiedene  $\varphi_i$  nur unwesentlich voneinander abweichen werden. Um die Unregelmäßigkeit grundsätzlich in die Rechnung einzu beziehen, scheint daher der näherungsweise Ansatz mit einem mittleren normierten Spektrum für den ganzen Neigungswinkelbereich gerechtfertigt. Er ermöglicht es, für alle Neigungswinkel mit nur einer normierten Schwankungsfunktion  $H_n(t)$  zu rechnen. Das ist besonders für eine Lösung am Analogrechner wichtig.

Der mittleren normierten Hebelschwankung  $H_n(t)$  zugeordnet ist das normierte Hebelspektrum  $S_n(f)$ . Es wurde für diese Untersuchungen als logarithmisch normalverteilt angenommen. Erste numerische Ergebnisse für Hebelspektren der Schiffsförm Series 60 konnten die Berechtigung zu diesem Ansatz bestätigen. Bild 14 zeigt eine Gegenüberstellung eines normierten Seegangsspektrums nach P i e r s o n und M o s k o w i t z [61] mit dem normierten Hebelspektrum für einen Krängungswinkel von  $30^\circ$ .

Wenn wir annehmen, daß der Schwankungsbereich  $\Delta h(\varphi)$  dem  $3\sigma_{\Delta h}$ -Bereich der nach  $N(0, \sigma_{\Delta h}^2)$  verteilten Hebelschwankungen entspricht, so läßt sich die zugehörige Streuung

$s_{\Delta h}$  leicht berechnen:

$$s_{\Delta h}(\varphi) = \frac{1}{3} \Delta h(\varphi) = t_h \cdot \Delta h(\varphi) \quad (4.1.7)$$

Allgemein sei  $t_h = \frac{s_{\Delta h}}{\Delta h}$  das Verhältnis Streuung zu Schwankungsbereich.

Mit Hilfe des Parsevalschen Theorems, das besagt, daß die Fläche unter dem Spektrum gleich der Varianz des Zeitvorganges ist,

$$\int_0^{\infty} 2 S_{\Delta h \Delta h}(f) df = \overline{\Delta h^2} = \sigma_{\Delta h}^2 \quad (4.1.8)$$

ist dann bei Annahme eines Spektrums vom logarithmischen Normaltyp auch das Spektrum bekannt ( $M = \log e = 0,4343$ ):

$$S_{\Delta h \Delta h} = \frac{M}{\sqrt{2\pi} \Delta h^2 f} \exp \left[ - \frac{(\log f - \log f_{med})^2}{2 \Delta h^2} \right] \quad (4.1.9)$$

Das normierte Spektrum  $S_n$  ist das Hebelspektrum, bezogen auf seinen Effektivwert:

$$S_n(f) = \frac{2 S_{\Delta h \Delta h}(f)}{\Delta h^2} \text{ für } \varphi = \text{const} \quad (4.1.10)$$

Es ist dann

$$\sqrt{2 S \cdot \Delta f} = \sqrt{\Delta h^2 \cdot S_n \cdot \Delta f} = t_n \cdot \Delta h(\varphi) \sqrt{S_n \cdot \Delta f} \quad (4.1.11)$$

Damit erhalten wir für den stochastischen Hebel in Abhängigkeit vom Rollwinkel  $\varphi$  und der Zeit folgenden Ausdruck:

$$h(\varphi, t) = \bar{h}(\varphi) + t_n \cdot \Delta h(\varphi) \cdot H_n(t) \quad (4.1.12)$$

$$\text{mit } H_n(t) = \sum_{p=1}^N S_{np} \Delta f_p \cdot \sin(\omega_p t + \epsilon_p)$$

#### 4.2 Stochastische Rollbewegung

Das Schiff wird durch äußere Störungen zu Rollschwingungen angeregt. Ändern sich die Kennlinien des Schiffes, oder anders ausgedrückt, die Koeffizienten der Bewegungsgleichung, mit der Zeit, so wird die Rollbewegung zusätzlich beeinflusst. Selbst bei relativ geringen äußeren Störungen kann dann allein die Änderung der Systemkennlinien je nach Amplitude, Frequenz und Phase dieser Schwankungen zum Kentern des Schiffes führen. Da wir uns in dieser Arbeit auf die Untersuchung des Einflusses längslaufender See beschränken

wollen, sollen hier keine äußeren krängenden Momente aus schrüglauferndem Seegang oder aus Winddruck angenommen werden, die eine Erhöhung der Kentergefahr darstellen.

Die Rollbewegung des Schiffes - in Bild 4 als Ausgangssignal des Ersatzsystems II gekennzeichnet - ist ein dynamischer Vorgang. In Abschnitt 3.3 wurde die allgemeine Form der Bewegungsgleichung für das rollende Schiff mit einem Freiheitsgrad abgeleitet, siehe Gleichung (3.3.7):

$$I'_{\varphi\varphi} \ddot{\varphi} + N_{\varphi\varphi} \dot{\varphi} + \rho g \nabla h(\varphi, t) = M_k(\varphi, t)$$

Dabei wird vor allem der Einfluß von Tauchschwingungen des Schiffes auf die Rollbewegung nicht berücksichtigt.

Es ist bekannt, daß für das schwingende Schiff im Seegang neben den hydrostatisch ermittelten Schwankungen der aufrichtenden Hebel gemäß der Wellenkontur am Schiff, die in Abschnitt 4.1 näher untersucht wurden, hydrodynamische Effekte eine Rolle spielen. Es sind dies einmal der sog. "Smith-Effekt", der die dynamischen Vorgänge in einer Welle ohne Anwesenheit des Schiffes berücksichtigt. Er kennzeichnet die Abhängigkeit der Druckschwankungen in einer Welle von der Tiefe unter der Wasseroberfläche. Der Smith-Effekt bewirkt im allgemeinen eine Verminderung der hydrostatisch ermittelten aufrichtenden Hebel. Zum anderen wird das Wellenbild durch die Anwesenheit des Schiffes gestört. Der Einfluß des Schiffskörpers bewirkt eine Deformation der Wellen [28, 43]. Diese Deformation führt im allgemeinen zu einer kleineren wirksamen Wellenhöhe im Vergleich zum ungestörten Wellenbild. Für regelmäßige Wellen im linearen Rollwinkelbereich sind diese Effekte bereits meßtechnisch und potentialtheoretisch erfaßt worden. Grundsätzlich scheint es möglich, wenigstens näherungsweise diese hydrodynamischen Effekte auch für das Schiff im nichtlinearen Bereich bei unregelmäßiger See zu berechnen. Es soll jedoch hier mit der Gültigkeit der sog. Froude-Krylowschen Hypothese gerech-

net werden, die voraussetzt, daß das Schiff die Wellen nicht beeinflusst. Auch der Smith-Effekt wird bei der Berechnung der aufrichtenden Hebel nicht berücksichtigt. Da beide Effekte gegenläufige Wirkung haben, ist anzunehmen, daß sich diese Vereinfachungen nicht zu großen Fehlern aufsummieren. Neben den hydrodynamischen Einflüssen auf die hydrostatisch ermittelten aufrichtenden Momente eines Schiffes im Seegang sind am schwingenden System die dynamischen und hydrodynamischen Größen des Schiffes beteiligt. Sie sind in Gleichung (3.3.7) im Massenträgheitsmoment  $I'_{\varphi\varphi}$  und in der Dämpfungsgröße  $N_{\varphi\varphi}$  enthalten. Es ist sicher, daß die hydrodynamischen Größen bei stochastischer Änderung der Umströmung des Schiffskörpers ebenfalls stochastische Änderungen erfahren. So wird die sich zeitlich unregelmäßig ändernde Form des abgeschnittenen Unterwasservolumens des Schiffskörpers vor allem bei großen Rollwinkeln eine Änderung sowohl des <sup>Massenträgheitsmomentes</sup> hydrodynamischen ~~Masse~~  $I''_{\varphi\varphi}$  als auch der Dämpfungsgröße  $N_{\varphi\varphi}$  bewirken. Über die näheren Zusammenhänge und die Größe dieser Änderungen in unregelmäßigem Seegang bei großen Rollamplituden ist jedoch nichts bekannt. Für die numerische Berechnung werden daher vorerst starke Vereinfachungen gemacht, bei denen zu erwarten ist, daß <sup>sie</sup> die Ergebnisse nicht verfälschen.

Das resultierende Massenträgheitsmoment aus Massenträgheitsmoment des Schiffes und hydrodynamischem Massenträgheitsmoment

$$I'_{\varphi\varphi} = I_{\varphi\varphi} + I''_{\varphi\varphi} \quad (4.2.1)$$

kann nun auf die Schiffsmasse bezogen werden:

$$\frac{I'_{\varphi\varphi}}{m_s} = i'^2_{\varphi\varphi} \quad (4.2.2)$$

Der Trägheitsradius  $i'_{\varphi\varphi}$  wird hier proportional der Schiffsbreite  $B$  gesetzt, wie es auch sonst für vereinfachte Ansätze üblich ist:

$$i'_{\varphi\varphi} = 0,4 B \quad (4.2.3)$$

Die Dämpfungsgröße  $N_{\varphi\varphi}$  wird auf das dimensionslose Dämpfungsmaß  $D$  zurückgeführt:

$$\frac{N_{\varphi\varphi}}{I_{\varphi\varphi}} = 2\delta = 2D\omega_m \quad (4.2.4)$$

$$D = \frac{\delta}{\omega_m} = -\frac{1}{2\pi} \ln \frac{\varphi_{n+1}}{\varphi_n} \quad (4.2.5)$$

$\delta$  Abklingkonstante  $[\text{sec}^{-1}]$   
 $\omega_m$  mittlere Eigenfrequenz im Seegang  $[\text{sec}^{-1}]$

Dabei wird  $\omega_m$  aus dem mittleren  $\overline{GM}_m$  des Schiffes im Seegang unter der Annahme eines konstanten Rollträgheitsradius  $i'_{\varphi\varphi}$  bestimmt:

$$\omega_m = \frac{1}{i'_{\varphi\varphi}} \cdot \sqrt{g \cdot \overline{GM}_m}$$

Für große Rollwinkel ist die Dämpfung nicht mehr linear. Bis etwa  $20^\circ$  Rollwinkel wird daher die lineare Dämpfung oft um ein dem Quadrat der Winkelgeschwindigkeit  $\dot{\varphi}$  proportionales Glied ergänzt:

$$N_{\varphi\varphi} \dot{\varphi} = N_{\varphi\varphi}(1) \dot{\varphi} + N_{\varphi\varphi}(2) |\dot{\varphi}| \dot{\varphi} \quad (4.2.6)$$

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 |\dot{\varphi}| \quad (4.2.7)$$

Für noch größere Rollamplituden reicht der quadratische Term jedoch nicht. Vor allem durch das Überkommen von Wasser über Seite Deck wird die Dämpfung bei sehr großen Neigungswinkeln beträchtlich erhöht. Man muß dann noch Terme höherer Ordnung ansetzen:

$$\delta = \sum_{i=1}^n \delta_i |\dot{\varphi}|^{i-1} \quad (4.2.8)$$

Praktisch kann man die Dämpfung am Schiff oder Schiffmodell durch einen Ausschwingversuch ermitteln. Hierbei erhält man nun mit steigenden Rollamplituden ein nichtlinear wachsendes

Abklingen der Schwingung. Es sind Ergebnisse aus Modellmessungen von G r i m [40] bis  $35^\circ$  Rollamplitude und aus japanischen [25] Messungen bis  $40^\circ$  Rollamplitude bekannt. Es ergibt sich aus dieser Auftragung des Dämpfungsmaßes eine funktionale Abhängigkeit vom Rollwinkel. Wir wollen sie in den linearen Anteil für das aufrecht schwimmende Schiff und in den Anteil, der in Abhängigkeit vom Rollwinkel hinzukommt, aufspalten:

$$D = D_0 + D_\varphi \quad (4.2.9)$$

Durch Vergleich der Rechenergebnisse mit Kenterversuchen wird es nach und nach sicher möglich sein, den vorliegenden Ansatz auch bezüglich der hydrodynamischen Kräfte am Schiff zu verfeinern. Es darf jedoch aufgrund bisheriger Modellergebnisse [34, 59, 60, 48] als sicher gelten, daß allein durch die hydrostatisch berechneten Änderungen der aufrichtenden Hebel wesentliche Einflüsse in den Kennlinien des Systems II erfaßt sind.

Die bei Bewegung des Schiffes sich jeweilig einstellenden Rollwinkel lassen sich nun aus der Betrachtung der aufrichtenden Hebel und ihrer stochastischen Schwankungen nicht ablesen. Zu ihrer Kenntnis ist vielmehr die Lösung der Bewegungsgleichung erforderlich. Das erscheint selbstverständlich, muß aber besonders hervorgehoben werden, da es bis heute praktisch nicht üblich ist, diese Lösung für ein zu bauendes Schiff zu bestimmen. Das liegt einmal in der Schwierigkeit bei der Erfassung aller Einflußgrößen und ihrer stochastischen Schwankungen und in dem numerischen Umfang der Berechnung begründet. Andererseits können allein aus den aufrichtenden Hebeln schon grundsätzliche Tendenzen der Rollbewegung abgelesen werden. So ist es sofort klar, daß die aufrichtenden Hebel für einen bestimmten Rollwinkelbereich positiv sein müssen, bzw. die Summe aufrichtender und krängender Hebel ( $h + k$ ). Versuche, über Größe und Umfang dieses positiven Hebelbereiches in Glattwasser Kriterien

für die Kentersicherheit zu formulieren, haben sich jedoch als zu vereinfacht und als Kriterium nicht hinreichend erwiesen.

Eine Erweiterung der Kriterien auf Mittelkurve der aufrichtenden Hebel und Schwankungsbereich erfaßt schon besser den Sachverhalt. Über erforderliche Größe und Umfang dieser Hebel kann genauer aber auch nur die Kenntnis des zugehörigen Bewegungsablaufs Aufschluß geben. Dies gilt vornehmlich, da noch weitere, in der Hebeldarstellung nicht erfaßte Einflußgrößen hinzukommen, wie die zeitliche Folge der Hebelschwankungen und Resonanzerscheinungen oder die Rolldämpfung. Für Entwurfszwecke und als Sicherheitskriterium kann auch in Zukunft die Hebelbetrachtung ausreichend sein, wenn genügend zugehörige Lösungen bekannt sind.

Da es immer nur ein Pauschalurteil über die Kentersicherheit bei so unterschiedlichen Bedingungen geben kann, sollten als Kriterium mögliche kritische Betriebszustände herangezogen werden, und dazu gehören Fahrt des Schiffes in achterlicher bzw. schräg achterlicher See mit bestimmten Froudeschen Zahlen.

Die Rollbewegung folgt also aus der Integration einer Differentialgleichung zweiter Ordnung mit den Anfangsbedingungen  $\varphi_0$  und  $\dot{\varphi}_0$ . Schränken wir das Problem soweit ein, daß keine äußeren Störungen auf das System wirken, und betrachten den reinen Einfluß längslaufender See. Es soll der Fall des aufrecht schwimmenden Schiffes ohne Vorkrägung untersucht werden. Dann muß bei Beginn der Rechnung für  $\varphi_0 = 0$  eine Bewegungsgröße  $\dot{\varphi}_0 \neq 0$  vorhanden sein, um das Rollen anzustoßen. Für numerische Rechnungen ergibt sich nun das Problem der Größe dieser Anfangsbedingungen. Am Analogrechner ist ohnehin in der aufrechten Lage immer ein kleines aufrichtendes Moment vorhanden, das sich mit der stochastischen Zeitfunktion der Hebelschwankungen ändert und zum Anregen einer Schwingung genügt. Das entspricht dem Vorhandensein eines kleinen krägenden Momentes. Beschaltet man

die Rechenschaltung nicht zusätzlich mit Anfangswerten, so sind recht große Hebelschwankungen erforderlich, um das Schiff über parametrische Erredung zum Kentern zu bringen. Beginnt man die Rechnung mit größeren Anfangswerten, tritt auch eher Kentern ein, siehe hierzu Bild 15.

Um einen ersten Überblick zu bekommen, wurden statistische Berechnungen von Kenterfällen am Analogrechner mit konstanten Anfangsbedingungen durchgeführt. Für solche Berechnungen von relativ kurzzeitigen Ausschnitten aus der Fahrzeit eines Schiffes sind Rechnungen mit konstanten Anfangsbedingungen sinnvoll. Berechnet man Lösungen der Bewegungsgleichung, die auch nach längerer Zeit (>10 Minuten) nicht zum Kentern des Schiffes führen, empfiehlt es sich, diese Einschränkung fallen zu lassen und stochastische Störungen einzuführen, die etwa aus seitlichen Seegangskomponenten und Windmomenten bzw. Kursschwankungen des Schiffes herrühren. Vorerst wurden jedoch auch einige Langzeitrechnungen noch mit konstanten Anfangsbedingungen ohne äußere Störungen durchgerechnet (Abschnitt 7.5), um den Einfluß verschiedener Froudescher Zahlen auf die Rollwinkelverteilung zu bestimmen.



## 5. Einfluß der Schiffsgeschwindigkeit =====

### 5.1 Transformierte Hebelspektren

Fährt ein Schiff mit der Geschwindigkeit  $v$  im Seegang, so ändert sich je nach Geschwindigkeit  $c$  der passierenden Wellen die Begegnungsfrequenz  $f^*$ . Entsprechend werden sich auch die Frequenzen der zugehörigen Hebelschwankungen  $h_{\varphi}(t)$  verschieben. Wir wollen nun die Transformation eines Hebelspektrums bei verschiedenen Fahrtgeschwindigkeiten des Schiffes näher untersuchen. Genau genommen "erfährt" das Schiff je nach Fahrtgeschwindigkeit  $v$  und Kurs  $\chi$  bezüglich der Wellenfortschrittsrichtung das auf das Schiff transformierte Seegangsspektrum  $S_{\varphi}^*$ , aus dem das Hebelspektrum  $S_{hh}^*$  berechnet werden muß, siehe Bild 16. Aus Gründen der Einfachheit soll hier jedoch das Hebelspektrum für das Schiff ohne Fahrt einer Geschwindigkeitstransformation unterworfen werden. Dazu können die von *S t . D e n i s* und *P i e r s o n* [66] angegebenen Beziehungen benutzt werden.

Zunächst muß das Koordinatensystem festgelegt werden. Wir wollen das schiffsfeste System zugrundelegen, d.h. wir wollen betrachten, was ein Beobachter am Schiff für Begegnungsfrequenzen erfährt. Die positive Richtung der Schiffsgeschwindigkeit  $v$  und die positive Richtung der Wellengeschwindigkeit  $c$  seien in Richtung des Weges  $x$  gerichtet. Dabei ist das  $xy$ -System raumfest, das  $x^*y^*$ -System schiffsfest orientiert. Der Nullpunkt des schiffsfesten Systems liegt im Schwerpunkt des Schiffes. Zwischen beiden Systemen gelten die Transformationsbeziehungen:

$$x^* = x - vt \quad (5.1.1)$$

$$y^* = y \quad (5.1.2)$$

$$\chi^* = \chi \quad (5.1.3)$$

mit  $v$  = Schiffsgeschwindigkeit

$\chi$  = Kurswinkel

Wir beschränken uns hier auf die Fahrt des Schiffes in Richtung der Wellen - achterliche See - und auf Fahrt des Schiffes entgegen der Wellenrichtung - vorliche See. Für achterliche See ist der Kurswinkel  $\chi^* = 0$ , für vorliche See  $\chi^* = \pi$ .

Die Kontur einer in Fahrtrichtung des Schiffes laufenden Einzelwelle im raumfesten System kann dann beschrieben werden durch den Ausdruck:

$$\xi_p(x, t) = c_p \cos \left[ \frac{\omega_p^2}{g} x - \omega_p t - \varepsilon_p \right] \quad (5.1.4)$$

für  $\chi = 0$

Geht man auf das schiffsfeste System über, erhält man mit (5.1.1):

$$\xi_p(x, t) = c_p \cos \left[ \frac{\omega_p^2}{g} x - \left( \omega_p - \frac{\omega_p^2}{g} v \right) t - \varepsilon_p \right] \quad (5.1.5)$$

Hierbei ist jetzt die Begegnungsfrequenz zwischen Wellen und Schiff

$$\omega^* = \omega - \frac{\omega^2}{g} v \quad (5.1.6)$$

Mit der Beziehung für die Wellengeschwindigkeit

$$c = \frac{g}{\omega} \quad (5.1.7)$$

wird

$$\omega^* = \omega \left( 1 - \frac{v}{c} \right) = \omega (1 - \alpha) \quad (5.1.8)$$

wobei  $\alpha = \frac{v}{c} \quad (5.1.9)$

das Verhältnis von Schiffs- zu Wellengeschwindigkeit darstellt.

Die abgeleiteten Beziehungen legen den Fall der rein achterlichen See zugrunde. Für vorliche See ergibt sich mit  $\chi = \pi$ :

$$\xi_p(x, t) = c_p \cos \left[ \frac{\omega_p^2}{g} x - \left( \omega_p + \frac{\omega_p^2}{g} v \right) t - \varepsilon_p \right] \quad (5.1.10)$$

Praktisch wollen wir immer die Formeln für achterliche See verwenden. Wechselt das Schiff die Fahrtrichtung um  $180^\circ$ ,

brauchen wir nur die Schiffsgeschwindigkeit  $v$  negativ einzusetzen.

Für das Schiff ohne Fahrt fallen raumfestes und schiffsfestes System zusammen. Das schiffsfeste System für das Schiff ohne Fahrt wollen wir im folgenden das Originalsystem nennen.

Die Begegnungsfrequenz gemäß Gleichung (5.1.8) soll nun näher untersucht werden. Für vorliche See ergibt sich mit  $\text{sign}(v) = -1$ , daß die Begegnungsfrequenzen mit der Geschwindigkeit des Schiffes größer werden. Dagegen werden in achterlicher See mit  $\text{sign}(v) = 1$  die Begegnungsfrequenzen kleiner. Je nach der Größe von  $v$  ergeben sich jedoch bestimmte Bereiche:

a)  $v < c, \alpha < 1$

Das Schiff ist langsamer als die Welle und wird von ihr überholt.

b)  $v = c, \alpha = 1$

Das Schiff fährt mit Wellengeschwindigkeit.

c)  $v > c, \alpha > 1$

Das Schiff ist schneller als die Welle und überholt sie.

Vom Schiff aus scheint es so, als käme die Welle von vorn.

Aus Gleichung (5.1.8) erhalten wir hierbei negative Begegnungsfrequenzen. Das negative Vorzeichen hat also einen anschaulichen Sinn. Es besagt, daß Wellen, bezogen auf das Schiff, scheinbar aus der entgegengesetzten Richtung kommen, als es tatsächlich der Fall ist.

Wir wollen nun Gleichung (5.1.8) noch etwas umformen und schreiben mit

$$c = L_W \cdot f = \frac{g}{2\pi f} \quad (5.1.11)$$

$$F = \frac{v}{\sqrt{g L}} \quad \text{Froudesche Zahl} \quad (5.1.12)$$

$$\lambda = \frac{L}{L_W} \quad \text{Verhältnis Schiffslänge zu kennzeichnender Wellenlänge} \quad (5.1.13)$$

$$K = \left| \frac{2\pi}{g} \sqrt{g \mathcal{L} L_W} \right| \text{ [sec]} \quad \text{Längenzahl} \quad (5.1.14)$$

$$\omega = 2\pi f \quad (5.1.15)$$

folgende Beziehung für die Begegnungsfrequenz an:

$$f^* = f (1 - KFf) \quad (5.1.16)$$

Hierbei muß für achterliche See  $F$  positiv, für vorliche See  $F$  negativ eingesetzt werden.

Es ist

$$\alpha = \frac{v}{c} = KFf \quad (5.1.17)$$

Aus Beziehung (5.1.16) läßt sich nun mit den Eingangsgrößen  $L_W, \mathcal{L}, F$  und  $f$  das zugehörige  $f^*$  berechnen.

Für den Fall b) in achterlicher See, bei Fahrt des Schiffes mit Wellengeschwindigkeit,

$$v = c, \quad \alpha = 1$$

läßt sich nun leicht in Abhängigkeit von der Schiffslänge und der Froudeschen Zahl die zugehörige Wellenfrequenz angeben.

Aus (5.1.16) folgt für  $f^* = 0$

$$f_v = \frac{1}{KF} \quad (5.1.18)$$

Wir wollen nun auf die Betrachtung der Hebelspektren am fahrenden Schiff übergehen. Für das Schiff im Originalsystem (Schiff ohne Fahrt,  $F = 0$ ) sei das Hebelspektrum für einen konstanten Neigungswinkel  $\varphi$  in längslaufender See gegeben durch  $S_{hh}(f)$ .

Wenden wir die Transformationsbeziehungen für den Seegang auch auf das Hebelspektrum am fahrenden Schiff an, können wir für das transformierte Hebelspektrum schreiben [66, 36]:

$$S_{hh}^*(f^*) = \frac{S_{hh}(f)}{(1 - 4\alpha^*)^{\frac{1}{2}}} \quad (5.1.19)$$

Dabei ist  $\alpha^*$  analog Gleichung (5.1.17) definiert zu

$$\alpha^* = \frac{v}{c} = Kf^* \quad (5.1.20)$$

(5.1.16) in (5.1.18) eingesetzt ergibt:

$$\alpha^* = \alpha - \alpha^2 = Kf - (Kf)^2 \quad (5.1.21)$$

Mit (5.1.16) und (5.1.21) ergibt sich dann für die Frequenz  $f_v$  nach (5.1.18) der transformierte Spektralwert in achterlicher See aus (5.1.19) sofort zu

$$S_{hh}^* (0) = S_{hh} (f_v) \quad (5.1.22)$$

wegen

$$f_v = 0, \alpha^* (f_v) = 0.$$

Das bedeutet, daß die Spektraldichte für die Frequenz  $f_v$  im transformierten Bereich ihren Betrag nicht ändert, ein auch anschaulich zu erwartendes Ergebnis.

Im transformierten Spektrum kann nun bei achterlicher See eine Unstetigkeit auftreten. Wird der Nenner in (5.1.19) zu Null, so wächst  $S_{hh}^*$  über alle Grenzen. Wir erhalten aus

$$1 - 4\alpha^* = 0 \quad \alpha_{\infty}^* = \frac{1}{4} \quad (5.1.23)$$

Die zugehörige Frequenz ist nach (5.1.20)

$$f_{\infty}^* = \frac{1}{4KF} \quad (5.1.24)$$

Im untransformierten Bereich wird die zugehörige Frequenz  $f_{\infty}$  aus (5.1.21):

$$f_{\infty} = \frac{1}{2KF} \quad (5.1.25)$$

mit

$$\alpha_{\infty} = \frac{1}{2} = 2\alpha_{\infty}^* \quad (5.1.26)$$

Die Unstetigkeitsstelle ist gleichzeitig die maximale Frequenz im transformierten Bereich, wie aus Ableitung von

(5.1.16) nach  $f$  sofort zu sehen ist:

$$\frac{df^*}{df} = 1 - 2 Kf = 0$$

$$f_{\max} = f_{\infty} = \frac{1}{2 Kf} \quad (5.1.27)$$

$$\alpha_{\max} = \alpha_{\infty} = \frac{1}{2} \quad (5.1.28)$$

Die beiden ausgezeichneten Punkte auf der Frequenzachse  $f_v$  und  $f_{\infty}$  im Originalsystem bzw.  $f^* = 0$  und  $f_{\infty}^*$  im transformierten System teilen nun das Spektrum in drei Bereiche, die sich auch anschaulich interpretieren lassen.

Bild 17 zeigt die Bereiche in einem untransformierten Spektrum.

Zu beiden Seiten der Frequenz  $f_{\infty}$  werden die transformierten Frequenzen  $f^*$  wieder kleiner. Bei den Frequenzen  $f = 0$  und  $f = f_v$  wird die transformierte Frequenz  $f^*$  zu Null. Praktisch wichtig ist von beiden nur der Punkt  $f_v$ . Für Frequenzen  $f > f_v$  werden die  $f^*$  negativ.

In Übereinstimmung mit St. Denis / Pierson wollen wir die Bereiche in steigender Frequenz mit römischen Ziffern nummerieren. Es sind dann also:

Bereich I:

$$0 < f < f_{\infty}, \quad 0 < f^* < f_v^*$$

$$-\infty < \alpha < \frac{1}{2}, \quad -\infty < \alpha^* < \frac{1}{4}$$

Bereich II:

$$f_{\infty} < f < f_v, \quad f_{\infty}^* > f^* > 0$$

$$\frac{1}{2} < \alpha < 1, \quad \frac{1}{4} > \alpha^* > 0$$

Bereich III:

$$f > f_v, \quad f^* < 0$$

$$1 < \alpha < \infty, \quad 0 > \alpha^* > -\infty$$

Die Grenze zwischen Bereich I und II ist bestimmt durch

$$f_{\infty} = 2f_{\infty}^* \text{ mit } f^* = \frac{1}{4 \text{ KF}_{\infty}}$$

$$\alpha_{\infty} = \frac{1}{2}, \alpha_{\infty}^* = \frac{1}{4}$$

Da sich die Spektralbereiche oberhalb und unterhalb von  $f_{\infty}$  im transformierten System unterhalb von  $f_{\infty}^*$  überlagern, wird für diese Bereichsgrenze  $f_{\infty}$  der Begriff "Klappfrequenz" oder "Faltfrequenz" eingeführt.

Die Grenze zwischen Bereich II und III ist bestimmt durch

$$f_v = 2f_{\infty} = 4f_{\infty}^*$$

$$\alpha_v = \alpha_v^* = 1$$

Für  $f > f_v$ ,  $f^* < 0$  (Bereich III) scheinen die Spektralkomponenten vom Schiff aus von vorn zu kommen ( $\chi^* = \pi$ ), obwohl sie die gleiche Laufrichtung wie das Schiff besitzen ( $\chi = 0$ ). Das Schiff ist also schneller als diese Komponenten.

Praktisch wird man bei Messung am Schiff oder in der Auswirkung auf das Schiff diese Richtungsunterscheidung nicht wahrnehmen können. Vielmehr wird sich dieser Teil des Spektrums auf der negativen Achse mit dem Spektrum auf der positiven Achse für die Frequenzen gleichen Betrages überlagern.

Die Lage der Frequenz  $f_v$  im Originalspektrum ist nun nach (5.1.18) umgekehrt proportional der Froudeschen Zahl  $F$  und der Wurzel aus der Schiffslänge  $L = \mathcal{N} L_w$ . Haben wir ein bestimmtes Originalspektrum vorliegen, so sei  $L_w$  eine Bezugslänge, die nach der klassischen Wellenformel  $L = \frac{g}{2\pi f^2}$

einer Begegnungsfrequenz des Spektrums entspricht. Es wurde als Bezugslänge der Median  $f_{\text{med}}$  des Originalspektrums gewählt mit  $f_{\text{med}} = 0,125 \text{ Hz}$  und  $L_w = L_{\text{med}} = 100 \text{ m}$ .

Diese Art der Darstellung ist sinnvoll, weil für praktische Untersuchungen immer ein Seegangsspektrum des Fahrtgebietes oder des Unfallortes bekannt sein muß. Diesem Spektrum wird dann das Schiff mit seinen Daten zugeordnet, hier im wesentlichen seine Länge und seine Fahrtgeschwindigkeit, wenn es sich um achterliche See handelt.

Je nach der Schiffslänge  $L$  erhalten wir nun für eine konstante Froudesche Zahl verschiedene Grenzen  $f_v$ . Für Schiffslängen  $L$  zwischen 50 und 200 m entsprechend  $\mathcal{L}$ -Werten zwischen 0,5 und 2 sind die  $f_v$  über  $F$  mit  $\mathcal{L}$  als Parameter in Bild 18 aufgetragen. Eine doppelt-logarithmische Darstellung ergibt Geraden. Man erkennt, daß mit steigender Froudescher Zahl der Bereich III des Spektrums immer größer wird.

Der Frequenzbereich III, also der Bereich mit negativen transformierten Frequenzen in achterlicher See, wächst nur mit der Wurzel aus der Schiffslänge. Andererseits wird der Bereich III zu Null, wenn keine Teilkomponente im Originalspektrum enthalten ist, die langsamer als das Schiff ist,  $c > v$ , d.h. wenn die Grenzfrequenz größer als die größte beim Originalspektrum noch zu berücksichtigende obere Frequenz ist,  $f_v > f_0$ .

Für die weitere numerische Behandlung beschränken wir uns auf den Sonderfall für

$$\mathcal{L} = 1, L = L_w = L_{med} \quad (5.1.29)$$

Die dazugehörigen transformierten Spektren sind in Bild 20 für verschiedene Froudesche Zahlen graphisch dargestellt. Ist die Falzfrequenz  $f_\infty$  größer als  $f_0$ , so tritt auch in achterlicher See nur der Bereich I auf. Das ist für  $\mathcal{L} = 1$  bis zur Froudeschen Zahl von  $F = \frac{1}{2Kf_0}$  der Fall.

Für  $F > \frac{1}{2Kf_0}$  tritt zum Bereich I der Bereich II hinzu

(hier  $F = 0,0775$  mit  $K = 20$  sec und  $f_0 = 0,3225$  Hz).

Der Bereich III tritt erst für  $F > \frac{1}{Kf_0}$  auf



(hier  $F = 0,155$  mit  $K = 20$  sec und  $f_0 = 0,3225$  Hz).

Bild 19 zeigt das transformierte Spektrum in achterlicher See für eine Froudesche Zahl von 0,25. Es enthält ferner das resultierende transformierte Spektrum  $S_d^*$  über dem Betrag der Frequenz.

## 5.2 Transformation der Bandbreite

Es soll noch untersucht werden, wie sich die Breite des Spektrums transformiert, d.h. welchen Frequenzbereich  $f^*$  im transformierten Bereich der Frequenzbereich  $\Delta f = f_o - f_u$  des Originalbereiches überdeckt. Diese Frage hat insofern praktische Bedeutung, als bei Verteilung der resultierenden Gesamtenergie des Spektrums auf ein schmaleres Band die Intensität in diesem Band wachsen muß und bevorzugte Erregungsfrequenzen höherer Energie liefert.

Gefährliche Resonanz des Schiffes zur unregelmäßigen Erregung kann sicher um so eher auftreten, je schmaler das transformierte Spektrum am fahrenden Schiff ist. Von Bedeutung wird aber zusätzlich sein, ob sich in diesem schmalsten Band auch die für das gegebene Originalspektrum maximal mögliche Leistungsdichte konzentriert. Das ist sicher der Fall, wenn Bandmittenfrequenz  $f_m = f_\infty$  im Bereich größter Spektraldichte liegt, etwa bei  $f_{med}$  bzw.  $f_{mod}$  (Median bzw. Modalwert). Dann wird sich die Spitze des Originalspektrums auf das schmalste Band  $\Delta f_{min}^*$  abbilden.

Für  $\lambda = 1$ ,  $L_w = 100$  m und  $f_{med} = 0,125$  Hz erhalten wir dann aus (5.2.5) eine kritische Froudesche Zahl von  $F_{min} = 0,2$ .

Ist das Schiff länger als die Wellen mit maximaler Spektraldichte, so verschiebt sich die kritische Geschwindigkeit zu einer kleineren Froudeschen Zahl; ist das Schiff dagegen kürzer, zu einer größeren Froudeschen Zahl.

Das ist ganz offensichtlich, weil ja die absolute Schiffsgeschwindigkeit  $v$  das gleiche Verhältnis zur Wellengeschwindigkeit  $c$  behalten muß, und dann wird  $F = \frac{v}{\sqrt{gL}}$  mit größerem  $L$  kleiner und umgekehrt.

Ein Band konstanter Breite im transformierten Bereich mit  $f_{\infty}^*$  als oberer Begrenzung, z.B.  $\Delta f_c^*$ , erfaßt je nach Froudescher Zahl verschieden große Flächen des Originalspektrums.

Innerhalb des transformierten Bandes, etwa  $\Delta f^*$  bzw.  $\Delta f_c^*$ , ist die transformierte Spektraldichte  $S_d^*$  nun nicht gleichförmig verteilt, sondern für einige Froudesche Zahlen stark unsymmetrisch zur oberen Bandgrenze  $f_{\infty}^*$  hin verschoben. Die größte Unsymmetrie im Band  $\Delta f_c^*$  tritt für die Froudesche Zahl  $F_{\min}$  auf. Ein anschauliches Bild geben die transformierten Spektren in Bild 20 für verschiedene Froudesche Zahlen.

Bild 21 zeigt das Ergebnis einer Momentenrechnung der in Bild 20 dargestellten transformierten Spektren in achterlichem Seegang bezüglich der Unstetigkeitsstelle  $f_{\infty}^*$  in Abhängigkeit von der Froudeschen Zahl  $F$  mit  $\mathcal{L}$  als Parameter. Die Größe  $M_1$  stellt hier den Schwerpunkt der Fläche unter dem Spektrum bezogen auf  $f_{\infty}^*$  dar. Es ergibt sich für  $\mathcal{L} = 1$ , d.h. für Schiffslänge gleich kennzeichnender Wellenlänge, daß das Minimum bei  $F_{\min} = 0,19$  auftritt.

Änderungen von  $\mathcal{L}$  bringen Verschiebungen von  $F_{\min}$ . Da ein Schiff sicher häufig auf Seegangsspektren in diesem  $\mathcal{L}$ -Bereich treffen wird, ist ein sehr schmales Begegnungsspektrum und damit Resonanz von Fall zu Fall innerhalb eines recht großen Bereiches der Froudeschen Zahl möglich. Die Berechnung des Momentes zweiter Ordnung bezüglich  $f_{\infty}^*$  ergibt die gleiche Tendenz der Kurven wie in Bild 21.

### 5.3 Diskrete Darstellung der transformierten Spektren

Für die rechnerische Darstellung und Erzeugung von Zeitfunktionen aus den transformierten Spektren ist es zweckmäßig, diese durch diskrete Sinuskomponenten anzunähern:

$$H_d(t) = \sum_{p=1}^N c_p^* \sin(\psi_p^* t + \varepsilon_p^*) \quad (5.3.1)$$

Hierzu werden nun die zugehörigen Spektraldichten über dem Betrag der Frequenz aufgetragen:

$$S_d^* (|f^*|) = S^*(-f^*) + S^*(+f^*) \quad (5.3.2)$$

Das entspricht der Vorstellung, daß auch das Schiff in Wirklichkeit nur diese Überlagerung erfährt und keine Unterscheidung nach Richtung der Frequenz vornimmt. Für die diskrete Darstellung birgt dieses Vorgehen aber den Vorteil, daß mit der gleichen Zahl von Komponenten ein doppelt so breiter Frequenzbereich (für + und -) erfaßt werden kann. Das ist besonders für die Darstellung am Analogrechner wegen der begrenzten Anzahl von Rechenkomponenten wichtig.

Es werden also die  $S_d^*$  ermittelt aus der Summe der drei Teilbereiche

$$S_d^* = S_I^* + S_{II}^* + S_{III}^* \quad (5.3.3)$$

Im Originalbereich wurde ein normiertes Spektrum mit logarithmischer Normalverteilung zugrunde gelegt, siehe Bild 17, in der Form

$$S_n(f) = \frac{M}{\sigma f} \varphi(u), \quad \int_0^{\infty} S_n(f) df = 1 \quad (5.3.4)$$

mit  $u = \frac{\log f - \log f_{med}}{\sigma}$

$f_{med}$  Median

$\sigma$  Streuung

$$\varphi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right)$$

$$M = \log e = 0,4343$$

Es wurden folgende Zahlenwerte gewählt:

$$\mu = \log f_{\text{med}} = -0,90325$$

$$\text{für } f_{\text{med}} = 0,125 \text{ Hz und } L_{\text{med}} = 100 \text{ m}$$

$$\sigma = 0,1144$$

$$f_u = 0,0484 \text{ Hz für } u = -3,6$$

$$f_o = 0,3225 \text{ Hz für } u = +3,6$$

Die diskrete Darstellung erfolgt nun so, daß der zu erfassende Frequenzbereich  $\Delta f^*$  in  $n$  Teilbereiche  $\Delta f_i^*$  unterteilt wird. Für die Art der Unterteilung ist ein sinnvolles Kriterium die Bedingung:

$$\int_{\Delta f_i^*} S_d^* (|f^*|) df^* = \text{const für } i = 1, 2 \dots n \quad (5.3.5)$$

Das bedeutet praktisch, daß an Stellen höherer Leistungsdichte die Frequenzachse entsprechend enger geteilt wird, also eine genauere diskrete Erfassung der Spektralbereiche größerer Dichte. Sind die Spektren  $S_d^*$  nicht formelmäßig gegeben, ist eine genaue Einhaltung dieser Bedingung nur über Iterationsrechnungen möglich. Es wurde daher eine einfache Methode gewählt, die die Bedingung (5.2.5) annähernd erfüllt. Es wurden drei verschiedene feste Algorithmen für die Bereichseinteilung programmiert. Je nach Typ des Spektrums  $S_d^*$  wird nun eine dieser Teilungen genommen, die am besten der gewählten Bedingung gerecht wird.

Es sind dies:

1. Logarithmische Teilung mit dem Bildungsgesetz

$$\Delta f_p^* = \Delta f_m \cdot u^{p-m}, \quad m = \text{ENTIER} \left(\frac{n}{2}\right) \quad (5.3.6)$$

zweckmäßig für Spektren, die den Charakter einer Log-Normalverteilung besitzen, vorzugsweise für Transformation bei Fahrt des Schiffes gegen die Wellen und für achterliche See bis zu Froudeschen Zahlen von 0,1. Dabei bestimmt die Untersetzung  $u$  zusammen mit der Anzahl der Komponenten  $n$  den erfaßten Frequenzbereich.

## 2. Arithmetische Teilung mit dem Bildungsgesetz

$$\Delta f_p^* = \frac{n-p+1}{\sum_{p=1}^n p} f_\infty^* \quad (5.3.7)$$

zweckmäßig für transformierte Spektren im Bereich der Froudeschen Zahlen von  $0,15 \leq F \leq 0,30$  bei achterlicher See. Bild 22 zeigt die arithmetische Teilung in sieben Komponenten für  $F = 0,25$ .

Die arithmetische Teilung liefert mit steigender Frequenz  $f$  eine enger werdende Teilung. Das schmalste Frequenzintervall liegt an der Unstetigkeitsstelle  $f_\infty^*$ .

## 3. Lineare Teilung

$$\Delta f_p^* = \frac{1}{n} f^* \quad \text{für alle } p \quad (5.3.8)$$

zweckmäßig für alle transformierten Spektren  $S_d^*$  mit bereichsweise fast konstanter Dichte, für Froudesche Zahlen von  $0,3 < F_n \leq 0,4$  bei achterlicher See.

Für alle Teilungen wurde  $f_\infty^*$  als obere Grenze eines Frequenzintervalls gewählt. Es kann im Programm festgelegt werden, wieviel Komponenten oberhalb der Frequenz  $f_\infty^*$  liegen sollen und wieviel unterhalb. Immer konzentriert sich die Leistungsdichte auf den Bereich unterhalb von  $f_\infty^*$ . Mit wachsender Froudescher Zahl in achterlichem Seegang wächst jedoch der Schwanz des transformierten Spektrums zu negativen Frequenzen hin, der mehr und mehr den Betrag von  $f_\infty^*$  übersteigt, siehe auch Bild 20.

Nach Festlegung der Teilung werden nun die Integrationen des Spektrums  $S_d^*$  über die Frequenzintervalle nicht im transformierten Bereich vorgenommen.

Gemäß der Beziehung

$$\int_{\Delta f^*} S^* df^* = \int_{\Delta f} S df \quad (5.3.9)$$

muß die Gesamtenergie bei Transformation konstant bleiben. Integriert man im Originalbereich, müssen jedoch die entsprechenden Integrationsgrenzen beachtet werden. Es werden daher die Bereichsgrenzen gemäß der gewählten Frequenzteilung in den Originalbereich rücktransformiert. Die Rücktransformation der  $f^*$  nach Gleichung (5.1.16) führt auf eine quadratische Gleichung:

$$f(F, K) = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4KFf^*}}{2KF} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4\alpha^*}}{2\alpha^*} \cdot f^* \quad (5.3.10)$$

Es müssen die negativen und die positiven Frequenzen  $f^*$  eingesetzt werden, und für jede erhalten wir wegen der Wurzel zwei Lösungen. Für die positiven Frequenzen  $f^*$  erhalten wir mit der negativen Wurzel den Bereich I, mit der positiven Wurzel den Bereich II.

Für die negativen Frequenzen  $f^*$  erhalten wir mit der positiven Wurzel den Bereich III.

Der vierte Bereich, der sich formal aus der negativen Wurzel mit  $f^* < 0$  ergibt, ist praktisch ohne Bedeutung. Er bildet die negativen Frequenzen im Originalbereich ab,  $f_{IV} < 0$ .

Ein Bereichsintegral im transformierten Bereich setzt sich damit aus drei Teilintegralen im Originalbereich zusammen:

$$\int_{\Delta f_p^*} S_d^* df = \sum_{i=I}^{III} \int_{\Delta f_{pi}} S df \quad (5.3.11)$$

Es muß noch erwähnt werden, daß die in den Bildern darge-

gestellten Spektren alle normiert sind, d.h. ihre Fläche ist zu eins gesetzt:

$$\int_0^{\infty} S_d^* df^* = \int_{-\infty}^{+\infty} S_n^* df^* = \int_0^{\infty} S_n df = 1 \quad (5.3.12)$$

## 6. Numerische Lösungen =====

### 6.1 Warum Analogrechnen?

Numerische Lösungen des vorliegenden Ansatzes zur Berechnung des Kenterns von Schiffen wurden auf dem Analogrechner ermittelt. Dafür gab es mehrere Gründe:

1. Der wesentliche untersuchte Bereich ist der Bereich der Hebelarmkurve bei großen Neigungswinkeln, wo lineare Ansätze nicht mehr gültig sind. Die zugehörigen nichtlinearen Hebelarmkurven können am Analogrechner bequem in die Rechnung einbezogen werden.
2. Es handelt sich um ein Schwingungsproblem. Schwingsysteme sind leicht am Analogrechner aus den elektronischen Elementen aufzubauen. Der Vorgang wird direkt simuliert, es sind keine Iterationsrechnungen erforderlich.
3. Wegen der Unregelmäßigkeit des erregenden Seegangs ist eine statistische Behandlung unerlässlich. Die dadurch erforderliche Vielzahl von Einzelrechnungen würde beim Digitalrechner sehr viel Rechenzeit erfordern. Am Analogrechner entsteht bei statistischen Rechnungen kaum Mehraufwand, wenn man den Rechenablauf automatisiert und durch logische Entscheidungen steuert.
4. Mit Hilfe des Analogrechners konnte die Lösung des Problems anschaulich erarbeitet werden.
5. Die Genauigkeit der analogen Rechnung ist für dieses Problem ausreichend.
6. Es sollen Zeit und Kosten für die Berechnung gespart werden. Besonders in einem Stadium, wo wegen des erforderlichen Aufwandes an Rechenarbeit und der Unsicherheit der Ansätze bisher nur experimentelle Ergebnisse bekannt sind, sollten lange Rechenzeiten vermieden werden.



Die Durchführung der Rechnungen hat die Gültigkeit dieser Überlegungen bestätigt. Allerdings kommt man beim Analogrechner trotz seiner relativ einfachen Anwendung um eine eingehende Prüfarbeit des Programms nicht herum, ähnlich wie bei der Ausarbeitung digitaler Programme. Da nur einfache Tischrechner zur Verfügung standen, war diese z.T. mühsam, da die Prüfung immer wieder von Hand durchgeführt und ein Protokoll geschrieben werden mußte. Es wurde für unser Problem eine routinemäßige Standardprüfung entwickelt. Zudem war eine Erweiterung der vorhandenen Rechenmöglichkeiten des Tischrechners durch spezielle Steuerkreise nötig, die mit einem modernen Hybridrechner bequemer realisiert werden könnten. Es hängt also wie beim Digitalrechner auch beim Analogrechner sehr vom technischen und organisatorischen Stand des verwendeten Gerätes ab, wie gut es sich für eine Aufgabe einsetzen läßt.

Eine Statistik von 3000 Kenterfällen, deren mittlere Kenterfahrzeit nur eine Minute dauern soll, bedeutet eine Echtzeit von 50 Stunden. Für das digitale Rechenprogramm kann hier im Mittel die dreifache Rechenzeit angenommen werden (nach durchgeführten Testrechnungen)

$$t_{DR} \approx 3 t_{echt}, T_{DR} = 150 \text{ h} \quad (6.1.1)$$

Die Rechenzeit ist deshalb so groß, weil in diskreten Zeitschritten gerechnet wird und ein iterativer Abgleich notwendig ist und weil die Ergebnisse jedes Rechenschrittes zeilenweise ausgedruckt und gezeichnet werden.

Bei einem Kostensatz von 180 DM/h für einen Digitalrechner ergibt das Rechenkosten von DM 27.000,--. Bei Verzicht auf die graphische Darstellung halbieren sich Rechenzeit und damit die Kosten.

Am Analogrechner kann durch Einführung eines Zeitmaßstabes die Rechenzeit wesentlich verkürzt werden. Für die durchgeführten Rechnungen wurde ein Zeitmaßstab von  $k_0 \lambda = 30$  gewählt:

$$\tau_{AR} = \frac{1}{k_0 \lambda} t = \frac{1}{30} t \quad (6.1.2)$$

d.h.  $\tau_{AR} = 1,7 \text{ h}$

Allerdings sind hier die Nebenarbeiten umfangreicher und langwieriger bei geringerer Genauigkeit der Lösungen.

An größeren Hybridrechnern lassen sich ohne weiteres Zeitmaßstäbe von 100 und mehr realisieren. Durch digitale Ansteuerung und automatische Erfassung der Systemkennwerte und Ergebnisse, etwa ausgegeben über Schnelldrucker, werden die beim verwendeten Tischrechner vorhandenen Nachteile beseitigt.

Auch die neueren digitalen Rechenanlagen der sog. dritten Generation sind etwa um den Faktor 10 schneller als die hier eingesetzte TR 4, so daß auch eine rein digitale Berechnung gemäß dem vorgelegten Ansatz in Zukunft einen angemessenen Umfang nicht überschreitet. Es wäre dann möglich, für jedes Schiff gewisse Entwurfsrechnungen über die zu erwartende Kentersicherheit durchzuführen.

## 6.2 Normierung für den Analogrechner

### 1. Bewegungsgleichung

Die Bewegungsgleichung für das rollende Schiff

$$I'_{\varphi\varphi} \ddot{\varphi} + N_{\varphi\varphi} \dot{\varphi} + g g \forall h (\varphi, t) = M_k (\varphi, t) \quad (6.2.1)$$

oder durch  $I'_{\varphi\varphi}$  dividiert in der Form

$$\ddot{\varphi} + 2 \delta \dot{\varphi} + c \cdot h (\varphi, t) = c \cdot k (\varphi, t) \quad (6.2.2)$$

nimmt bei Normierung für den Analogrechner folgende Form an:

$$\begin{aligned} & \varphi'' + \left( \delta_{on} + \int_{\delta n} \cdot D_{\phi \beta n} \right) \varphi' \\ & + c_n \left[ \alpha_n \varphi + \tilde{h}_n(\varphi) + g(\alpha_{\Delta} \varphi + \tilde{\Delta} \tilde{h}_n(\varphi)) H(\tau) \right] = c_n \cdot k_n \end{aligned} \quad (6.2.3)$$

Das zugehörige analoge Schaltbild zeigt Bild 23. Hierin sind

$$\tau = \lambda t \quad (6.2.4)$$

- $\tau$  Rechnerzeit
- $t$  Echtzeit
- $\lambda$  Zeitmaßstab
- $\phi$  normierter Rollwinkel
- $\varphi$  echter Rollwinkel
- $\varphi_B$  Bezugswinkel

Es werden damit

$$\phi = \frac{\varphi}{\varphi_B}, \quad \varphi = \varphi_B \phi \quad (6.2.5)$$

und daraus die Ableitungen des Rollwinkels nach der Zeit:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \varphi_B \frac{d\phi}{dt}$$

$$dt = \frac{1}{\lambda} d\tau$$

$$\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt} = \varphi_B \lambda \frac{d\phi}{d\tau} = \varphi_B \lambda \phi' \quad (6.2.6)$$

$$\ddot{\varphi} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \varphi_B \frac{d^2\phi}{dt^2} = \varphi_B \lambda^2 \frac{d^2\phi}{d\tau^2} = \varphi_B \lambda^2 \phi'' \quad (6.2.7)$$

sowie die normierten Anfangswerte

$$\phi_0 = \frac{\varphi_0}{\varphi_B} \quad (6.2.8)$$

$$\phi'_0 = \frac{1}{\varphi_B} \cdot \frac{1}{\lambda} \dot{\varphi}_0 \quad (6.2.9)$$

Aus der Gleichung (6.2.2) wird dann

$$\varphi_B \lambda^2 \phi'' + 2 \delta \varphi_B \lambda \phi' + c \varphi_B [h(\phi, \tau) - k(\phi, \tau)] = 0$$

$$\phi'' + 2 \delta \frac{1}{\lambda} \phi' + c \frac{1}{\lambda^2} [h(\phi, \tau) - k(\phi, \tau)] = 0 \quad (6.2.10)$$

In Gleichung (6.2.3) bedeuten die einzelnen Größen im

Dämpfungsterm:

$$\tilde{\sigma}_{on} = \frac{1}{\lambda} 2 \tilde{\sigma}_o = \frac{1}{2} \omega_m D_o \quad (6.2.11)$$

$\tilde{\sigma}_{on}$  normierter Dämpfungsfaktor für den linearen Dämpfungsanteil  
 $\tilde{\sigma}_o$  Abklingkonstante  
 $\omega_m$  mittlere Eigenfrequenz des Systems im Seegang  
 $D_o$  Dämpfungsmaß

$$\tilde{\sigma}_{\phi_n} = \frac{1}{\lambda} 2 \tilde{\sigma}_{\phi} = \frac{1}{\lambda} \omega_m D_{\phi} \quad (6.2.12)$$

$$D_{\phi} = \frac{D_{\phi}}{D_B} \cdot D_B = D_{\phi_n} \cdot D_B$$

$$\tilde{\sigma}_{\phi} = \frac{1}{\lambda} \omega_m D_B, \quad D_{\phi_n} = \tilde{\sigma}_{B_n} \cdot D_{\phi_n}$$

$D_B$  Bezugsdämpfungsmaß

Hierbei ist  $D_{\phi_n}$  eine normierte nichtlineare Dämpfungsfunktion, die an einem Funktionsgeber eingestellt wird. Die normierten Größen  $\tilde{\sigma}_{on}$  und  $\tilde{\sigma}_{\phi_n}$  sind Koeffizienten, die an Potentiometern eingestellt werden.

$D_{\phi_n}$  wurde proportional dem Betrag der dritten Potenz des Neigungswinkels angenommen:

$$D_{\phi_n} = 1,5 |\phi|^3 \quad (6.2.13)$$

Die einzelnen Größen im Hebelterm der Gleichung (6.2.3) bedeuten:

$$c_n = \frac{1}{\lambda^2} \cdot c \cdot \bar{h}_B = \frac{1}{\lambda^2} \cdot \frac{S_{gV}}{I_{yy}} \cdot \bar{h}_B = \frac{1}{\lambda^2} \cdot \frac{g}{i_{yy}^2} \bar{h}_B \quad (6.2.14)$$

mit  $\bar{h}_B$  als Bezugsgröße zur Normierung des mittleren Hebels  $\bar{h}$ . Der Koeffizient  $c_n$  wird an einem Potentiometer eingestellt. Er ist ein Maß für die mittlere Steifigkeit des Systems und

quadratisch abhängig vom Zeitmaßstab  $\lambda$ .

Der Koeffizient

$$q = \frac{\Delta h_B}{\bar{h}_B} \quad (6.2.15)$$

gibt das Verhältnis der Bezugsgröße für die Hebelschwankung zur Bezugsgröße für den mittleren Hebel an.

Die Größen  $\alpha_h$  und  $\alpha_\Delta$  sind die Koeffizienten, die den linearen Anteil am mittleren Hebel  $\bar{h}$  und an der Hebelschwankung  $\Delta h$  bestimmen. Die mit "Schlange" überstrichenen Hebel kennzeichnen die nichtlinearen Anteile:

$$\tilde{\bar{h}}_n(\varphi) = \bar{h}_n(\varphi) - \alpha_h \cdot \varphi \quad (6.2.16)$$

$$\tilde{\Delta h}_n(\varphi) = \Delta h_n(\varphi) - \alpha_\Delta \cdot \varphi \quad (6.2.17)$$

Dabei sind

$$\bar{h}_n(\varphi) = \frac{\bar{h}(\varphi)}{\bar{h}_B} \quad (6.2.18)$$

$$\Delta h_n(\varphi) = \frac{\Delta h(\varphi)}{\Delta h_B} \quad (6.2.19)$$

Die beiden Funktionen  $\tilde{\bar{h}}_n$  und  $\tilde{\Delta h}_n$  werden an Funktionsgebern eingestellt. Die Bilder 24 und 25 zeigen den Verlauf dieser Kurven für die verschiedenen Rechenfälle in normierter Darstellung.

## 2. Erregung

Gemäß der Zeittransformation (6.2.4) von Echtzeit in Rechnerzeit wird statt mit der erregenden Zeitfunktion  $H_e(t)$  mit der Zeitfunktion  $H_e(\tau)$  gerechnet.

Die unregelmäßige Zeitfunktion entsteht nach Abschnitt 5.3 aus einer Überlagerung harmonischer Komponenten:

$$H_H(t) = \sum_n c_p^* \sin(\omega_p^* t + \varepsilon_p^*) \quad (6.2.20)$$

$$\tau = \lambda t \quad t = \frac{1}{\lambda} \tau$$

$$H_H(\tau) = \sum_n c_p^* \sin\left(\frac{1}{\lambda} \omega_p^* \tau + \varepsilon_p^*\right) \quad (6.2.21)$$

Hierin sind die normierten Frequenzen für die Rechnerzeit nun

$$\omega_{p_n}^* = \frac{1}{\lambda} \omega_p^* \quad (6.2.22)$$

Die Größe  $\lambda$  wird so gewählt, daß für möglichst alle Rechenfälle die Potentiometer gut angesteuert sind. Für  $k_0 = 1$  und  $\frac{1}{\lambda} = 3$  laufen die Rechnungen dreimal schneller als die Vorgänge am Schiff ab. Durch Umstecken auf  $k_0 = 10$  gehen wir auf zehnmal schnelleres Rechnen. Es wird dann für die statistischen Rechnungen der Zeitfaktor von 30 erreicht.

Bezüglich der rechnerseitigen Gesichtspunkte für die Normierung und die Bedeutung der Verstärkerkonstante  $k_0$  verweisen wir auf das Buch von Giloi und Lauber [9], nach dem im wesentlichen gearbeitet wurde.

### 6.3 Steuerschaltung am Analogrechner für statistische Lösungen

Für die Berechnungen standen drei Tischrechner RAT 700 der Firma Telefunken mit insgesamt 45 Verstärkern zur Verfügung. Auf einem Rechner (Kurzbezeichnung AR 1) wurde die zu untersuchende Bewegungsgleichung gesteckt, die beiden anderen Rechner (AR 2 und AR 3) lieferten die Erregung für die Bewegungsgleichung. Die Rechner 2 und 3 sind durch ein Kabel parallel geschaltet, Rechner 2 übernimmt die Steuerung von Rechner 3.

Bei Schwellwertüberschreitung eines vorgegebenen  $\phi$ -wertes der Bewegungsgleichung (0,9 für  $\gamma_K = 90^\circ$ ), wird über einen Komparator auf AR 1 der p-Kontakt von AR 1 wieder mit Masse

beschaltet. Damit schaltet AR 1 wieder auf Pause (kenntlich am Aufleuchten der weißen Pausentaste).

Alle Werte am AR 1 werden damit gelöscht, eine Rechnung mit der Bewegungsgleichung ist beendet. Die AR 2 und 3 bleiben jedoch eingeschaltet und rechnen weiter.

Die Schwellwertüberschreitung von  $\emptyset$  bewirkt neben dem Auf-Pause-Schalten von AR 1 das Einschalten des Zeitgliedes in AR 2 und 3, und der Zyklus beginnt wieder von vorn wie oben beschrieben: Nach Erreichen einer eingestellten Pausendauer  $\tau_p$  wird AR 1 eingeschaltet und beginnt zu rechnen. Bei Rechenbeginn wird das Zeitglied entladen und kann daher beim nächsten Rechenende von AR 1 (bei Schwellwertüberschreitung von  $\emptyset$ ) wieder von Null anfangen. Es ist möglich, während der Rechenzeit durch Potentiometerverstellung eine andere Länge der folgenden Pause vorzuwählen.

Die Pausenzeit und die Rechenzeit lösen sich also vollkommen selbsttätig ab, wobei der Zeitschaltkreis an AR 2 und 3 den Schaltkreis der Differentialgleichung an AR 1 einschaltet und sich selbst ausschaltet und löscht, während der AR 1 über seinen Schaltkreis der Differentialgleichung den Zeitschaltkreis einschaltet und sich selbst ausschaltet und löscht. Es lassen sich auf diese Weise statistische Langzeitrechnungen mit einer großen Anzahl von Einzelrechnungen automatisch durchführen.

Der analoge Wert für die Anzahl der Rechnungen liegt am Y-Eingang eines XY/t-Schreibers, der die Zeitdauer der jeweiligen Rechnung über ihrer Ordnungszahl aufträgt, siehe die Histogramme zu Abschnitt 7.4.

#### 6.4 Genauigkeit

Wie im Abschnitt 6.1 über Vor- und Nachteile analogen Rechnens angeführt, sind für die analoge Rechenschaltung einge-

hende Genauigkeitsprüfungen notwendig. Da die Ergebnisse nicht nur vom Kalkül, sondern auch von der Genauigkeit der beteiligten Rechenelemente abhängen, werden die Genauigkeitsüberlegungen umfangreicher sein müssen als für ein rein digitales Programm. Steht, wie in unserem Fall, nur ein Rechner mit einer bestimmten Genauigkeitsklasse zur Verfügung, so ist erstens zu prüfen, ob dieser Rechner überhaupt zu brauchbaren numerischen Lösungen führen kann. Wird diese Frage bejaht, muß das Problem rechnergerecht programmiert werden, d.h. vor allem müssen die Rechenelemente möglichst voll ausgenutzt werden, denn nur dann kann die vorhandene Genauigkeitsklasse ausgenutzt werden. Verschiedene Prüfmethoden, die über bekannte Eigenschaften des programmierten Systems die Schaltung auf systematische Fehler prüfen, geben die erforderliche Sicherheit zur verlässlichen Durchführung der Rechnungen.

Verwendet wurde ein Tischrechner der sog.  $10^{-3}$  Genauigkeitsklasse. Mit Rechnern dieser Klasse können Wertebereiche von  $10^3$  erfaßt werden. Das bedeutet für den Rollwinkelbereich von  $100^\circ$  eine maximale Auflösung von  $0,1^\circ$ .

An den Schaltungen sind folgende analoge Rechenelemente beteiligt: Verstärker als Integrierer oder Summierer geschaltet, Multiplizierer, Potentiometer, Funktionsgeber, Relais und Dioden.

Für die durchgeführten Rechnungen können wir drei Teilschaltungen unterscheiden, und zwar die Rechenschaltung für die Bewegungsgleichung, die Schaltung zur Erzeugung der Erregung und die Steuerschaltung zum automatischen Ablauf der statistischen Rechnungen.

Abgesehen von allen Prüfverfahren ist der eindeutigste Nachweis für die Genauigkeit ein Vergleich mit numerisch auf genauere Weise, etwa mit einem Digitalrechner ermittelten Lösungen. Will man das für die gerechneten Variationen durchführen, werden durch diesen Aufwand die eigentlichen Vor-



züge analogen Rechnens wieder aufgehoben. Es erscheint daher sinnvoll, nach Durchführung verschiedener Tests und Vergleich mit leicht zu übersehenden Kenndaten des Systems, nun die eigentlichen Rechnungen durchzuführen. Für die Lösung der nichtlinearen Bewegungsgleichung mit unregelmäßiger parametrischer Erregung werden dann relativ schnell Ergebnisse erhalten.

Für die Berechnung von Einzelfällen wurde ein digitales Programm ausgearbeitet. Es lag ein von A b i c h t und Z u n k e r [29, 80] am Lehrstuhl für Entwerfen von Schiffen des Instituts für Schiffbau der Universität Hamburg entwickeltes Programm zur Berechnung von Rollbewegungen in regelmäßigem Seegang vor, das auf den unregelmäßigen Ansatz erweitert werden konnte. Die schrittweise Berechnung des Bewegungsablaufs basiert auf dem Verfahren von R u n g e - K u t t a [27]. Eine vorgegebene Genauigkeit wird durch Hinzunahme des N y s t r ö m - Kriteriums eingehalten.

Bild 26 zeigt Ergebnisse von Vergleichsrechnungen. Da nur kurzzeitig alle drei Analogrechner zur Verfügung standen, beschränken sich diese Rechnungen auf eine harmonische Komponente der Erregung und auf lineare Dämpfung. Es kann von guter Übereinstimmung der analog und digital berechneten Rollwinkel gesprochen werden. Bild 26 läßt auch sehr gut die nichtlineare Verformung des harmonischen Eingangssignals im Ersatzsystem II erkennen. Ferner wurde ein Fall gewählt, der gut den Resonanzeffekt deutlich macht. Bei negativen Rollwinkeln passiert gerade ein Wellenberg, der die wirksamen aufrichtenden Hebel verringert und ein größeres Überneigen bewirkt. Bei positiven Rollwinkeln passiert hier gerade ein Wellental, dessen größere Hebel die Rollamplituden verringert. Da die Berg-Tal-Folge gerade mit der Rollamplitudenfolge zusammenfällt, tritt ein Aufschaukeln des Schiffes zu großen negativen Rollamplituden ein, die zum Kentern führen.

## 7. Ergebnisse =====

### 7.1 Übersicht über die Rechenfälle

Mit der beschriebenen Schaltung am Analogrechner wurden Verteilungen von Kenterfahrzeiten bei verschiedenen Parametern ermittelt. Darüber hinaus liegt jetzt ein digitales Programm vor, das den gleichen Berechnungsansatz durchführt und zu Prüfrechnungen und für Langzeitrechnungen verwendet wurde. Einige Einzelfälle wurden digital berechnet und die relative Häufigkeit der Rollwinkel bestimmt, siehe Abschnitt 7.5.

Wie in Abschnitt 2.5 beschrieben, ist es zur Bestimmung der Kentersicherheit eines Schiffes zweckmäßig, die Häufigkeit der Kenterfälle zu ermitteln. Um hierbei den Rechenumfang einzuschränken, werden Fälle durchgerechnet, die relativ schnell zum Kentern führen. Diese Methode wurde auch bei den Plöner Kenterversuchen angewendet. Obwohl auf einem Binnensee mit modellähnlichen Seegangsspektren die Meßstrecken länger als im Tank sind, spielen doch die Dauer der Versuchsfahrten und der Umfang der statistisch ermittelten Meßdaten eine Rolle. Im Experiment werden daher möglichst Fälle untersucht, bei denen Kentern in einer für die statistische Auswertung ausreichenden Häufigkeit auftritt. Das gleiche gilt im Prinzip für einen rechnerischen Ansatz in bezug auf die Rechenzeit. Es kommt bei Verwendung des Analogrechners hinzu, daß lange Rechenzeiten infolge der Fehlereinflüsse seiner Rechenkomponenten nicht möglich waren. Dazu zählt besonders die Dämpfung der Erregungsamplituden  $c_p^*$  am Analogrechner in Abhängigkeit von der Zahl der durchlaufenen Perioden und der Frequenz. Weiterhin können sich Driftfehler der Rechenverstärker umso weniger auswirken, je kürzer die Rechenzeiten am Analogrechner sind. Wegen der dynamischen Fehler der Rechenkomponenten müssen wir bei einer Zeitrafung jedoch unter 100 Hz bleiben. Für alle Rechnungen am

Analogrechner wurde ein einheitlicher Zeitmaßstab von  $\frac{1}{\lambda} = 30$  eingeführt.

Am Analogrechner wurden niedrige mittlere Hebel und sehr große Schwankungsbereiche der aufrichtenden Hebel untersucht. Es wurde mit wesentlich größeren Hebelschwankungen gerechnet, als sie sich aus der regelmäßigen Berechnungswelle der Höhe  $H_w$  für die Schiffsform der Series 60 ergeben, und zwar mit  $t_h = 1$  in Gleichung (4.1.11). Die Werte der  $c_p^*$  siehe Tabelle 1 (6.2.6). Die Amplituden nehmen über der Rechenzeit ab. Durch bereichsweises Zusammenfassen der Amplituden erhalten wir eine Klassierung. Die statistischen Rechnungen wurden nun meist nicht bis zum Absinken der Erregungsamplituden auf den Wert von  $\Delta h_{M2}$  weitergeführt, da bei diesen Anfangsbedingungen und mittleren Hebeln dann kaum noch Kentern auftrat. Die Vorkrängung wurde auf den am Analogrechner kleinsten möglichen Wert von  $0,1^\circ$  beschränkt. Die Anfangswerte  $\varphi_0$  und  $\dot{\varphi}_0$  wurden nicht beschaltet und damit zu Null gewählt. Ein Aufschaukeln der Rollbewegung wurde am Analogrechner durch die Änderung des aufrichtenden Hebels bei der Vorkrängung  $\varphi_v$  erreicht. Es wurden variiert die Schiffsgeschwindigkeit, die lineare Dämpfung und die Höhenlage des Gewichtsschwerpunktes des Schiffes. Insgesamt sind so 3000 Kenterfälle berechnet worden.

Aus Arbeitsgründen wurde die neue Phasenziehung der Erregung für den nächsten Rechenfall durch gleichverteilte Ziehungen einer Pausenzeit  $t_p$  vorgenommen, wie in Kapitel 6 beschrieben, wobei die ursprüngliche Zeitfunktion beibehalten wird. Das ergibt gemäß der zugehörigen Beziehung

$$H_n(t) = \sum_{p=1}^N c_p^* \sin \left[ \omega_p^* (t + T_0) + \epsilon_p^* \right] \quad (7.1.1)$$

für verschiedene  $T_0$  verschiedene neue Ausschnitte aus der Seegangsfunktion, oder anders gesprochen, neue Phasenziehungen, wie man aus der Umformung des Argumentes leicht sehen kann:

$$\omega_p^* (t + T_0) + \varepsilon_p^* = \omega_p^* t + \varepsilon_p \text{ neu} \quad (7.1.2)$$

$$\text{mit } \varepsilon_p \text{ neu} = \omega_p^* \cdot T_0 + \varepsilon_p^* = \varepsilon_{T_0} + \varepsilon_p^* \quad (7.1.3)$$

Bei fortlaufender Berechnung von Kenterfällen über die Wahl von  $T_0$  erhalten wir für die Bewegungsgleichung ein kurzzeitiges Rechnen, für die Erregungsschaltung Langzeitrechnen. Die Zeiten  $T_{0i}$  setzen sich dann aus der Summe der vorangegangenen Kenterfahrzeiten  $t_K$  und Pausenzeiten  $t_p$  zusammen:

$$T_{0i} = t_{P_1} + \sum_{j=1}^{i-1} (t_{Kj} + t_{Pj}) \quad (7.1.4)$$

Im digitalen Programm wurde die stochastische Zeitfunktion  $H(t)$  gemäß Gleichung 7.1.1 so allgemein programmiert, daß durch Berechnung von gleichverteilten Phasenziehungen für  $\varepsilon_p^*$  andere Zeitausschnitte gewählt werden können, aber auch durch Eingabe verschiedener Zeiten  $T_0$ . Durch Aufruf einer Prozedur, die gleichverteilte Zufallsphasen erzeugt, ist auch für sehr viele Teilkomponenten des Spektrums eine häufige Neuziehung der Werte  $\varepsilon_p^*$  kaum aufwendiger. Die Eingabe von  $T_0$  erlaubt es aber, für eine neue Rechnung wieder mit den gleichen Zahlen der Pseudo-Random-Prozedur zu rechnen, die sich bei neueingelesenem Programm wiederholen, und trotzdem einen anderen Zeitausschnitt zu wählen.

Die Beschränkung auf sieben Komponenten am Analogrechner ohne Kompensation der Amplitudendämpfung war durch die am Tischrechner vorhandenen Möglichkeiten bestimmt. Bei sieben Komponenten ist die resultierende Periode der Zeitfunktion  $H_n(\tau)$  schon so groß, daß von einer unregelmäßigen Erregung gesprochen werden kann, vor allem für die diskrete Darstellung der durch Transformation schmaler werdenden Spektren.

Je größer die Zahl der diskreten Harmonischen, umso besser ist die Annäherung an das kontinuierliche Spektrum. Am Digitalrechner wurden für die Langzeitrechnungen 41 Komponenten verwendet.

Die Breite des mittleren normierten Hebelspektrums - Bild 17 - wurde vorerst heuristisch in Anlehnung an ein auf dem Plöner See gemessenes Seegangsspektrum gewählt [46]. Nach bereits vorliegenden Berechnungen und Analysen stochastischer Hebel - Bild 14 - werden meist noch schmalere Spektren auftreten. Im digitalen Programm zur Berechnung der diskreten Komponenten läßt sich die gewünschte Spektralbreite leicht durch Eingabe eines  $t_R$ -wertes verändern. Dieser Wert legt fest, wie groß die Streuung der Log-Normal-Verteilung ist:

$$\sigma_f = \frac{\log f_o - \log f_u}{2 t_R} \quad (7.1.5)$$

Für die analogen Rechnungen liegt ein  $t_R$  von 3,6 zugrunde. Für die digitalen Langzeitrechnungen in Abschnitt 7.5 wurde  $t_R$  verdoppelt, d.h. mit einer halb so großen Streuung des Spektrums gerechnet.

Die so ermittelten statistischen Ergebnisse können einige Zusammenhänge schon quantitativ aufzeigen, ausreichend zur allgemeinen Kenntnis des Verhaltens dieses nichtlinearen Schwingungssystems sind sie nicht. Als wichtige Parameter kommen der Einfluß verschiedener krügender Momente und verschiedener Anfangsbedingungen hinzu. Da das Superpositionsgesetz für verschiedene Eingangssignale:

$$\begin{aligned} Y & \left[ a \cdot X_1(t) + b \cdot X_2(t) \right] \\ & = a \cdot Y \left[ X_1(t) \right] + b \cdot Y \left[ X_2(t) \right] \end{aligned} \quad (7.1.6)$$

bei nichtlinearen Systemen nicht gültig ist, müssen alle auftretenden Fälle gesondert untersucht werden.

Um den Ansatz zu erarbeiten und erste Lösungen zu berechnen, wurden die vorhandenen Möglichkeiten an Analog- und Digitalrechner ausgenutzt. Es besteht kein Zweifel, daß bei der stürmischen Weiterentwicklung der Rechentechnik die hier beschriebenen Probleme bald keine Schwierigkeiten mehr berei-

ten werden. Dabei kann die hybride Rechentechnik, die Vorzüge der analogen und digitalen Berechnung vereint, für diese Aufgabe besonders nützlich sein.

## 7.2 Kennzeichnende Kentervorgänge

Aus der statistischen Vielzahl der am Analogrechner untersuchten Kentervorgänge wurden einige Einzelfälle herausgegriffen und die verschiedenen Bewegungsgrößen im zeitlichen Ablauf aufgezeichnet.

Das Kentern erfolgt im allgemeinen durch einen hohen Wellenberg, der das Schiff bei einem großen Rollwinkel trifft. Fallen Rollwinkel und Hebelminderung zusammen, daß sich das Schiff auf dem steil abfallenden Ast der Hebelkurven befindet, die statt aufrichtend dann weiterdrehend wirken, erfolgt das Kentern sehr schnell. Daß nun gerade der Wellenberg mit diesem Rollwinkel zusammenfällt, ist dem Zufall unterworfen. Zwar ist ein einzelner Berechnungsfall reproduzierbar, weil bestimmte Phasenziehungen der Erregung und bestimmte Anfangsbedingungen der Bewegungsgleichung gewählt wurden. Außerdem ist der gesamte Zeitvorgang kurz gewählt. Für ein Schiff, das sich über längere Zeit in achterlicher See befindet, wäre es nur ein möglicher Einzelfall aus vielen anderen möglichen Kentersituationen, statistisch gesprochen eine Ziehung aus der Grundgesamtheit der Kenterfälle. Wir müssen also unterscheiden, daß der Einzelfall einmal betrachtet wird, um die Zusammenhänge des Bewegungsvorganges zu untersuchen und ihn einer Berechnung zugänglich zu machen, während Aussagen über das zu erwartende Verhalten des Schiffes und seine Kentersicherheit nur Wahrscheinlichkeitsaussagen sein können.

Aus der Betrachtung von Einzelfällen läßt sich jedoch anschaulich erkennen, daß die hydrostatisch ermittelten aufrichtenden Hebel im Seegang mit den übrigen hydrodynamischen

Größen gemeinsam betrachtet werden sollten, wenn es um Gewährleistung oder Erhöhung der Kentersicherheit geht. Als primär muß dabei das Vorhandensein ausreichender aufrichtender Hebel gelten. Diese sind im unregelmäßigen Seegang durch Mittelwert und Schwankungsbereich definiert. Sind die mittleren Hebel zu gering und die Hebelschwankungen sehr groß, haben Maßnahmen über die Dämpfung kaum Erfolg. Andererseits kann die Dämpfung - sind die Hebel so groß, daß nur noch seltener mit Kentern zu rechnen ist - gefährliche Rollamplituden, die zum Kentern beim Zusammentreffen mit einem Wellenberg führen können, mindern. Das zeigen gut die Phasenkurven, die mit größerer Dämpfung kleinere Kreise beschreiben.

Bild 27 zeigt einen typischen Resonanzfall für mittlere Erregungsperiode gleich mittlerer Eigenperiode bei einer Froudeschen Zahl von 0,2. Die Kreise der Phasenkurve werden ohne wesentliche Unregelmäßigkeit immer größer bis zum Erreichen des Winkels von  $80^\circ$ , aus dem kein Aufrichten des Schiffes mehr möglich ist, sondern das Schiff vollkommen umschlägt.

Dagegen zeigt das Schiff bei der gleichen Froudeschen Zahl von 0,2, aber einem geringeren mittleren Hebel  $\bar{h}$ , eine Verstimmung, und das Kentern tritt dann nicht mehr durch ein so regelmäßiges Aufschaukeln ein. Ein solches Verhalten war nach den Überlegungen in Abschnitt 5.2 zu erwarten.

Daß sich das im zeitlichen Mittel häufige Auftreten von Resonanz auch auf die mittlere Kenterfahrzeit auswirkt, werden wir bei der statistischen Auswertung sehen können. Eine Erhöhung der Dämpfung bewirkt für diesen Resonanzfall jedoch ein eindeutiges Beseitigen der Kentergefahr. Es kam für das verdoppelte Dämpfungsmaß -  $D_0 = 0,05$  nur noch selten zum Kentern, während für ein Dämpfungsmaß von 0,10 und 0,15 kein Kentern mehr zu verzeichnen war.

Die Bilder 28 bis 30 zeigen den Bewegungsablauf für einen Kenterfall in achterlicher See bei der hohen Froudeschen

Zahl von 0,4. Die einzelnen Wellenberge in unregelmäßiger Folge treffen das Schiff jeweils bei verschiedenen großen Rollwinkeln und bewirken verschieden große Rollausschläge. Der große Rollwinkel von ca.  $40^\circ$  in diesem Fall klingt dann wegen des folgenden Wellentaales durch die Dämpfung schnell ab, der nächste hohe Berg trifft das Schiff aber gerade bei einer noch großen Amplitude von ca.  $20^\circ$  und bringt es zum Kentern. Bild 29 zeigt die zugehörige Winkelbeschleunigung über dem Rollwinkel  $\varphi$ , Bild 30 die zugehörige Phasenkurve  $\dot{\varphi}(\varphi)$ .

Die Darstellung über der Zeit in Bild 28 läßt auch gut die sich zeitlich ändernde Eigenperiode des Schiffes erkennen. Für das um den Schlagseitenwinkel  $\varphi_s$  rollende Schiff ist bei kleinen Amplituden die Eigenperiode

$$T = \frac{2\pi i'_{\varphi\varphi}}{\sqrt{g \frac{d(h+k)}{d\varphi} \Big|_{\varphi_s}}} \quad (7.2.1)$$

h aufrichtender Hebel

k resultierender krängender Hebel

$i'_{\varphi\varphi}$  Trägheitsradius

$\varphi_s$  Schlagseite - Schnittpunkt von h und k - hydrostatisches Gleichgewicht

Die zeitlichen Schwankungen der aufrichtenden Hebel bewirken eine Änderung der Eigenperiode des schwingenden Systems, und zwar für kleine Rollausschläge im linearen Bereich:

$$T(t) = \frac{2\pi i'_{\varphi\varphi}}{\sqrt{g \frac{d[h(t)+k]}{d\varphi} \Big|_{\varphi_s}}} \quad (7.2.2)$$

Hinzu kommt noch bei großen Amplituden der Einfluß der Nicht-linearität der Hebel, so daß die Rollperiode eine Funktion der Zeit und des Winkels wird.



Ergibt der konstante krängende Hebel eine große Schlagseite, wird für große Rollamplituden die Periodenänderung über dem Winkel abhängig von der Bewegungsrichtung. Bei Vorkrägung nach Steuerbord wird wegen der unterlinearen Hebelkurve die Halbperiode für den Steuerbordausschlag größer als für den Ausschlag nach Backbord.

Die Halbperioden des rollenden Schiffes in achterlichem Seegang besitzen wiederum eine Wahrscheinlichkeitsdichte. Es erscheint wichtig, besonders darauf hinzuweisen, daß die mittlere Eigenperiode des Schiffes im Seegang  $T_m$  nur in den seltensten Fällen mit der Rolleigenperiode des Schiffes in glattem Wasser übereinstimmt. Das ist schon aus den verschiedenen Hebelkurven des Schiffes in Glattwasser und im Seegang ersichtlich. Es ist also wenig sinnvoll, Resonanzstellen des rollenden Schiffes durch Vergleich mit der Rollperiode für Glattwasser zu suchen, ebenso wie man im Seegang auch die Glattwasserhebelkurve verlassen muß.

### 7.3 Statistische Auswertung

Aus der Zahl der durchgeführten Kenterrechnungen bei Variation verschiedener Parameter lassen sich nun Datengruppen von Kenterfahrzeiten bilden. Wertet man diese statistisch aus, so erhält man eine Aussage über die Häufigkeit des Auftretens von Kenterfällen in einem gewissen Zeitraum oder die zu erwartende mittlere Kenterfahrzeit mit der zugehörigen Verteilungsfunktion.

Insgesamt können von den Rechenergebnissen mehr als 3000 Kenterfälle statistisch ausgewertet werden. Es sind noch mehr Fälle durchgerechnet worden, jedoch werden solche Fälle nicht zur Statistik herangezogen, die sehr lange Kenterfahrzeiten besitzen und bei denen die Ermittlung einer größeren Stichprobe viel Rechenzeit erfordern würde.

### Größe der Stichproben

Das zu Unrecht Annehmen einer hypothetischen Verteilungsfunktion (Vf.) aus einer Stichprobe nennt man nach der Theorie von Neyman und Pearson den Fehler zweiter Art. Die Irrtumswahrscheinlichkeit für einen Fehler zweiter Art gibt man mit  $\beta$  an und es kann allgemein geschrieben werden:

$$W(\text{Annehmen, } F_1 \neq F_0) = \beta \quad (7.3.1)$$

Die Wahrscheinlichkeit für den Fehler zweiter Art wird mit wachsendem Umfang der Stichprobe kleiner. Je größer also eine Stichprobe ist, um so geringer wird das Risiko, eine falsche Verteilungsfunktion zu ermitteln, mit anderen Worten, je größer die Stichprobe, um so sicherer geht man, daß die Stichprobe wirklich die wesentlichen Teile der Grundgesamtheit wiedergibt und eine zuverlässige statistische Aussage zuläßt. Zu große Stichproben erhöhen jedoch unnötig den Aufwand, wenn sie keine zusätzliche Information mehr bringen können.

Es wurden am Analogrechner pro Fall jeweils mehr als hundert Kenterfälle durchgerechnet. Kleinere Stichproben mit Größen unter 20, die aus Klassierung der Erregungsamplituden entstehen, wurden nicht mehr statistisch ausgewertet. Größen über 130 wurden nicht angestrebt, sondern die Rechnungen dann abgebrochen.

### Schätzung der Parameter der Verteilung

Ist der Typ einer Verteilung aus theoretischen Überlegungen bekannt, so sind die Parameter der Verteilung nur noch der jeweiligen Stichprobe anzupassen. Diese Aufgabe vereinfacht sich hier, da nur ein Parameter zu bestimmen ist. Es kommt nun darauf an, aus der Stichprobe eine möglichst gute Schät-

zung des richtigen Parameterwertes zu finden.

Nach der Maximum-Likelihood-Methode ist der Mittelwert der vorhandenen Daten der wahrscheinlichste Wert. Wir berechnen also aus den vorhandenen  $t_K$ -Werten als Schätzwert den Mittelwert:

$$T_K = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M t_{K_i} = \bar{t}_K \quad (7.3.2)$$

Berücksichtigen wir die sog. Inkubationszeit  $t_0$ , so müssen wir schreiben

$$T'_K = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (t_{K_i} - t_{0_i}) = \bar{t}_K - \bar{t}_0 \quad (7.3.3)$$

### Hypothesentest und Klassierung

Haben wir den Typ der Verteilung aus theoretischen Überlegungen und den jeweiligen Parameter aus den berechneten Stichproben ermittelt, so liegt etwa für eine Stichprobe die theoretisch zu erwartende Verteilung vor. Es läßt sich dann mit einem Hypothesentest prüfen, inwieweit diese erwartete Verteilungsfunktion mit der tatsächlich vorhandenen Stichprobe übereinstimmt.

Zuerst wird die Hypothese aufgestellt, die vorliegende Stichprobe entstamme einer Grundgesamtheit, die eine bestimmte theoretische Verteilungsfunktion mit den berechneten Parametern besitzt. Diese Hypothese ist die Nullhypothese, die zugehörige Vf. sei mit  $F_0$  bezeichnet. Die vorliegende Verteilungsfunktion aus der Stichprobe sei  $F_1$ . Die Prüfverfahren für die Nullhypothese beruhen nun darauf, Kriterien für die Abweichungen beider Verteilungsfunktionen voneinander anzuwenden. Man kann dann ein Urteil darüber fällen, ob die Nullhypothese aufgrund der vorliegenden Stichprobe verworfen werden muß. Kann man die Nullhypothese nicht verwerfen, heißt das aber noch nicht, daß sie damit bestätigt ist.

(Zur Erläuterung: Sonst könnte man z.B. bei nur zwei vorhandenen Werten der Verteilungsfunktion aus der Stichprobe, die mit der hypothetischen Verteilungsfunktion übereinstimmen, ohne Kenntnis weiterer Werte schließen, die Nullhypothese sei bewiesen!) Man kann eben nur aussagen, daß ein Testergebnis nicht gegen die Nullhypothese spricht. Verwirft man nun aber die Hypothese, obwohl sie richtig ist, spricht man von einem Fehler erster Art. Man gibt hierfür die Fehlerwahrscheinlichkeit  $\alpha$  an und kann schreiben:

$$W \left[ \text{Verwerfen, } F_1 = F_0 \right] = \alpha \quad (7.3.4)$$

Für den Vergleich der Verteilungsfunktion mit der Stichprobe ergibt sich jedoch eine Schwierigkeit. Die theoretische Verteilungsfunktion ist kontinuierlich, während die Stichprobe aus diskreten Einzelwerten besteht. Faßt man die diskreten Stichprobenwerte bereichsweise zusammen und zählt die Werte pro Bereich aus, so erhält man bezogen auf den Umfang der Stichprobe eine relative Häufigkeit im gewählten Intervall, die mit der theoretischen Wahrscheinlichkeit für diesen Bereich verglichen werden kann. Das bereichsweise Zusammenfassen wollen wir Klassieren nennen, die jeweiligen Bereiche sind die Klassen. Es wird anhand der Stichproben ausgezählt, wieviel Werte in eine Klasse fallen.

Über die Anzahl der zu wählenden Klassen lassen sich keine allgemein gültigen Regeln aufstellen. Es ist aber sofort einleuchtend, daß die Stichprobe für ein Klassieren nicht zu klein sein darf. Die meisten Autoren sehen eine absolute Häufigkeit von fünf Werten pro Klasse als Minimum an. Da man die Form der Verteilungsfunktion ermitteln will, muß man schon einige Punkte der Kurve, entsprechend einigen Klassen, ermitteln. Ein Zusammenhang der möglichen bzw. erforderlichen Klassenzahl mit der Größe der Stichprobe ist also plausibel. Man kann wiederum die Klassenzahl erst bei vorliegender Stichprobengröße festlegen. Es gibt nun verschiedene empirisch fundierte Empfehlungen für die Klassen-

zahl. Für das digitale Klassierprogramm zur Auswertung wurde folgender Zusammenhang gewählt:

$$m = 2 M^{\frac{1}{3}} \quad (7.3.5)$$

wobei M die Größe der Stichprobe ist.

Es wird dann der größte Wert der Stichprobe  $t_{Kmax}$  ermittelt und durch m geteilt. Wir erhalten so die Klassenbreite

$$H = \frac{t_{Kmax}}{m} \quad (7.3.6)$$

Fallen bei dieser Teilung in einzelne Klassen weniger als fünf Stichprobenwerte, werden diese Klassen von oben beginnend mit der benachbarten unteren Klasse zusammengefaßt.

Durch das Klassieren erhalten wir aus der diskreten Stichprobe Punkte einer experimentellen Verteilungsfunktion, die wir mit den zugehörigen Punkten der erwarteten theoretischen Verteilungsfunktion vergleichen können. Für diesen Vergleich steht uns das sog. Chiquadratverfahren ( $\chi^2$ -Test) zur Verfügung. Es ermöglicht die Prüfung, wenn der Typ der Verteilung zwar bekannt ist, jedoch die Parameter geschätzt werden müssen, wie es bei den vorliegenden Kenterfahrzeitverteilungen der Fall ist. Der Test von S m i r n o w - K o l m o - g o r o f f ist zusätzlich noch parameterfrei, d.h. er benötigt keinerlei Information über theoretische Werte. Für die geordnete Stichprobe wird ein Konfidenzstreifen angegeben, in dem eine beliebige Kurve möglich ist.

#### 7.4 Mittlere Kenterfahrzeit bei verschiedenen Parametern

Es wurden folgende Parameter variiert:

Schiffsgeschwindigkeit, Schwankungsbreite der aufrichtenden Hebel, lineares Dämpfungsmaß  $D_0$ , Lage des Gewichtsschwerpunktes der Höhe nach, ausgedrückt durch die Anfangsstabi-

lität für Glattwasser  $\overline{GM}_{GW}$ . Variationen der krängenden Momente und der Anfangsbedingungen wurden am Analogrechner nicht statistisch durchgerechnet.

Bild 32 zeigt als Beispiel das Histogramm eines Reproduktionstestes, der vor jedem Rechenzyklus durchgeführt wurde. Die Anfangsbedingungen sind konstant, die Pausenzeiten zwischen Kentern und neuem Rechenbeginn ebenfalls. Eine Wiederholung zeigt den gleichen Rechenablauf.

Die Bilder 33 und 34 zeigen nun verschiedene Histogramme, wie sie am Yt-Schreiber für verschiedene Rechenfälle aufgezeichnet wurden. Dabei wurde für die Statistik die Pausenzeit  $\tau_p$  nach Zufallstabelle zwischen 0 und 10 sec variiert.

Ferner wurden noch für einige Fälle verschiedene Ausschnitte aus der Erregungsfunktion durch Eingabe verschiedener Ziehungen gleichverteilter Anfangsphasen gewählt. Diese Fälle sind mit P0 und P1 bezeichnet. Es zeigt sich, daß sich für diese beiden Ziehungen noch Unterschiede im Ergebnis bemerkbar machen. Da beide Zeitfunktionen Ziehungen aus dem stationären stochastischen Prozeß sind, müssen wir auch für die Verteilung der Fahrzeit des Schiffes bis zum Kentern einen stationären Wert erhalten. Grundsätzlich würde eine Ziehung der Erregungsfunktion genügen, wenn man die Zeitdauer nur lang genug wählt. Das ist bei der verwendeten Schaltung am Analogrechner, wie unter Kapitel 6 beschrieben, wegen der Dämpfung der Erregungsamplituden nicht möglich. Bei dieser Schaltung müßte man nun mehrere solcher Phasenziehungen durchrechnen und kann sich nicht auf die Abschnitt 7.1 beschriebene Phasenziehung durch die Wahl der Pausenzeiten beschränken. Da dies ein Neueinstellen der Potentiometer für die Anfangsphasen der Erregungskomponenten bedeutet, wurde hierauf für das Durchrechnen des übrigen Parameterbereiches verzichtet. Die wesentlichen Tendenzen können auch mit nur einer gezogenen Zeitfunktion festgestellt werden. Für die Erhöhung der Genauigkeit der Ergebnisse wird es als zweckmäßiger angesehen, entsprechend bessere Rechengeräte heranzuziehen.

In Bild 35 sind die Mittelwerte für die beiden Phasenziehungen P0 und P1 zusammengefaßt. Es handelt sich um den Fall eines Schiffes in achterlicher See mit der Froudeschen Zahl von 0,2 und einem linearen Dämpfungsmaß von 0,025. Es ist deutlich zu erkennen, daß eine Tieferlegung des Gewichtschwerpunktes des Schiffes um 15 cm hier eine Erhöhung der Kentergefahr bringt, ganz entgegen der eigentlichen Erwartung. Im Vergleich dazu ist in Bild 35 das Ergebnis für eine Froudesche Zahl von 0,4 aufgetragen. Hierbei tritt für größeres  $\overline{GM}$  im Mittel ein weniger häufiges Kentern auf. Wie ist nun dieser Unterschied zu erklären?

Die Ursache dieses unterschiedlichen Verhaltens des Schiffes in achterlicher See bei verschiedenen Geschwindigkeiten kann nur in Resonanz zu suchen sein. Es liegt hier offensichtlich ein Fall vor, wo auch bei unregelmäßigem Seegang die zeitweise möglichen Resonanzschwingungen so häufig sind, daß sie nicht nur in relativ kurzen Zeitintervallen, sondern auch über längere Zeiten hinweg auftreten und so auch im statistischen Mittel für das Verhalten des Schiffes dominierend werden. Einen ersten Hinweis und eine mathematische Ableitung dieses Effektes in unregelmäßiger achterlicher See gab Grim 1961 [42].

Es ist bekannt, daß für Mathieusche Erregung Resonanz für folgende Verhältnisse Erregungs- zu Eigenfrequenz des Systems auftritt:

$$\frac{T_{err}}{T_{eig}} = \frac{1}{2}, 1, \dots \quad (7.4.1)$$

$$\text{bzw. } \frac{f_{err}}{f_{eig}} = 2, 1, \dots$$

Nehmen wir als kennzeichnende Frequenz der Erregung wieder  $f_{\infty}^*$ , so muß die Eigenperiode des Schiffes für Resonanz sein:

$$f_{\text{eig}} = f_{\infty}^* = 62,5 \text{ mHz bei } F = 0,2$$

$$T_{\text{eig}} = T_{\text{err}} = 16 \text{ sec, } T \cdot \sqrt{\frac{g}{L}} = 5$$

bzw.  $f_{\text{eig}} = \frac{1}{2} f_{\infty}^* = 31,25 \text{ mHz}$

$$T_{\text{eig}} = 2 T_{\text{err}} = 32 \text{ sec, } T \cdot \sqrt{\frac{g}{L}} = 10$$

Liegt also die mittlere Eigenfrequenz des Schiffes bei  $f_{\infty}^*$  (bzw. ein wenig darunter) und hat das Schiff eine Geschwindigkeit, die den Energieinhalt des Seegangsspektrums sehr dicht an diese Frequenz konzentriert, so ist ein der regelmäßigen Erregung auch bei unregelmäßiger See mit kontinuierlichem Spektrum nahekommender Fall möglich. Die Ausprägung der Regelmäßigkeit bewirkt, daß ein Aufschaukeln der Rollbewegung auch über mehrere Perioden hinweg stattfinden kann, ohne durch eine Unregelmäßigkeit der Erregung wieder verstimmt und damit unterbrochen zu werden. Das ist hier für die Froudesche Zahl von 0,2 und einer mittleren Eigenperiode von  $T_m = 16 \text{ sec}$  (entsprechend einer dimensionslosen Kennzahl von  $T_m \sqrt{\frac{g}{L}} = 5$  für  $L = 100 \text{ m}$ ) der Fall. Das zugehörige Glattwasser- $\overline{GM}$  als Kennzahl für die Höhenlage des Gewichtschwerpunktes ist für das durchgerechnete Schiff  $\overline{GM}_{\text{GW}} = 25 \text{ cm}$ .

Die beschriebene Resonanzerscheinung drückt sich nun auch in der Verringerung der mittleren Kenterfahrzeit in Bild 35 für  $\overline{GM}_{\text{GW}} = 25 \text{ cm}$  im Vergleich zu  $\overline{GM}_{\text{GW}} = 10 \text{ cm}$  aus.

Das vergleichsweise regelmäßige Aufschaukeln der Rollbewegung bis zum Kentern ist gut an der Phasenkurve in Bild 27 zu sehen. Im Gegensatz dazu ist für die höhere Froudesche Zahl von 0,4 keine Resonanzerscheinung zu erkennen, sondern mit einem größeren  $\overline{GM}$  wird die Kentergefahr geringer. An Bild 35 fällt beim Vergleich mit  $F = 0,2$  jedoch auf, daß trotz doppelter Dämpfung die mittlere Kenterfahrzeit kleiner ist. Das findet seine Erklärung darin, daß sich bei hoher



Fahrtgeschwindigkeit in achterlicher See große Hebelminderungen relativ lange auswirken können. Dieser Fall ist für regelmäßige See hinreichend bekannt. Über die mögliche Dauer solcher Minderungen in unregelmäßiger See und die quantitative Auswirkung auf das Rollverhalten konnte man bisher jedoch nichts aussagen. Hinweise auf das zu erwartende Verhalten in unregelmäßiger See bei hohen Froudeschen Zahlen von 0,3 bis 0,4 gab Grim [42]. Grim berechnete den Mittelwert der Amplitude einer effektiven Welle am Schiff in einem gewählten Zeitintervall. Für gleiche Zeitintervalle steigt dann mit steigender Froudescher Zahl der Mittelwert an.

Diese Tendenz entspricht auch der anschaulichen Vorstellung, daß mit höheren Froudeschen Zahlen in achterlicher See das Schiff länger in einem gefährlichen Wellenberg verbleiben kann. Der von Grim angegebene statistische Mittelwert zeigt, daß bei hydrostatischer Betrachtung hier auch im statistischen Mittel stärkere Gefährdung des Schiffes gegeben ist. Die durchgeführten Kenterrechnungen bestätigen das und ermöglichen quantitative Aussagen über die mittlere Fahrzeit des Schiffes bis zum Kentern. Es ist hier ähnlich wie bei der oben betrachteten Resonanz: Zwar haben wir nicht dieselben Vorgänge wie bei einer regelmäßigen Welle, die mit dem Schiff mitläuft, aber für die Froudeschen Zahlen von 0,35 bis 0,4 kommt der Fall achterlichen unregelmäßigen Seegangs dem regelmäßigen Fall am nächsten, da sich dann das transformierte Spektrum zur Frequenz Null hin konzentriert. Bild 40 zeigt im Vergleich die transformierten Spektren für  $F_n = 0,2$  und  $0,4$ .

Ermittelt man die erforderliche Stabilität eines Schiffes für den Fall hoher Froudescher Zahlen von etwa 0,4, so liegt man also im Vergleich zu kleineren Geschwindigkeiten auf der sicheren Seite, was die Kentergefahr des Schiffes angeht. Es können aber trotzdem bei den ja praktisch gefahrenen kleineren Froudeschen Zahlen Bereiche mit unangenehm großen Rollbewegungen auftreten. Die vorliegende Methode eröffnet nun

die Möglichkeit, für praktisch auftretende Fälle die dann auftretenden Rollamplituden und die damit verbundene Kentergefahr zu ermitteln. Es ist ein Schritt weiter getan vom reinen Aufsuchen der Resonanzstellen hin zur zugehörigen Berechnung des Rollverhaltens.

In systematischen Rechnungen alle möglichen Variationen der Parameter durchzurechnen, erweist sich für erste Untersuchungen als zu aufwendig. Die durchgeführten Variationsrechnungen mit verschiedenen Schwerpunkthöhenlagen  $\overline{KG}$  und verschiedenen Dämpfungsmaßen  $D_0$  bei einigen Froudeschen Zahlen zeigen die Bilder 35 bis 39. Diesen Werten liegen allein schon 3000 Kenterrechnungen zugrunde.

Bild 36 zeigt die mittleren Kenterfahrzeiten für eine Froudesche Zahl von 0,25 bei zwei verschiedenen Höhenlagen des Gewichtsschwerpunktes. Hierbei ist bei größerem  $\overline{GM}$  auch eine längere mittlere Kenterfahrzeit zu erkennen, da bei  $\overline{GM}_{GW} = 25$  cm für  $F_n = 0,25$  nicht mehr die Resonanz wie bei  $F_n = 0,2$  auftritt. Der Parameter in Bild 36 ist das lineare Dämpfungsmaß  $D_0$ . Bei Erhöhung der Dämpfung zeigt sich zwar die zu erwartende Tendenz, daß das Schiff kentersicherer wird, jedoch ist dieser Effekt besonders für  $\overline{GM}_{GW} = 8$  cm selbst bei hohen Dämpfungsmaßen sehr gering.

Bild 37 zeigt die gleichen Werte über dem Dämpfungsmaß mit  $\overline{GM}$  als Parameter aufgetragen. Diese Tendenz ist insofern zuverlässig, als am Analogrechner für diesen Rechenfall die Einstellung nicht verändert wurde, sondern nur die Dämpfung über ein Potentiometer erhöht und eine Kontrolle über den Ausschwingversuch vorgenommen wurde. Sonst mögliche Streuungen in der Einstellung der Koeffizienten der Bewegungsgleichung sind hierbei also ausgeschaltet. Für  $\overline{GM}_{GW} = 8$  cm bringt erst die vierfache Dämpfung im Vergleich zu  $D_0 = 0,025$  etwa eine doppelt so lange Kenterfahrzeit. Das große Dämpfungsmaß 0,15 bewirkt zwar schon ein Ansteigen der Kurve ( $T_K - \overline{t}_0$ ) in Bild 37, es tritt jedoch immer noch relativ häu-

figes Kentern auf.

Im Gegensatz dazu ist in Bild 38 ein starkes Anwachsen der Kenterfahrzeiten mit der Dämpfung zu erkennen. Für  $D_0 = 0,15$  traten sogar so selten noch Kenterfälle auf, daß keine Kenterstatistik mehr berechnet wurde. Zugrunde liegt hier eine kleinere Froudesche Zahl von 0,15. Gleichzeitig ist jedoch das  $\overline{GM}_{GW} = 10$  cm etwas größer und die Schwankungsbreite der Hebel etwas geringer als in Bild 37, so daß nicht eindeutig auf den Einfluß nur eines dieser Parameter geschlossen werden könnte. Immerhin läßt der Vergleich den Schluß zu, daß infolge großer Hebelminderungen bei stark gefährdeten Schiffen auch ein extrem hohes Dämpfungsmaß das Kentern nicht verhindern kann. Sind jedoch gewisse hydrostatische Mindestwerte vorhanden, wie Mittelwert und Wellenbergkurve der aufrichtenden Hebel, die sich aus dem Mittelwert und Schwankungsbereich ergibt, kann über die Dämpfung eine Verbesserung der Kenterbarkeit erreicht werden. Über Dämpfung allein läßt sich kaum etwas erreichen, ebenso wie ihr Einfluß nicht einfach ignoriert werden sollte. Nur das sinnvolle Abwägen aller beteiligten Größen liefert ein kenterbares Schiff.

Bild 39 zeigt die mittlere Kenterfahrzeit über der Höhenlage des Gewichtsschwerpunktes für die Froudesche Zahl von 0,4. Eine Erhöhung der Dämpfung hat hier keinen wesentlichen Einfluß, während für  $\overline{GM}_{GW} = 50$  cm kein Kentern mehr auftritt.

### 7.5 Relative Häufigkeit von Rollwinkeln

Zur Berechnung von Rollwinkelverteilungen kann die analoge Rechenspannung der Bewegungsgleichung in einem Klassiergerät - als Impulshöhen-Analysator in der Kernphysik bekannt - ausgewertet werden. Auch eine Analog-Digital-Umsetzung der Rechenspannung und anschließende Auswertung der digital gespeicherten Werte ist möglich. Beide Methoden setzen die entsprechenden elektronischen Einrichtungen voraus. Da sol-

che Anlage nicht zur Verfügung stand, wurden einige Langzeitrechnungen der Rollbewegung mit dem entwickelten digitalen Programm durchgeführt. Alle schrittweise berechneten Bewegungsgrößen wurden auf Band gespeichert. Da die Zeitschritte aus Gründen der Genauigkeit verschieden groß sind, wurden auch die Zeitschritte  $\Delta t_i$  auf Band gespeichert. Für äquidistante Zeitschritte interpolierte Werte wurden nun durch Klassierung die relativen Häufigkeiten ermittelt. Sie sind in Bild 41 für den Rollwinkel  $\varphi$  graphisch dargestellt.

Die normierte Zeitfunktion der Hebelschwankungen wurde aus 41 Sinuskomponenten für verschiedene Froudesche Zahlen in achterlichem Seegang gebildet. Es wurde hier mit einem konstanten krängenden Hebel von 5 cm für alle Neigungswinkel gerechnet. An der Darstellung in Bild 41 ist zu erkennen, daß z.T. recht große Rollwinkel auftreten, wobei in einem Histogramm auch Kentern eingeschlossen ist.

## 8. Zusammenfassung =====

Mit den beschriebenen Untersuchungen ist jetzt ein Ansatz und ein Rechenverfahren vorhanden, um parallel zu den bisher auf dem Großen Plöner See durchgeführten Kenterversuchen in unregelmäßigem Seegang numerische Lösungen der Bewegungsgleichung eines Schiffes zu ermitteln. Den hier durchgeführten Rechnungen wurden die Linien zugrundegelegt, nach denen ein neues freifahrendes Modell gebaut ist [49]. Bei der Konstruktion dieses freifahrenden Modells wurden die mit den früheren Modellen gemachten Erfahrungen berücksichtigt.

Ein Vergleich einer gemessenen und einer gerechneten Statistik der Kenterfahrzeiten kann jedoch noch nicht vorgelegt werden. Die hier durchgeführte Untersuchung gibt aber wichtige Hinweise für die Auswahl durchzuführender Experimente in unregelmäßiger See. Damit ist ein Schritt getan, um über das reine Experimentierstadium bei der Behandlung des Kenterns von Schiffen in unregelmäßigem Seegang hinauszukommen. Da das Kentern eines Schiffes von sehr vielen Einflußgrößen abhängt, ist eine umfassende Darstellung sehr schwierig. Es wurden in dieser Arbeit zwei wesentliche Eigenheiten dieses Problems berücksichtigt, und zwar die Nichtlinearität des aufrichtenden Momentes über dem Neigungswinkel und die unregelmäßigen Änderungen des aufrichtenden Momentes in längslaufender See. Mit diesem Ansatz berechnete Verteilungen von Kenterfahrzeiten zeigen den theoretisch und auch aus den bisher durchgeführten Kenterversuchen ermittelten Verlauf in Form einer Exponentialverteilung, Bild 31. Dabei wird eine Mindestfahrzeit von der gesamten Fahrzeit des Schiffes vom Beginn der Fahrt bis zum Ende des Kentervorganges abgezogen, die für jeden Kentervorgang im Mittel vorhanden ist und nicht unterschritten wird. Diese eigentliche Kenterzeit kann anschaulich mit "Inkubationszeit" bezeichnet werden.

Der Einfluß der Fahrtgeschwindigkeit des Schiffes auf die Spektren der hydrostatischen aufrichtenden Hebel in längs-laufendem Seegang wurde näher betrachtet. Allgemein kann gesagt werden, daß in achterlichem Seegang das Bewegungsspektrum einem regelmäßigen Seegang am nächsten kommt, wenn die auftretende Unstetigkeit im transformierten Spektrum dem Bereich des Maximums des Spektrums bei Schiff ohne Fahrt zugeordnet ist:

$$F_{\min} = \frac{1}{2Kf_m}, \quad f_m \approx f_{\text{mod}} \quad (8.1)$$

Es können abhängig von der mittleren Eigenfrequenz des Schiffes im Seegang Resonanzen im Mathieuschen Sinne auftreten.

Den Rechnungen liegt die Froude-Krylowsche Hypothese zugrunde. In Anlehnung an durchgeführte Analysen von Hebelschwankungen des aufrichtenden Momentes in regelmäßigem (Bild 7 und 8) und in unregelmäßigem Seegang (Bild 14) wurde ein mittleres normiertes Hebelspektrum  $S_n$  für alle Neigungswinkel  $\varphi$  eingeführt. Dieser Ansatz erleichtert die numerische Behandlung und ermöglicht die Verwendung eines Analogrechners zur Lösung der Bewegungsgleichung. Statt des verwendeten 1 %-Rechners wäre ein genauerer Rechner der 0,1 %-Genauigkeitsklasse mit hybrider Erweiterung zweckmäßig. Es wurde ein Rechenprogramm entwickelt, das die Vorzüge analoger und digitaler Rechenhilfsmittel vereint.

Der Hauptgrund für die Anwendung eines Analogrechners ist die Möglichkeit zur Zeittraffung. Wegen des Rechenumfangs bei statistischen Lösungen ermöglicht ein großer Zeitmaßstab erst umfangreichere Rechnungen. Leider standen der volle Umfang der verwendeten Geräte nur für ein halbes Jahr zur Verfügung. Da das Programm in diesem Zeitraum erst erarbeitet werden mußte, ist diese Zeit nicht vergleichbar mit der an sich kurzen analogen Rechenzeit. Vorteilhaft würde sich hier eine komplette Hybrid-Rechenanlage bzw. ein schnellerer Digitalrechner auswirken. Für Vergleichsrechnungen und

wichtige Einzelfälle etwa bei Projekten oder zur Klärung von Seeunfällen steht jetzt ein entsprechendes digitales Programm zur Verfügung.

Für den untersuchten großen Rollwinkelbereich genügt es nicht mehr, nur mit linearer Dämpfung zu rechnen. Eine nichtlineare Dämpfungsfunktion ließ sich am Analogrechner leicht in die Rechnung einbeziehen. Die durchgeführten Berechnungen von Kenterfällen bei verschiedenen linearen Dämpfungsmaßen geben Anlaß zu der Empfehlung, bei einer Stabilitätsbeurteilung in der Praxis auch diese hydrodynamische Größe mit heranzuziehen. Dazu wäre als erste durchführbare Maßnahme das lineare Dämpfungsmaß in aufrechter Lage für solche Neubauten zu ermitteln und anzugeben, für die eine Kentergefahr infolge Seegang erwartet werden kann. Dabei sollte auch die Abhängigkeit der Dämpfung von der Fahrtgeschwindigkeit des Schiffes beachtet werden.

Als wichtig für die Lösung der Bewegungsgleichung müssen äußere krängende Momente des Schiffes angesehen werden. Diese sind auch bei Fahrt des Schiffes in längslaufender See immer in geringem Maße vorhanden. Geringe Störungen verursachen nur kleine Rollamplituden. Die unregelmäßige Mathieusche Erregung kann nun die Rollwinkel bis zum Kentern vergrößern. Dabei ist neben dem Resonanzeffekt die Größe der maximalen Hebelschwankungen im Seegang zusammen mit dem mittleren aufrichtenden Hebel von Bedeutung. Je größer der Schwingungsbereich und je niedriger der Mittelwert, umso häufiger können negative, also ein Überneigen des Schiffes bewirkende resultierende Hebel auftreten.

Eine Erweiterung des vorliegenden Ansatzes auf stochastische äußere Störungen, die bei längslaufender See von schräglau-fenden Wellen, seitlichen Windkomponenten oder Ruderkräften herrühren können, sollte als nächstes durchgeführt werden. In gleicher Richtung liegt dann die allerdings schwierigere Behandlung des Kenterns infolge schräg achterlichen unregelmäßigen Seegangs. Der Verfasser hofft, daß sein Ansatz einen Schritt weiter auch zur Lösung dieser Probleme ist.

Herrn Professor Wendel möchte ich an dieser Stelle besonders danken, daß ich mich in mehrjähriger Tätigkeit durch die Bearbeitung von Forschungsvorhaben und Gutachten in das Gebiet der Stabilität und Kentersicherheit von Seeschiffen vertiefen konnte. Aus der Beschäftigung mit den dabei auftretenden Problemen entstanden die Ansätze dieser Arbeit. Herrn Professor Grim danke ich für die Anregungen, die ich aus seinen Arbeiten und aus gelegentlichen mündlichen Hinweisen erhalten habe. Ich möchte es auch nicht versäumen, Herrn Professor Weinblum für die weise Voraussicht zu danken, die ihn einen Analogrechner für das Institut für Schiffbau in Hamburg mit Hilfe der Deutschen Forschungsgemeinschaft beschaffen ließ. Daran möchte ich den Wunsch knüpfen, daß es auch in Zukunft möglich sein möge, bei dem schnellen Fortschritt der Technik Geräte zu beschaffen, die dem Entwicklungsstand angemessen sind.

Herrn Professor Lerbs möchte ich für die Erlaubnis, die analogen Rechnungen in der Hamburgischen Schiffbauversuchsanstalt unter Hinzunahme der dortigen beiden Analogrechner durchzuführen, sowie Herrn Dr. Schwanecke für die dabei erwiesene Unterstützung danken.

Bei dem Aufbau der Steuerschaltung für den Analogrechner und die Ausführung der Rechnungen waren mir die elektronischen Kenntnisse meines Kollegen H. Pöhlson eine unschätzbare Hilfe, wofür ich ihm ebenfalls an dieser Stelle meinen Dank aussprechen möchte. Die numerischen Berechnungen der hydrostatischen Hebel für das Schiff der Series 60 wurden von Dipl.-Ing. N. Heinecke an der Technischen Hochschule Hannover in Zusammenarbeit mit Dipl.-Ing. F. Behn mit dem digitalen Programm "Archimedes" durchgeführt. Dipl.-Ing. W. Abicht gilt mein Dank für die Überlassung des digitalen Programms zur Berechnung von Rollbewegungen in regelmäßiger See, dessen Iterationsprozedur nach Runge-Kutta-Nyström für das unregelmäßige Kenterprogramm übernommen wurde. Der Deutschen Forschungsgemeinschaft danke ich, daß sie die Berechnung von aufrich-



tenden Hebeln in unregelmäßigem Seegang durch ein Forschungsvorhaben unterstützt und damit die numerische Grundlage für den hier eingeführten Ansatz verbreitert werden kann.

9. Bezeichnungen  
=====

Im folgenden sind die wichtigsten Formelzeichen zusammengestellt. Die Bedeutung nicht aufgeführter oder mehrfach verwendeter Bezeichnungen geht unmittelbar aus dem Text oder dem jeweiligen Zusammenhang hervor.

$x, y, z$	raumfeste Koordinaten
$x^*, y^*, z^*$	schiffsfeste Koordinaten
$\xi$	Seegangordinate
$\varphi$	Rollwinkel
$\varphi_B$	Bezugswinkel bei Normierung
$\emptyset$	normierter Rollwinkel
$t$	Echtzeit
$\tau$	Rechenzeit am Analogrechner
$\lambda$	Zeitfaktor
$\rho$	Dichte des Seewassers
$g$	Erdbeschleunigung
$V$	Verdrängung des Schiffes
$I_{yy}$	Massenträgheitsmoment des Schiffes um seine Längsachse
$i_{yy}$	Rollträgheitsradius
$N_{yy}$	Dämpfungsfaktor
$c_h$	Federkonstante
$h$	Hebel des aufrichtenden Momentes
$\bar{h}$	mittlerer aufrichtender Hebel im Seegang
$\Delta h$	maximale Hebeländerung im Seegang
$t_h$	Verhältnis der Hebelstreuung zu maximaler Hebeländerung im regelmäßigen Seegang
$k$	Hebel der Summe der krängenden Momente

$\delta$	Abklingkonstante
$D_0$	lineares Dämpfungsmaß
$D_\gamma$	nichtlineares Dämpfungsmaß in Abhängigkeit vom Rollwinkel
$\omega_m$	mittlere Eigenfrequenz des Schiffes im Seegang
$T_m$	mittlere Eigenperiode des Schiffes im Seegang
$v$	Schiffsgeschwindigkeit
$F_n$	Froudesche Zahl
$K$	Längenzahl
$\lambda$	Verhältnis Schiffslänge zu kennzeichnender Wellenlänge
$L$	Schiffslänge
$L_w$	kennzeichnende Wellenlänge
$c$	Wellengeschwindigkeit
$c_p$	Amplituden harmonischer Teilkomponenten des Spektrums
$f_p$	Frequenz harmonischer Spektralkomponenten
$\omega_p$	Kreisfrequenz harmonischer Spektralkomponenten
$\epsilon_p$	Phase harmonischer Spektralkomponenten
$N$	Anzahl der diskreten Spektralkomponenten
$H_w$	Berechnungshöhe einer regelmäßigen Welle
$H_x(t), H_x(\tau)$	normierte Schwankungsfunktion der aufrichtenden Hebel
$S$	Spektrum
$S_d^*$	Transformiertes Spektrum über dem Betrag der Begegnungsfrequenz in achterlicher See
$w$	Wahrscheinlichkeitsdichte
$W$	Wahrscheinlichkeit
$f_K, f_{NK}$	relative Häufigkeit/dichte der Fahrzeiten für Kentern bzw. Nichtkentern

$F_K, F_{NK}$	Verteilungsfunktion der Fahrzeiten des Schiffes für Kentern bzw. Nichtkentern
$T_K$	mittlere Kenterfahrzeit $t_K$
$\alpha$	Irrtumswahrscheinlichkeit für Fehler erster Art
$\beta$	Irrtumswahrscheinlichkeit für Fehler zweiter Art
M	Umfang der Stichprobe
m	Klassenzahl
H	Klassenbreite
n	als Index für alle normierten Größen
*	für alle auf das Schiffssystem transformierten Größen
K	als Index für Kentern
E [ ... ]	Erwartungswert von ...

---

Abkürzungen:

AR	Analogrechner
DR	Digitalrechner
KO	Kathodenstrahloszillograph
FG	Funktionsgeber
P	Potentiometer
V	Verstärker
M	Multiplizierer
Vf.	Verteilungsfunktion

10. Schrifttum  
=====

Bücher:

1. Bendat, J.S.: Principles and Applications of Random Noise Theory. John Wiley & Sons, Inc., New York 1958
2. Blackman, R.B. und Tukey, J.W.: The Measurement of Power Spectra. Dover Publication Inc., New York, 1959
3. Cramér, H.: Mathematical Methods of Statistics. Princeton University Press, 10. Printing, 1963
4. Cramér, H. und M.R. Leadbetter: Stationary and Related Stochastic Processes. John Wiley & Sons, Inc., New York, London, Sydney, 1967
5. Deutsch, R.: Nonlinear Transformations of Random Processes. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New York, 1962
6. Doetsch, G.: Einführung in Theorie und Anwendung der Laplace-Transformation. Birkhäuser Verlag, Basel und Stuttgart, 1958
7. Doetsch, G.: Anleitung zum praktischen Gebrauch der Laplace-Transformation. Verlag R. Oldenbourg, München, 1961
8. Doob, J.L.: Stochastic Processes. John Wiley & Sons, Inc., New York - London, 5. Printing 1964
9. Giloi, W. und R. Lauber: Analogrechnen, Programmieren, Arbeitsweise und Anwendung des elektronischen Analogrechners. Springer-Verlag Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1963
10. Gnedenko, B.W.: Lehrbuch der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Akademie-Verlag, Berlin, 1965
11. Graf, U., K. Stange und H.-J. Henning: Formeln und Tabellen der mathematischen Statistik. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1966, 2. Auflage

12. Gumbel, E.J.: Statistics of Extremes. Columbia University Press, New York, 1960
13. Hald, A.: Statistical Theory with Engineering Applications. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1962
14. Kauderer, H.: Nichtlineare Mechanik. Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1958
15. Klotter, K.: Technische Schwingslehre. Erster Band: Einfache Schwinger und Schwingungsmeßgeräte. Zweiter Band: Schwinger von mehreren Freiheitsgraden. Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1960
16. Lange, F.H.: Signale und Systeme. Band 1, Spektrale Darstellung. VEB Verlag Technik Berlin, 1965
17. Meixner, J. und F.W. Schäfke: Mathieusche Funktionen und Sphäroidfunktionen. Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1954
18. Morgenstern, D.: Grundtatsachen aus der mathematischen Theorie stationärer stochastischer Prozesse. Vortrag vor der GAMM 1961, erschienen im R. Oldenbourg Verlag, München, 1962, Anwendung statistischer Verfahren in der Regelungstechnik
19. Morgenstern, D.: Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik. Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1964
20. Neumann, J. van und O. Morgenstern: Spieltheorie und wirtschaftliches Verhalten. Physica-Verlag, Würzburg, 1961
21. Richter, H.: Wahrscheinlichkeitstheorie. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 2. Auflage 1966
22. Schlitt, H.: Systemtheorie für regellose Vorgänge. Statistische Verfahren für die Nachrichten- und Regelungstechnik. Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1960
23. Schlitt, H.: Stochastische Vorgänge in linearen und nichtlinearen Regelkreisen. Vieweg-Verlag, Braunschweig, 1968

24. Schmetterer, L.: Einführung in die mathematische Statistik. Springer-Verlag, Wien - New-York, 2. Auflage 1966
25. Vossers, G.: Behaviour of Ships in Waves. Ships and Marine Engines, Vol IIc. Harlem, 1962
26. Waerden, B.L. van der: Mathematische Statistik. Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1957
27. Zurmühl, R.: Praktische Mathematik für Ingenieure und Physiker. Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1965

Aufsätze:

28. Abels, F.: Die Druckverteilung an einem festgehaltenen Schiffsmodell im regelmäßigen Seegang. Jahrbuch der Schiffbautechnischen Gesellschaft, 53. Band, 1959, S. 173/212
29. Abicht, W.: Beispiele für die Berechnung der Grenzkurven. Schiffstechnik, Band 9, 1962, Heft 48, S. 155/156
30. Arndt, B.: Ausarbeitung einer Stabilitätsvorschrift für die Bundesmarine. Jahrbuch der Schiffbautechnischen Gesellschaft, 59. Band, 1965, S. 594/608
31. Arndt, B.: Ermittlung von Mindestwerten für Stabilität. Schiffstechnik, Band 7, 1960, S. 35/46
32. Arndt, B.: Einige Berechnungen der Seegangsstabilität. Schiffstechnik, Band 9, 1962, Heft 48, S. 157/160
33. Arndt, B.: Systematische Berechnungen der Seegangsstabilität für ein Frachtschiff mit einer Völligkeit von 0,63. Hansa, Heft 24, 1964, S. 2479§91
34. Arndt, B. und S. Roden: Stabilität bei vor- und achterlichem Seegang, Schiffstechnik, Band 5, 1958, Heft 29, S. 192/199
35. Arndt, B., S. Kastner und S. Roden: Stabilitätsmessung auf Schiffen. Hansa, 97. Jahrgang, 1960, S. 2441/46

36. Bartsch, H.: Statistische Methoden zur Untersuchung der Bewegungen eines Schiffes im Seegang. Schiffstechnik, Band 6, 1959, Heft 30, S. 1/8, und Heft 31, S. 85/92
37. Behn, F.: Berechnung von Hebelarmkurven in unregelmäßigem Seegang. Bericht an die Deutsche Forschungsgemeinschaft des Lehrstuhls für Entwerfen von Schiffen am Institut für Schiffbau der Universität Hamburg, 1968, unveröffentlicht
38. Freudenthal, A.M.: Reliability Analysis based on Time to first Failure. 5th J.C.A.F. Symposium, Melbourne, Australia, May 1967. Institute for the Study of Fatigue and Reliability, Columbia University, New York
39. Grim, O.: Das Schiff in von achtern auflaufender See. Jahrbuch der Schiffbautechnischen Gesellschaft, 45. Band, 1951, S. 264/287
40. Grim, O.: Rollschwingungen, Stabilität und Sicherheit im Seegang. Schiffstechnik, Band 1, 1952, Heft 1, S. 10/21
41. Grim, O.: Durch Wellen an einem Schiffskörper erregte Kräfte. Proc. Symposium on the Behaviour of Ships in a Seaway, 1957, Wageningen, 1959, S. 232-265
42. Grim, O.: Beitrag zu dem Problem der Sicherheit des Schiffes im Seegang. Schiff und Hafen, Band 13, 1961, S. 490/497
43. Grim, O.: Die Deformation eines regelmäßigen, in Längsrichtung laufenden Seegangs durch ein fahrendes Schiff. Schiffstechnik 1962, Heft 46, S. 97/100
44. Grim, O. und Y. Takaishi: Das Rollmoment in schräglaufernder Welle. Schiff und Hafen, 10/1965, S. 791/796
45. Jens, J.: Stabilitätsvorschriften anderer Länder. Jahrbuch der Schiffbautechnischen Gesellschaft, 57. Band, 1963, S. 38/39
46. Kastner, S.: Kenterversuche mit einem Modell in natürlichem Seegang. Schiffstechnik, Band 9, 1962, Heft 48, S. 161/164



47. Kastner, S.: Modellversuche in achterlichem See-  
gang mit dem Küstenmotorschiff "Lo-  
hengrin". Hansa, Band 101, 1964, Nr.  
12, S. 1212/1217
48. Kastner, S.: Kenterversuche mit freifahrenden  
Schiffsmodellen in natürlichem See-  
gang. Forschungsbericht des Insti-  
tuts für Entwerfen von Schiffen und  
Schiffstheorie der Technischen Hoch-  
schule Hannover, 1964. Unveröffent-  
licht
49. Kastner, S.: Über den Einfluß der Rolldämpfung auf  
die Kentersicherheit von Schiffen.  
Bericht an die Deutsche Forschungs-  
gemeinschaft des Lehrstuhls für Ent-  
werfen von Schiffen am Institut für  
Schiffbau der Universität Hamburg,  
1966. Unveröffentlicht
50. Kastner, S.: Analyse von natürlichem Modellseegang.  
Schiffstechnik, Band 15, 1968, Heft  
75, S. 15/22
51. Kerwin, J.E.: Notes on Rolling in Longitudinal Waves.  
International Shipbuilding Progress,  
2, 1955, S. 1597-614
52. Krappinger, O.: Über die Rollschwingungen von Schif-  
fen. Hansa, 1958, S. 1876/80
53. Krappinger, O.: Schiffsstabilität und Trimm. Handbuch  
der Werften. 1960, S. 13/121
54. Krappinger, O.: Was ist Schiffsstabilität? Schiffs-  
technik, 1960, S. 32/34
55. Krappinger, O.: Über Kenterkriterien. Schiffs-  
technik, Heft 48, Sept. 1962, S. 145/  
154
56. Krappinger, O.: Die quantitative Berücksichtigung  
der Sicherheit und Zuverlässigkeit  
bei der Konstruktion von Schiffen.  
Jahrbuch der Schiffbautechnischen  
Gesellschaft 1967, Band 61, S. 314/335
57. Krylow, A.N.: A general Theory of the Oscillations  
of a Ship among Waves. Transaction  
of the Institution of Naval Archi-  
tects, London, Vol. 40, 1898, S. 135/  
196

58. Longuet-Higgins, M.S.: On the Statistical Distribution of the Heights of Sea Waves. Journal of Marine Research, Vol. XI, No. 3, 1952, S. 245/266
59. Paulling, J.R.: Stability and Rolling of Ships in a following Sea. University of California, Institute of Engineering Research, Berkeley, California, 1958
60. Paulling, J.R.: The Transverse Stability of a Ship in a Longitudinal Seaway. Journal of Ship Research, Vol. 4, März 1961, S. 37/49
61. Pierson, W.J. und L. Moskowitz: Proceedings 2nd International Ship Structure Congress 1964, Delft, Netherland 1964, Vol. I
62. Rahola, J.: The Judging of the Stability of Ships and the Determination of the Minimum Amount of Stability. Dissertation Helsinki 1939
63. Roden, S.: Welche Ergebnisse liefern Kenterver-  
suche mit Modellen? Schiffstechnik,  
Band 9, 1962, Heft 48, S. 165/172
64. Roden, S.: Modellversuche in natürlichem Seegang.  
Jahrbuch der STG, Band 56, 1962, S.  
132/143
65. Roll, H.U.: Höhe, Länge und Steilheit der Meeres-  
wellen im Nordatlantik, Einzerver-  
öffentlichung des Deutschen Seewet-  
teramtes, Nr. 1, Hamburg 1953
66. St. Denis, M. und W.J. Pierson: On the Motion of Ships  
in Confused Seas. The Society of Na-  
val Architects and Marine Engineers,  
1953, S. 280/332
67. St. Denis, M.: On a Problem in the Theory of Non-  
linear Oszillations of Ships. Schiffs-  
technik, Band 14, 1967, Heft 70, S.  
11/14
68. Stefun, G.P.: Comparative Seakeeping Tests at the  
David Taylor Model Basin, the Nether-  
lands Ship Model Basin, and the Ad-  
miralty Experiment Works. David Tay-  
lor Model Basin, Report 1309, May  
1960

69. Todd, F.H.: Some Further Experiments on Single-Screw Merchant Ship Forms - Series 60, Transactions of SNAME. Vol. 61, 1953, S. 516/589
70. Vossers, G. und W.A. Swaan und H. Rijken: Experiments with Series 60 Models in Waves. International Shipbuilding Progress. Mai 1961, S. 201/232
71. Weinblum, G. und St. Denis, M.: On the Motion of Ships at Sea. Transactions, The Society of Naval Architects and Marine Engineers. Vol. 58, 1950
72. Weinblum, G.: Kräfte bei Bewegungen von Körpern in oder nahe der freien Oberfläche. Schiffstechnik, Band 1, 1952, Heft 1, S. 21/31
73. Wendel, K.: Stabilitätseinbußen im Seegang und durch Koksdeckslast. Hansa, Band 91, 1954, S. 2000/2022, Untersuchungen an einem mittelgroßen Seeschiff ("Irene Oldendorff")
74. Wendel, K.: Sicherheit gegen Kentern. VDI-Zeitschrift, Band 100, 1958, Nr. 32, S. 1523/1533
75. Wendel, K.: Safety from Capsizing, Fishing Boats of the World: 2, London 1960
76. Wendel, K.: Die Wahrscheinlichkeit des Überstehens von Verletzungen. Schiffstechnik, Band 7, 1960, Heft 36, S. 47/61
77. Wendel, K.: Die Bewertung von Unterteilungen. Jahrbuch der Schiffbautechnischen Gesellschaft, 55. Band, 1961, S. 190/208
78. Wendel, K., S. Roden und S. Kastner: Studium der Bewegungen der Seeschiffe unter dem Einfluß von Seegang und Wind. Deutscher Beitrag zum Thema 2, Abschnitt II - Abteilung Seeschifffahrt - zum XXI. Internationalen Schifffahrtkongreß Stockholm 1965
79. Wendel, K., B. Arndt, K. Boie und F. Seefisch: Vortragsgruppe "Schiffsstabilität". Jahrbuch der STG, 1965
80. Zunker, H.: Aufstellen eines Rechenprogramms zur Berechnung der Rollbewegungen von Schiffen im Seegang. Lehrstuhl für Entwerfen von Schiffen der Universität Hamburg, 1966, unveröffentlicht.

11. Anhang  
=====

Der Anhang ist der Arbeit nicht beigelegt, kann aber auf Wunsch eingesehen werden. Er enthält die zugehörigen digitalen Programme in Algol und ihre Beschreibung sowie die Ausdrücke der Ergebnisse.

- A Transformation stetiger Spektren auf das fahrende Schiff
- B Diskretisierung transformierter Spektren
- C Klassierung und  $\chi^2$ -Test für exponentiell verteilte Größen
- D Klassierung und Test auf Normalverteilung
- E Fourieranalyse für regelmäßige Änderungen aufrichtender Hebel
- F Kentern bei stochastischer parametrischer Erregung
- G Stochastische Phasen für die Einstellung am Analogrechner

Ferner liegt eine ausführlichere Fassung dieser Arbeit vor, in der besonders die analoge Rechen- und Steuerschaltung eingehend beschrieben ist.

12. Bildverzeichnis  
=====

Bild-Nr.

- |   |                                       |
|---|---------------------------------------|
| 1 | Verschiedene Typen von Hebelarmkurven |
| 2 | Hebelbereiche im Seegang              |
- 
- |   |  |
|---|--|
| 3 | Blockdiagramm: Schiff als System                                     |
| 4 | Ersatzsysteme für das rollende Schiff in längs-<br>laufenden Seegang |
- 
- |    |   |
|----|---|
| 5  | Aufrichtende Hebel, Passierperiode Welle-Schiff<br>für regelmäßige Wellen mit $\varphi$ als Parameter   |
| 6  | Abweichungen des mittleren Seegangshebels vom<br>Glattwasserhebel für verschiedene Phasenlagen in<br>regelmäßiger Welle                             |
| 7  | Fourier-Analyse der regelmäßigen Hebelschwankung<br>für $45^\circ$ Neigung  |
| 8  | Fourierkomponenten der aufrichtenden Hebel in re-<br>gelmäßiger Welle   |
| 9  | Ordinatenverteilung stochastischer Hebel bei $30^\circ$<br>Neigung  |
| 10 | Relative Häufigkeit von kennzeichnenden Wellenhöhen<br>für 100 m-Wellen im Nordatlantik nach Statistik<br>R o l l [94]                              |
| 11 | Hebeldifferenzen als Schwankungsbereich in unregel-<br>mäßigem Seegang  |
| 12 | Verteilungsdichte der Hebelordinaten in unregel-<br>mäßigem längslaufendem Seegang  |
| 13 | Stochastische Hebel in längslaufendem Seegang, dar-<br>gestellt über der Zeit t mit dem Neigungswinkel $\varphi$<br>als Parameter                   |
| 14 | Gegenüberstellung der normierten Spektren von un-<br>regelmäßigem Seegang und der zugehörigen Hebel für<br>$30^\circ$ Neigung in längslaufender See |
| 15 | Einfluß der Anfangsbedingungen auf die Zeit bis<br>zum Kentern  |
-

- 16 Blockdiagramm für transformierte Hebel
- 17 Aufteilung des Originalspektrums in drei Bereiche bei achterlicher See für  $F = 0,25$
- 18 Grenze  $f_c$  des Bereiches III über der Froudeschen Zahl mit  $\sqrt{L}$  als Parameter
- 19 Die drei Bereiche eines transformierten Spektrums
- 20 Transformierte Spektren in vorlicher und achterlicher See für verschiedene Froudesche Zahlen - Übersicht
- 21 Schwerpunkt der transformierten Spektren bezüglich der Faltfrequenz
- 22 Diskretisiertes Spektrum in achterlicher See für eine Froudesche Zahl von 0,25 in arithmetischer Teilung
- 
- 23 Rechenschaltung am Analogrechner für die Bewegungsgleichung
- 24 Nichtlineare Anteile  $\bar{h}_n$  an der mittleren Seegangshebelkurve, für verschiedene KG normiert
- 25 Normierter nichtlinearer Anteil  $\Delta h_n$  am Schwankungsbereich der Hebel
- 26 Vergleich von analoger und digitaler Berechnung
- 
- 27 Phasenkurve und  $\ddot{\psi}(\psi)$  für Resonanz  $F = 0,2$ ;  
 $T_m \cdot \sqrt{\frac{g}{L}} = 5$
- 28 Bewegungsgrößen über der Zeit für Kentern mit  $F = 0,4$
- 29 Winkelbeschleunigung  $\ddot{\psi}$  über Rollwinkel  $\psi$  für Kentern mit  $F = 0,4$
- 30 Phasenkurve für Kentern mit  $F = 0,4$
- 31 Verteilung der Kenterfahrzeiten mit Konfidenzbereich - Beispiel
- 32 Reproduktionstest am Analogrechner - Histogramm
- 33 u. 34 Histogramme von statistisch ermittelten Kenterfahrzeiten am Analogrechner
- 35 - 39 Mittlere Kenterfahrzeit ( $\bar{t}_K - \bar{t}_0$ ) bei verschiedenen Parametern
- 40 Vergleich der transformierten Spektren  $S_d^*$  für  $F = 0,2$  und  $F = 0,4$

41 Verteilungsdichte der Rollwinkel bei verschiedenen Froudeschen Zahlen in achterlichem Seegang

Tafel 1 Normierte Frequenzen und Amplituden der Erregung

Tabelle 1: Normierte Frequenzen und Amplituden der Erregungskomponenten am Analogrechner

Zeitmaßstab  $\frac{1}{\lambda} = 3$

F	0,15		0,20		0,25		0,40	
p	$\omega_{pn}^*$ [sec <sup>-1</sup> ]	$C_p^*$ [-]	$\omega_{pn}^*$ [sec <sup>-1</sup> ]	$C_p^*$ [-]	$\omega_{pn}^*$ [sec <sup>-1</sup> ]	$C_p^*$ [-]	$\omega_{pn}^*$ [sec <sup>-1</sup> ]	$C_p^*$ [-]
1	0,7156	0,045	0,1473	0,08	0,1178	0,20	0,0421	0,33
2	0,9425	0,126	0,4208	0,10	0,3366	0,22	0,1262	0,33
3	1,1345	0,282	0,6522	0,14	0,5217	0,27	0,2104	0,33
4	1,2915	0,415	0,8415	0,21	0,6732	0,32	0,2945	0,33
5	1,4137	0,477	0,9888	0,34	0,7910	0,38	0,3787	0,33
6	1,5010	0,478	1,0940	0,50	0,8751	0,45	0,4628	0,33
7	1,5533	0,510	1,1571	0,71	0,9257	0,66	0,5470	0,36

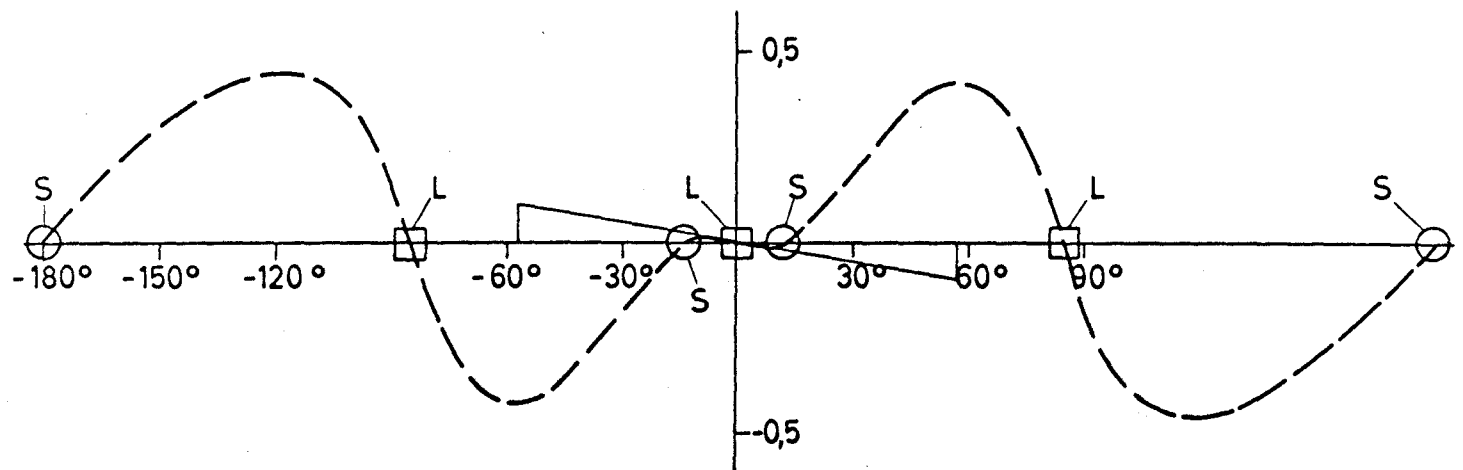
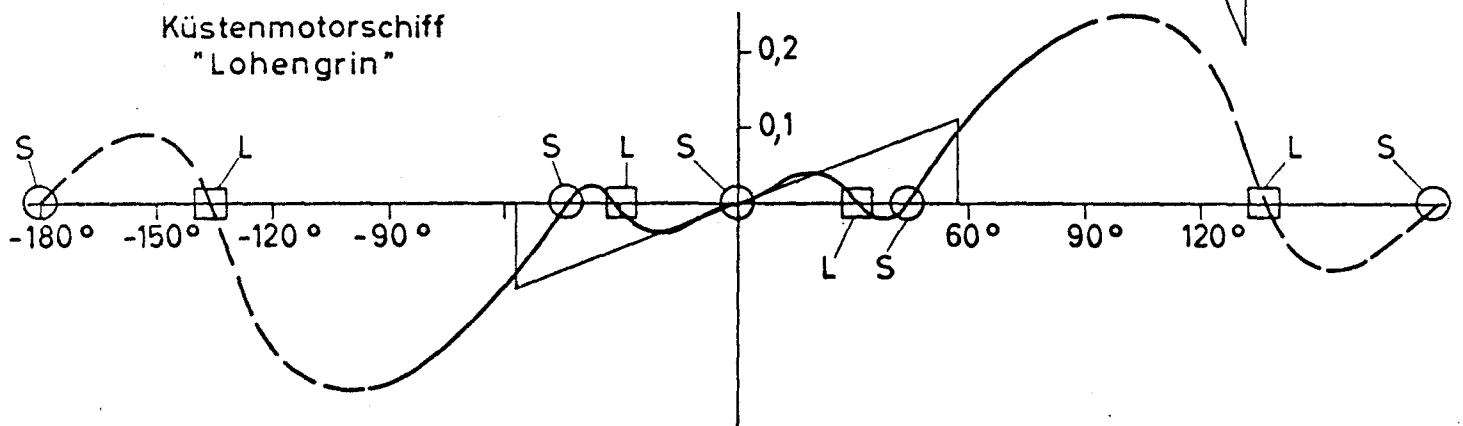
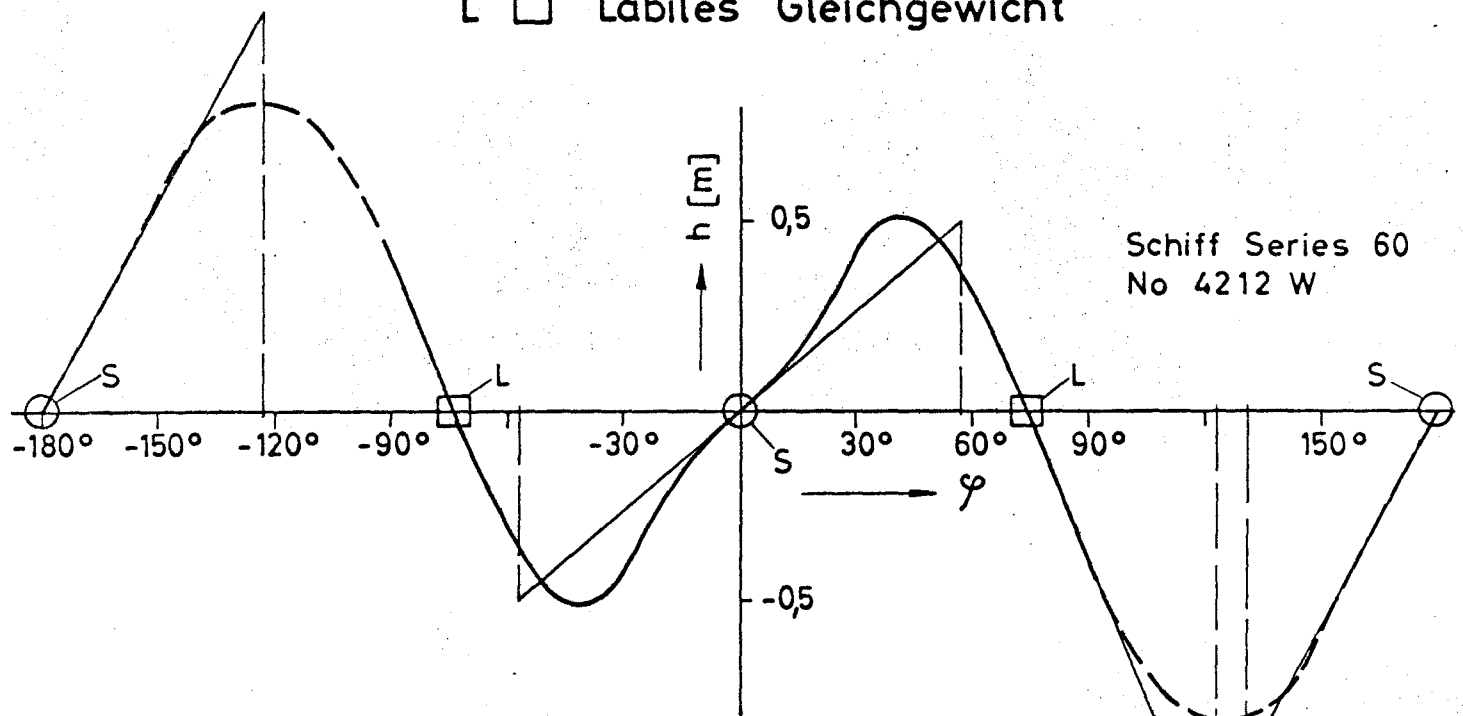


Bild 1 (2.4.1): Verschiedene Typen von Hebelarmkurven

$h(\varphi)$  für Glattwasser

S ○ Stabiles Gleichgewicht

L □ Labiles Gleichgewicht



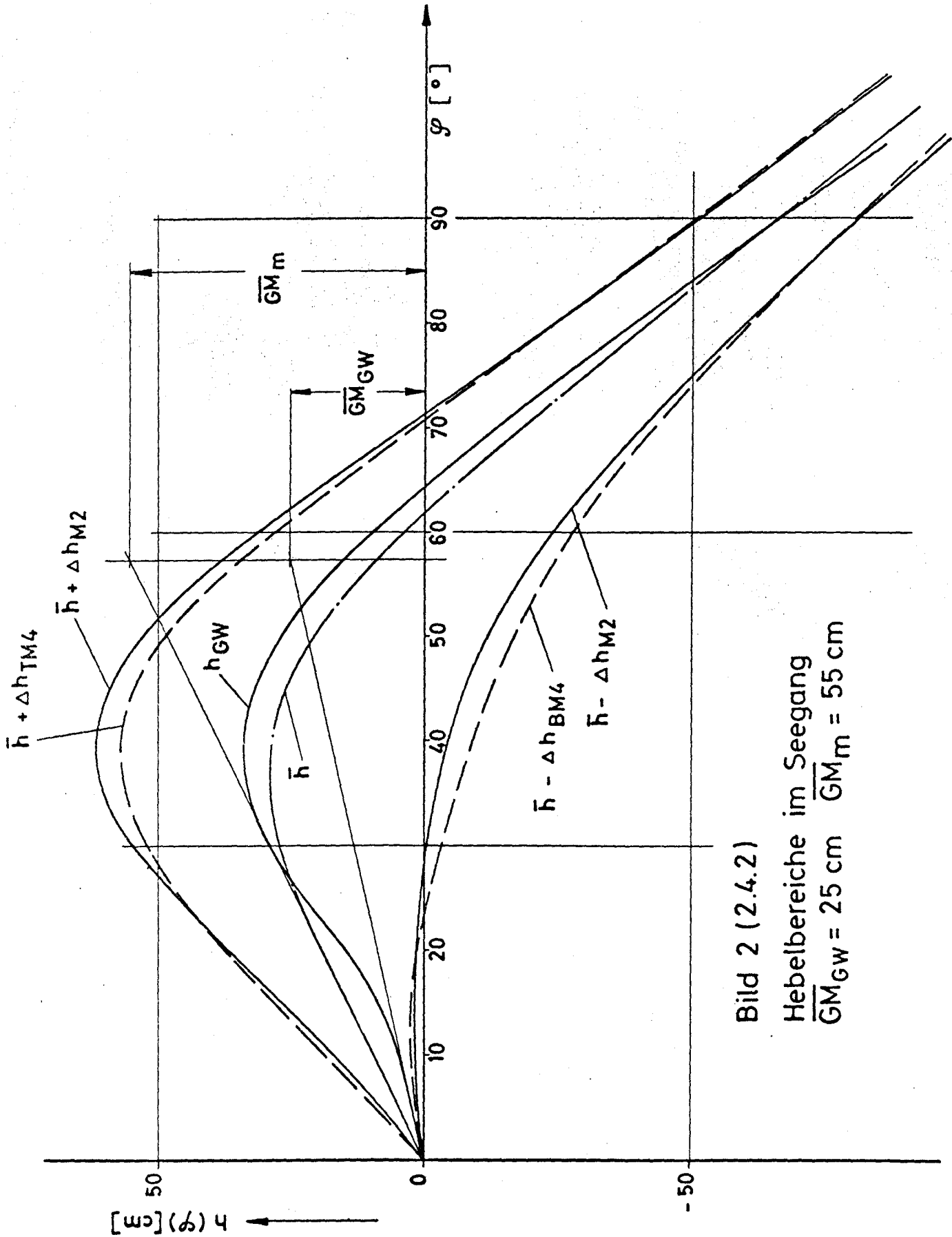


Bild 2 (2.4.2)

Hebelbereiche im Seegang  
 $\overline{GM}_{GW} = 25 \text{ cm}$     $\overline{GM}_m = 55 \text{ cm}$

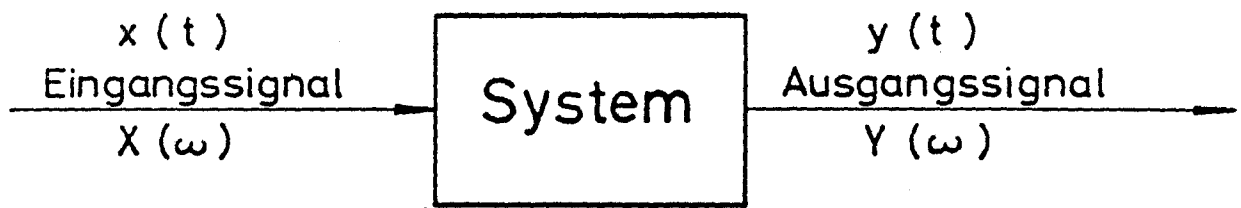
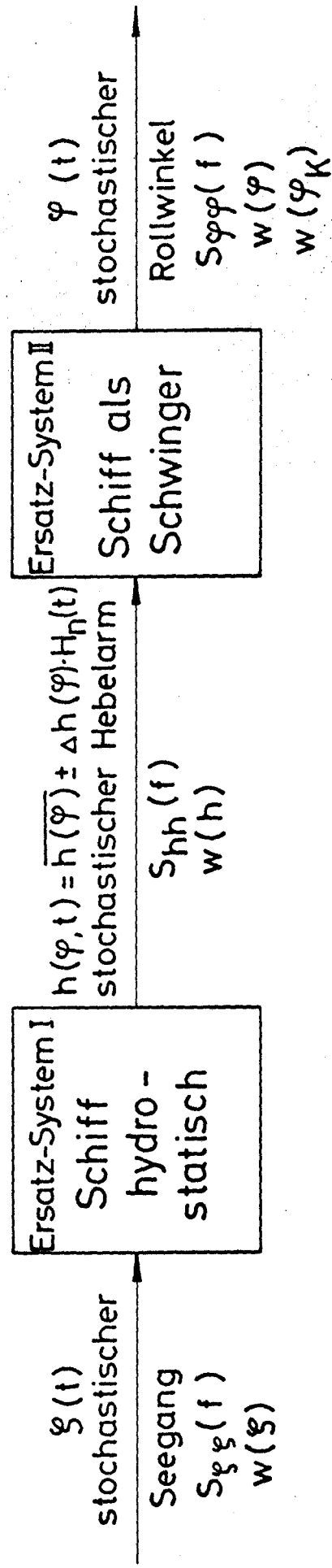


Bild 3 (3.1.1)

Bild 4 (3.1.2): Original-System: Schiff im längslaufenden Seegang



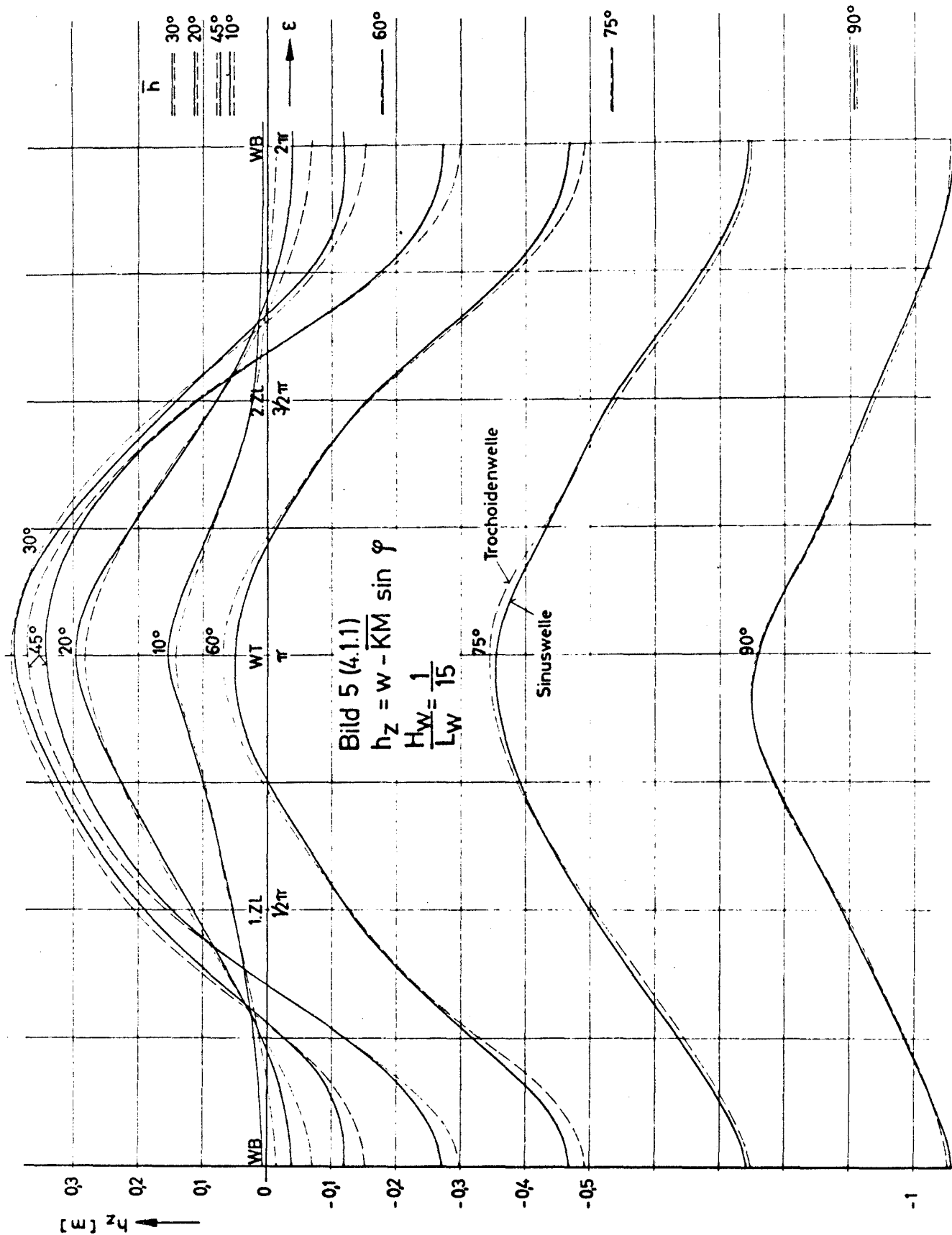
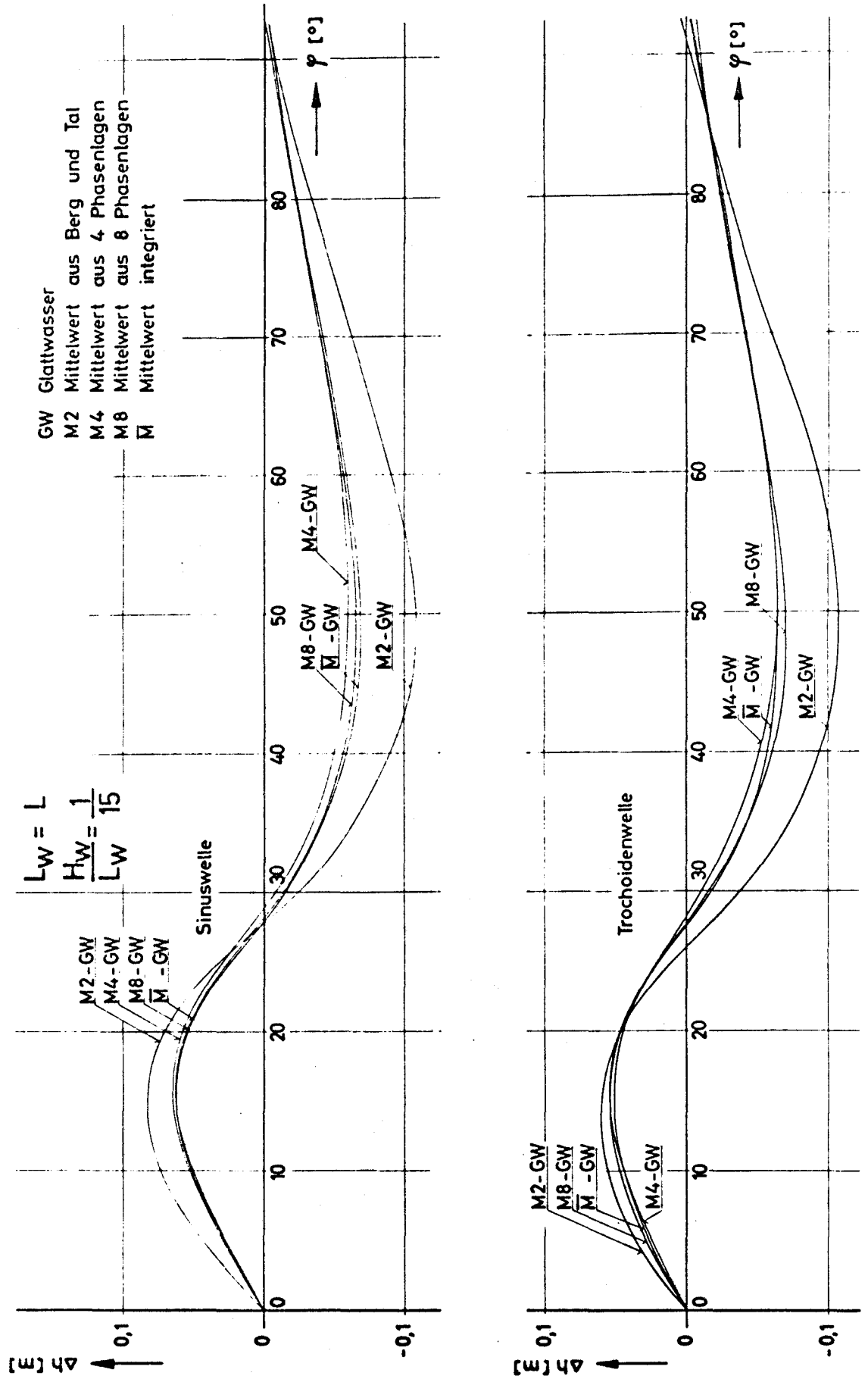


Bild 6 (4.1.3)

Hebeldifferenzen zwischen Seegangsmittelwerten und Glattwasser



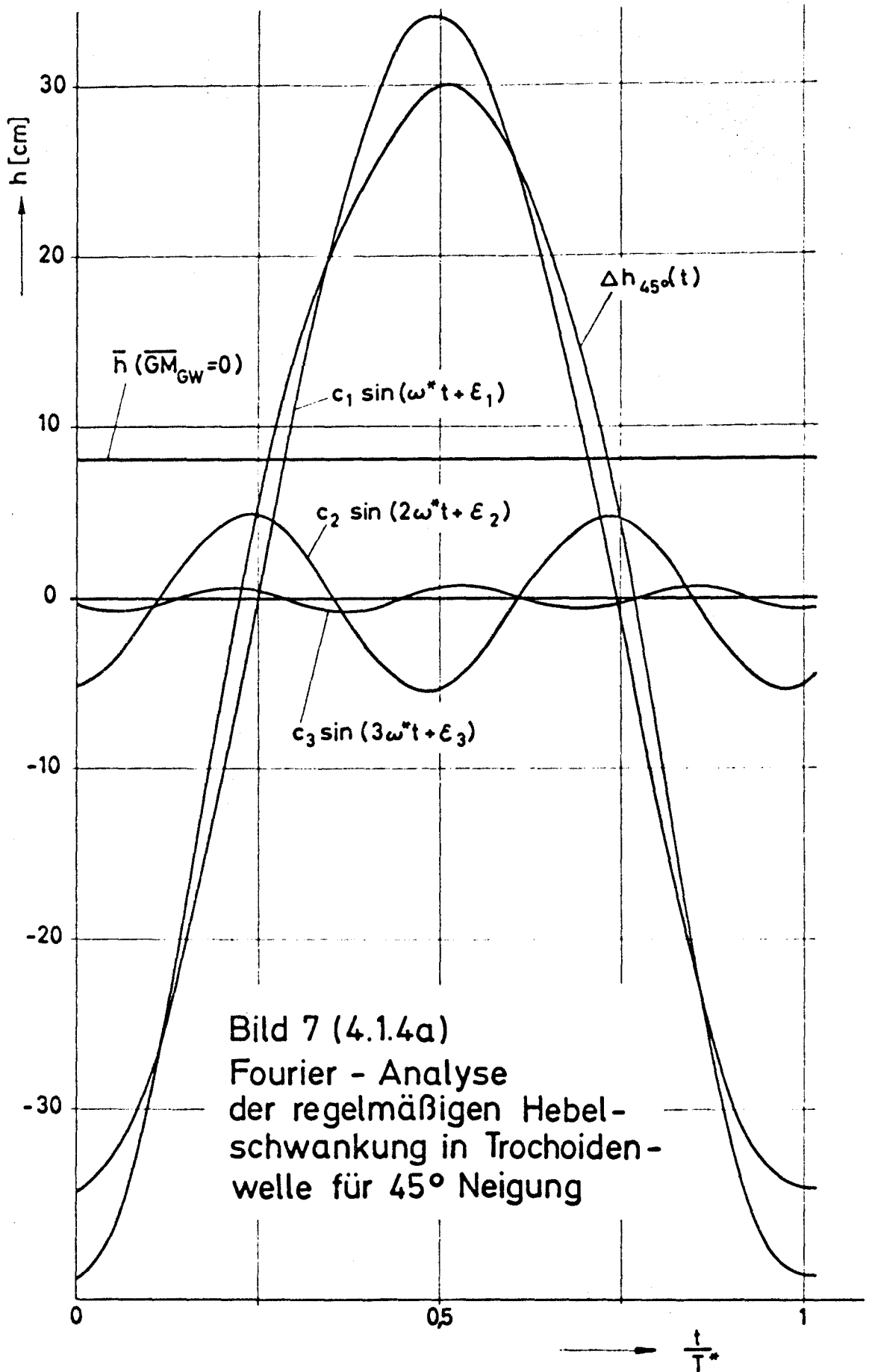


Bild 7 (4.1.4a)  
 Fourier - Analyse  
 der regelmäßigen Hebel-  
 schwankung in Trochoiden-  
 welle für  $45^\circ$  Neigung

Bild 8 (4.1.4b)

Fourierkomponenten  $c_p$  und  
Phasen  $\epsilon_p$  für regelmäßige Hebel-  
schwankung in Trochoidenwelle

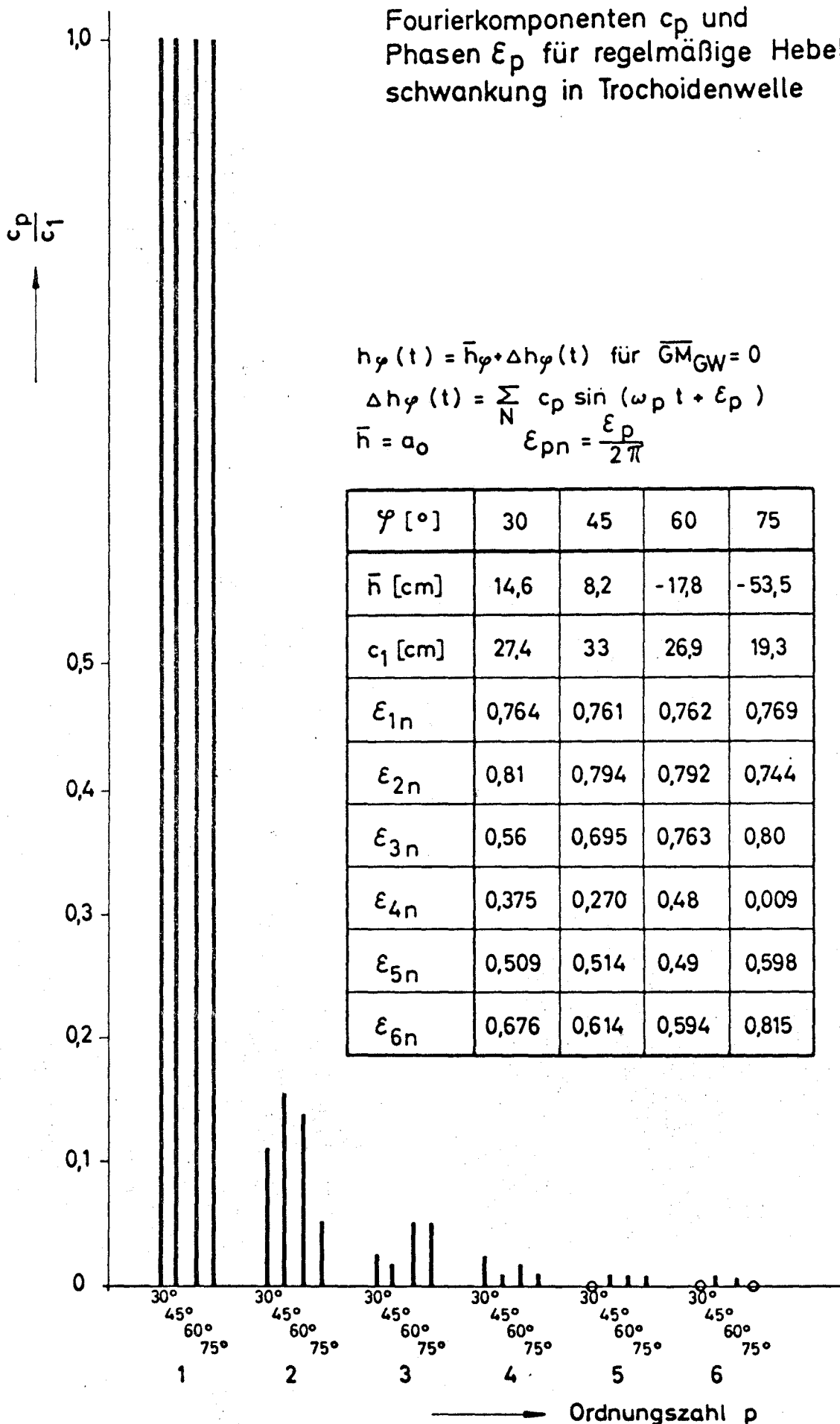




Bild 9 (4.1.10)

Relative Häufigkeit aufrichtender Hebel  
in längslaufender See für  $\varphi = 30^\circ$

für ein Seegangsspektrum nach Pierson-Moskowitz

$$\overline{GM}_{GW} = 0$$

Umfang der Stichprobe

$$M = 1000$$

$$\Delta t = 1 \text{ sec}$$

$$T = M \cdot \Delta t = 16,65 \text{ min}$$

$$\overline{g^2} = 1,1 \text{ m}^2$$

$$s_{\Delta h} = 6,9 \text{ cm}$$

$$G_{\Delta h} = E[s_{\Delta h}]$$

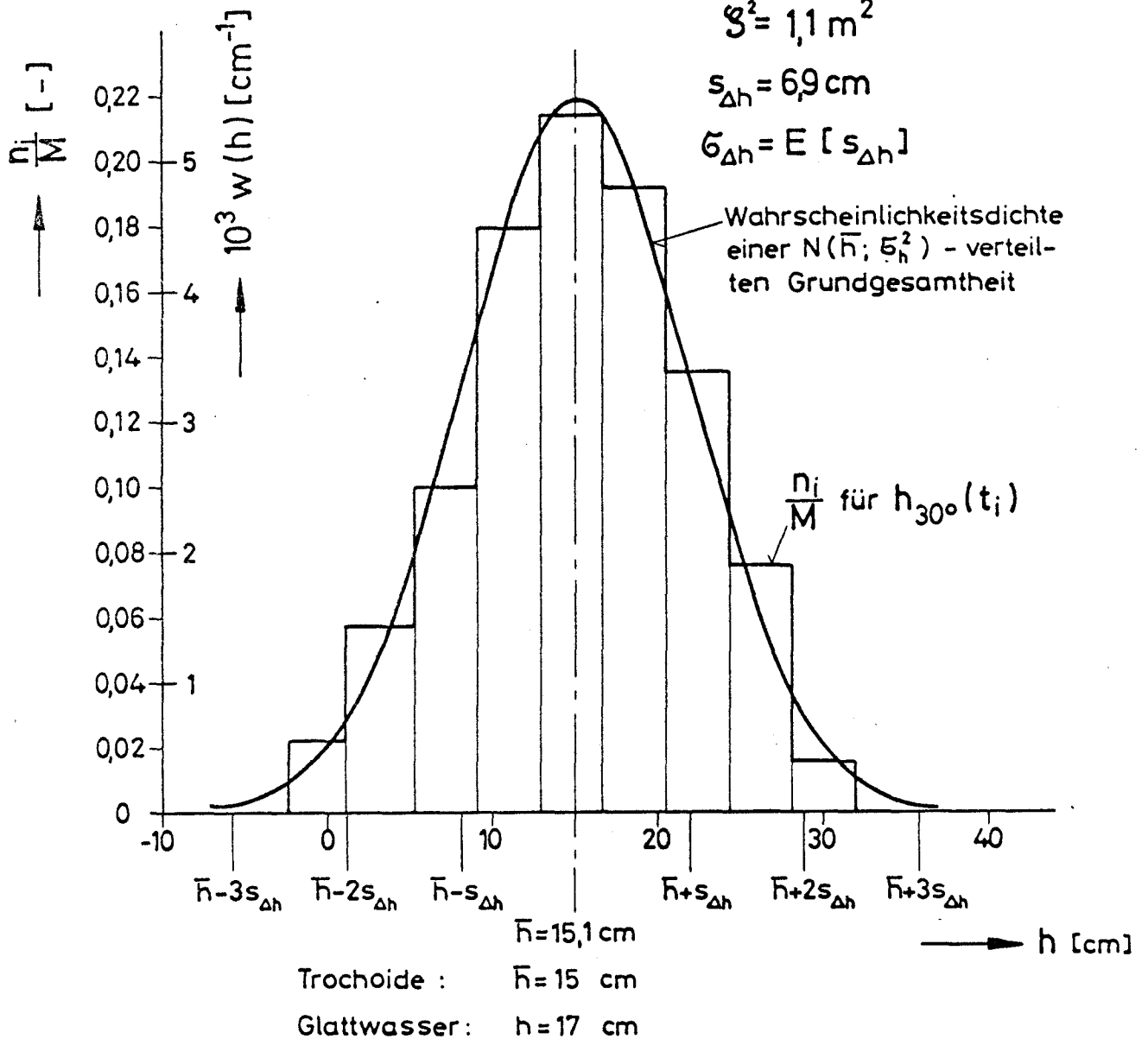
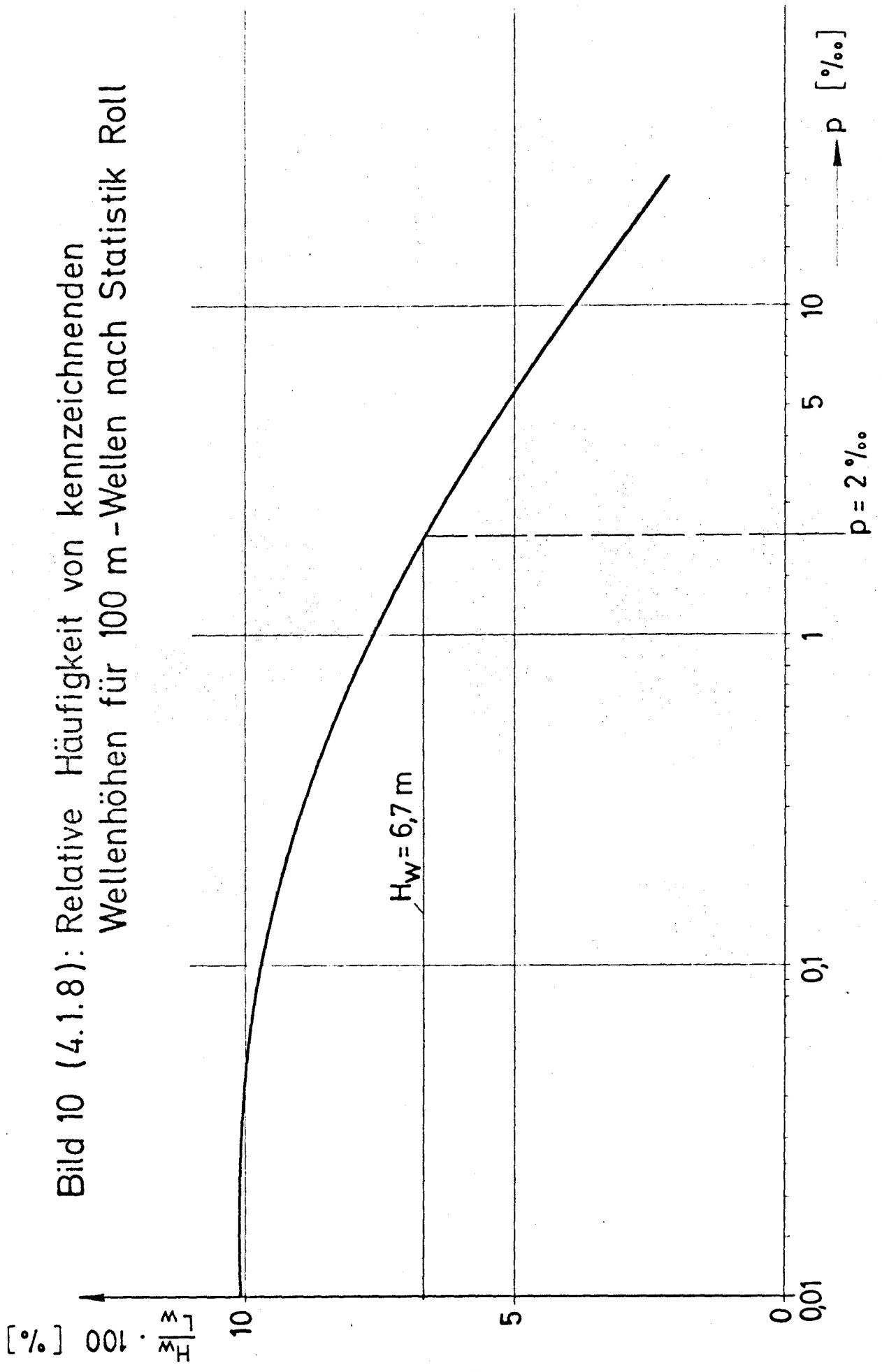


Bild 10 (4.1.8): Relative Häufigkeit von kennzeichnenden Wellenhöhen für 100 m - Wellen nach Statistik Roll



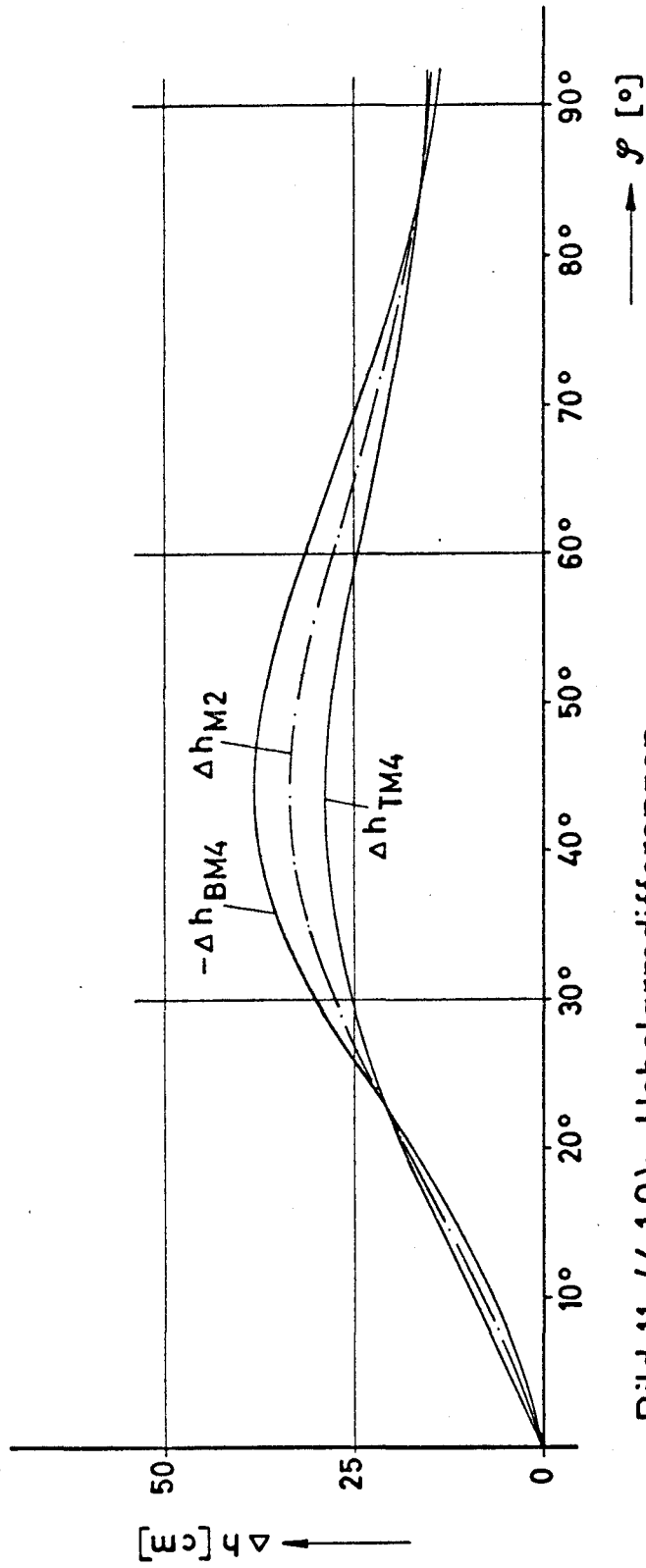


Bild 11 (4.1.9): Hebelarmdifferenzen  
für Schiff Series 60 No. 4212 W

$$\Delta h_{M2} = |h_B - h_{M2}| = |h_T - h_{M2}|$$

$$h_{M2} = \frac{1}{2} (h_B + h_T)$$

$$\Delta h_{BM4} = h_B - h_{M4}$$

$$\Delta h_{TM4} = h_T - h_{M4}$$

$h_{M4}$  = Mittel aus vier Phasenlagen in  
längslaufender Trochoidenwelle

$$\frac{H_W}{LW} = 0,0667$$

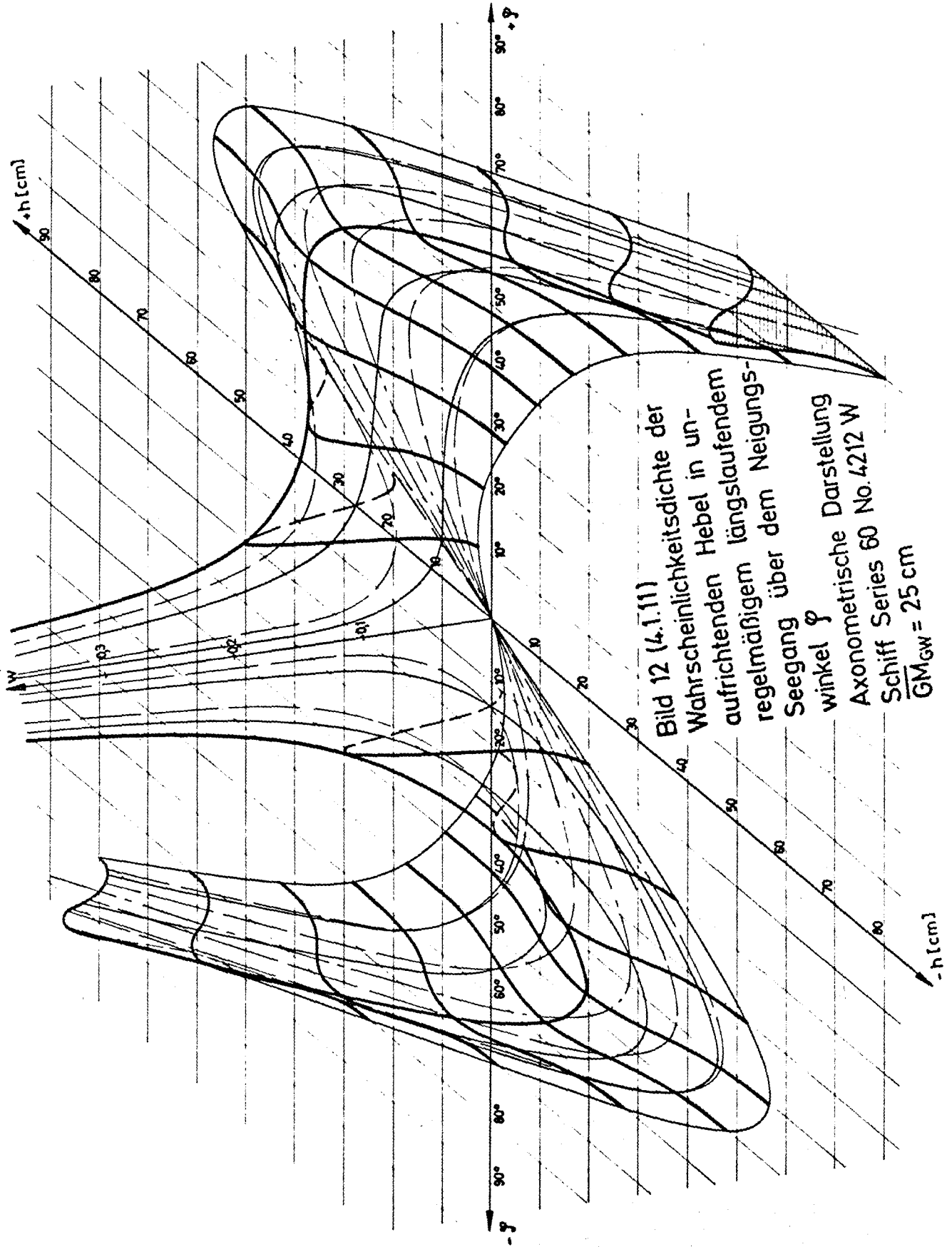


Bild 12 (4.1.11)  
 Wahrscheinlichkeitsdichte der  
 aufrichtenden Hebel in un-  
 regelmäÙigem längslaufendem  
 Seegang über dem Neigungs-  
 winkel  $\varphi$   
 Axonometrische Darstellung  
 Schiff Series 60 No. 4212 W  
 $GM_{GW} = 25$  cm

Bild 13 (4.1.12): Stochastische Hebel in längslaufender See  
 $\overline{GM}_{GW} = 0$

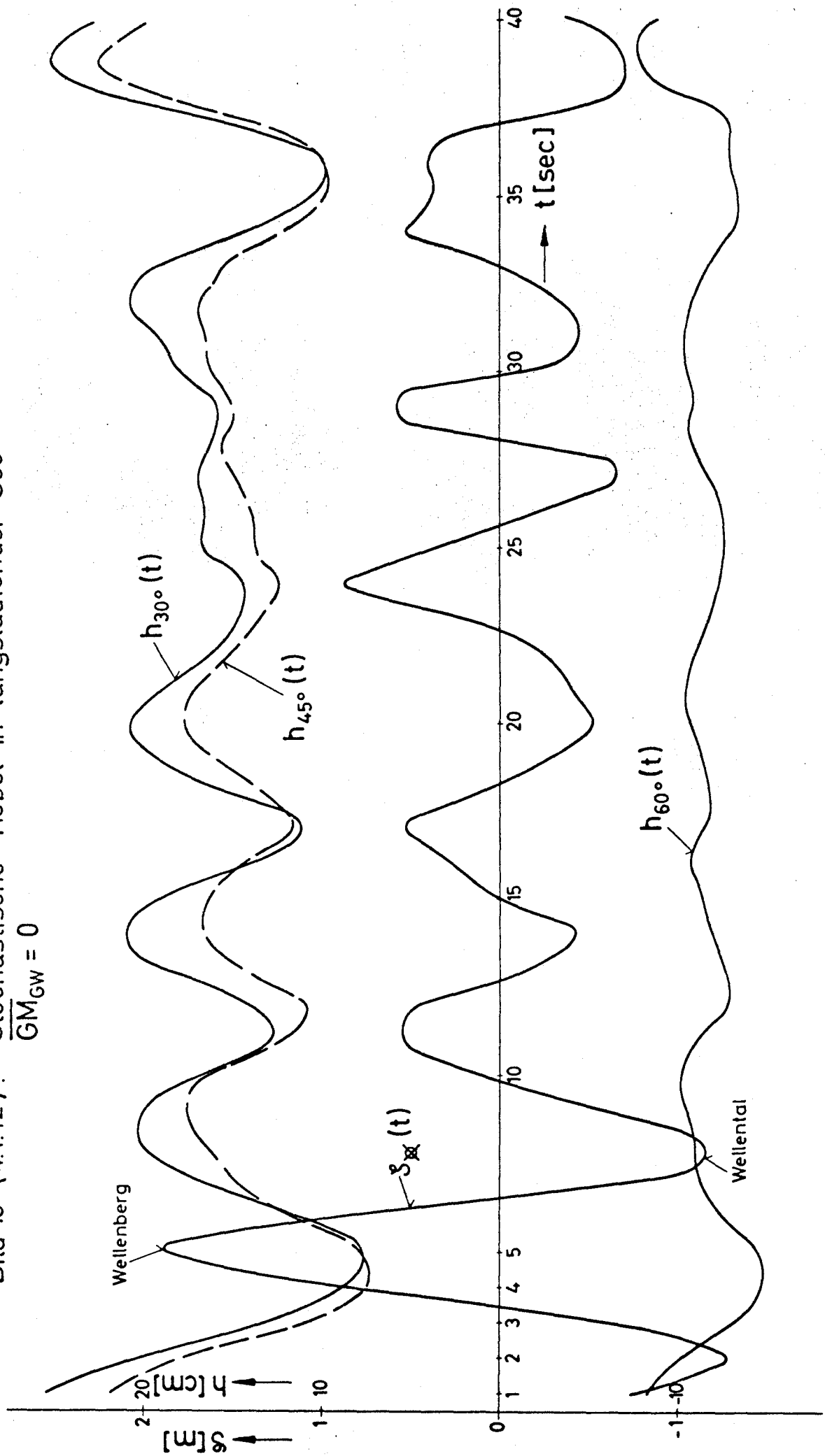


Bild 14 (4.1.14)

Vergleich der normierten Spektren  
von Seegang und Hebelschwankung  
Schiff ohne Fahrt

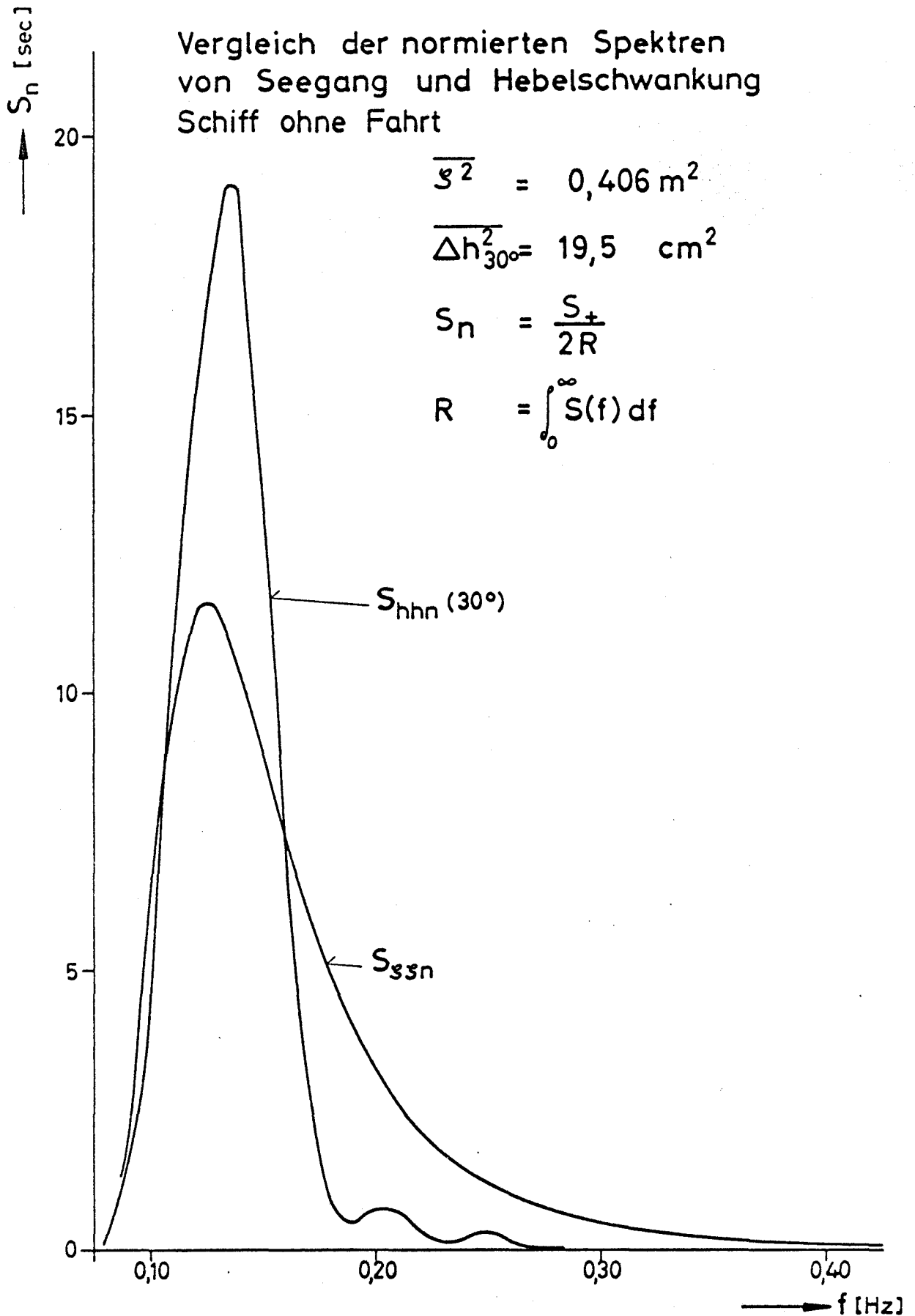


Bild 15 (4.2.2)

Zeit bis zum Kentern für  
verschiedene  $\varphi_0$  bei  $\dot{\varphi}_0 = 0$

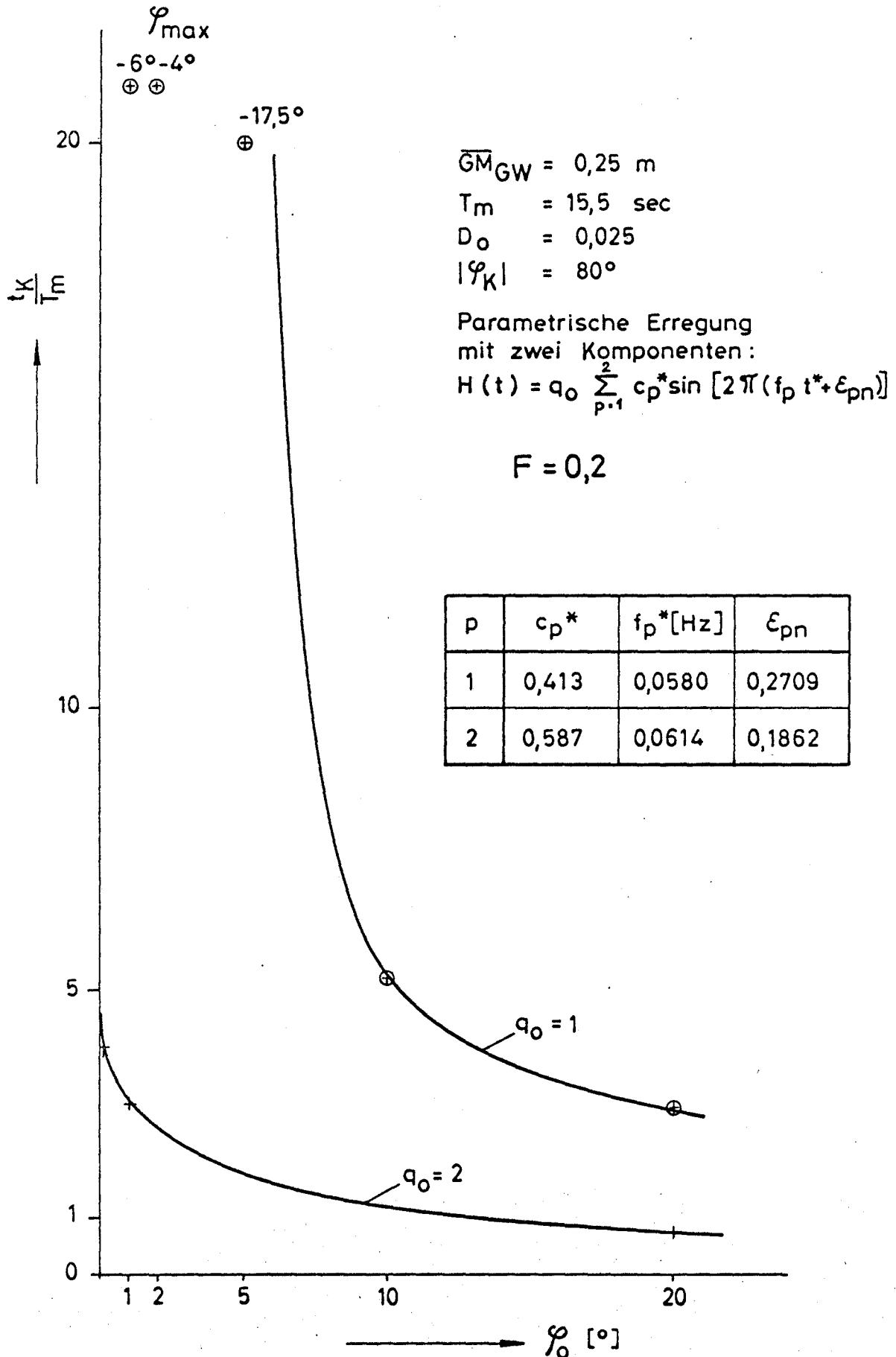


Bild 16 : Blockdiagramm für transformierte Hebel

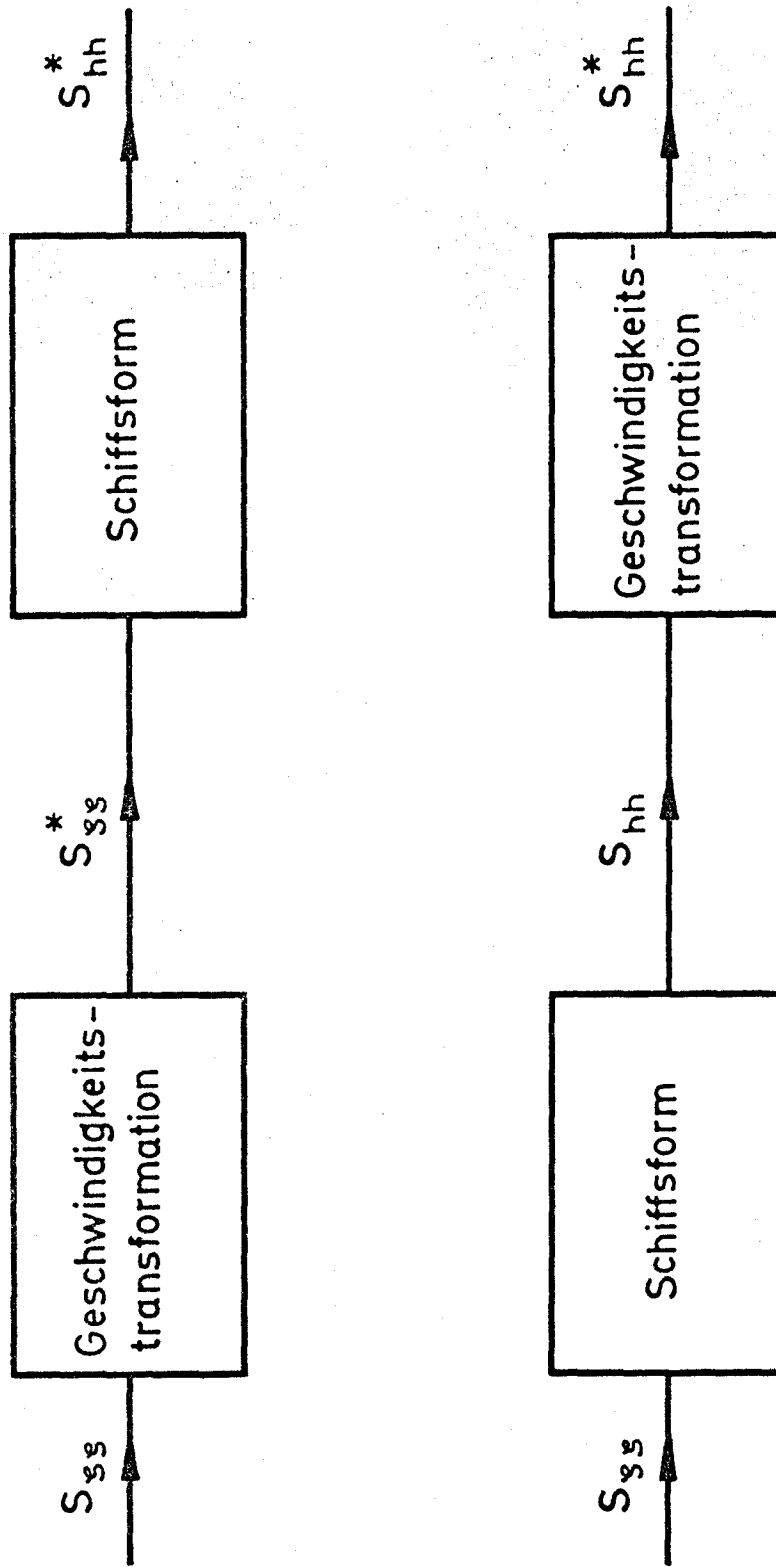




Bild 17 (5.1.2)

$F_n = 0,25$   
 achterliche See  
 $\Lambda = 1$   
 $L = L_w = 100\text{m}$

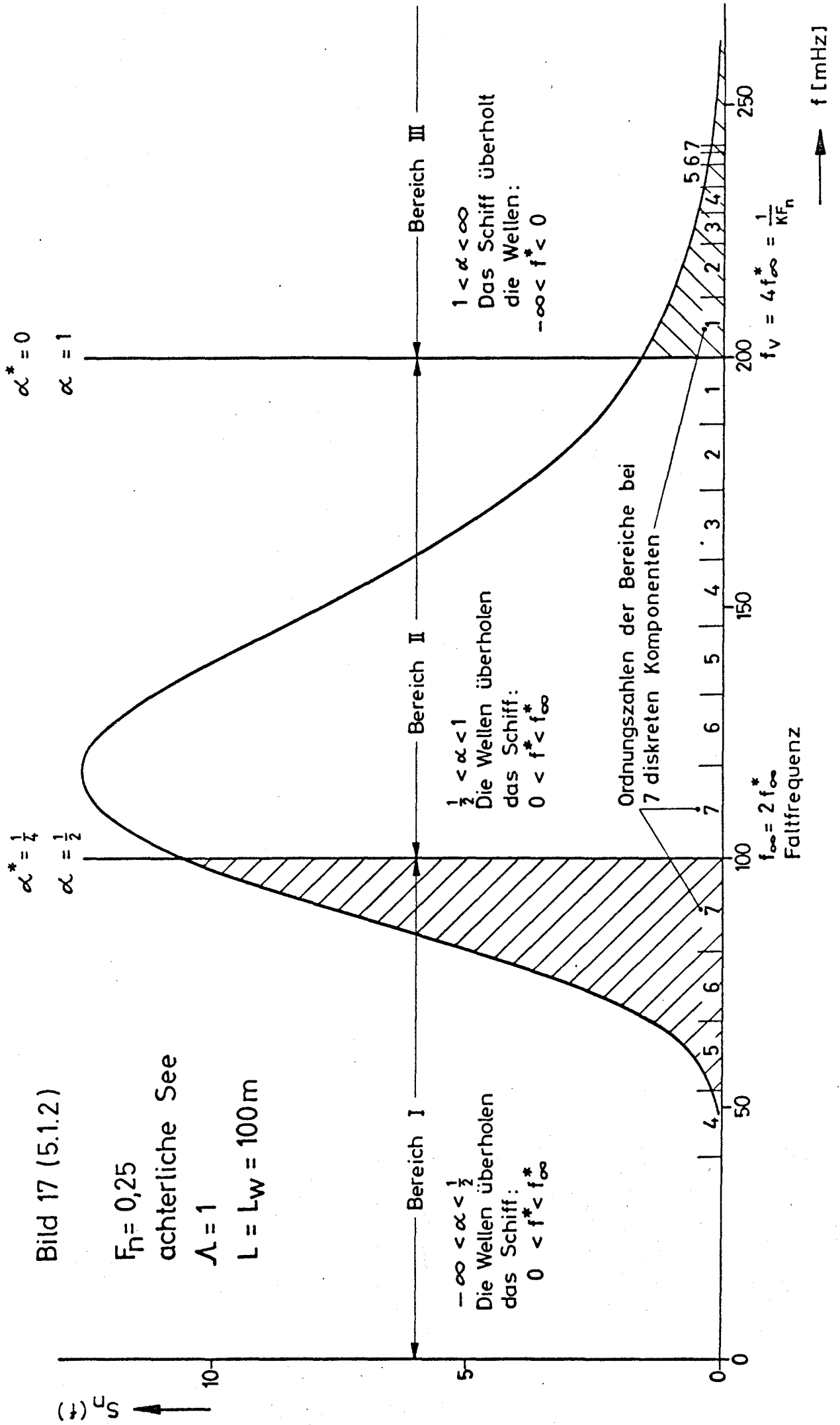


Bild 18 (5.1.3)

$$f_V = \frac{1}{K F_n} = 2 f_\infty = 4 f_\infty^*$$

$$K = \left| \frac{2\pi}{g} \sqrt{g \Lambda L_W} \right|$$

$$L_W = 100 \text{ m}$$

$$\Lambda = \frac{L}{L_W}$$

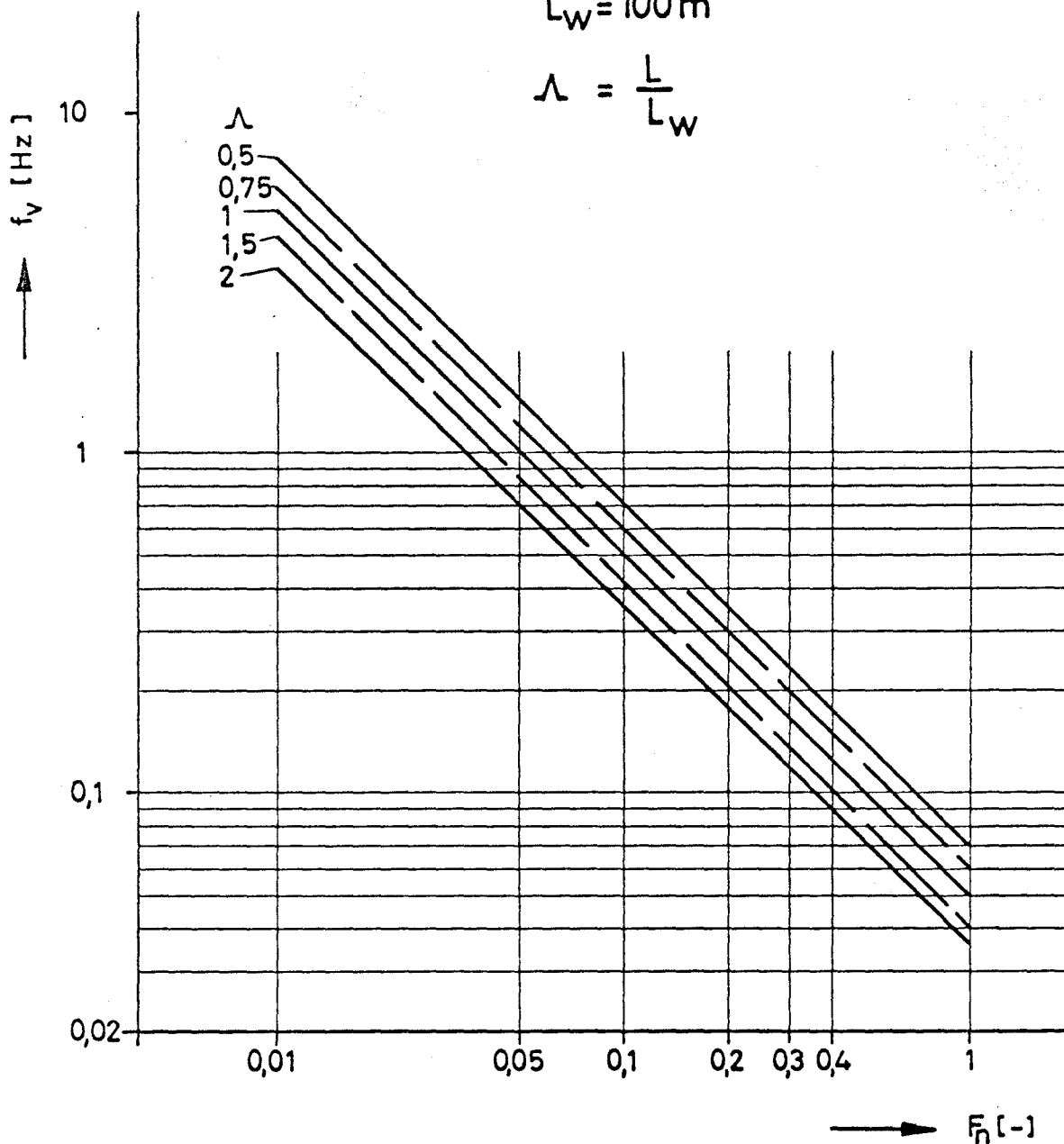


Bild 19 (5.1.9)

$F_n = 0,25$

achterliche See

$\Lambda = 1$

$L = L_w = 100\text{m}$

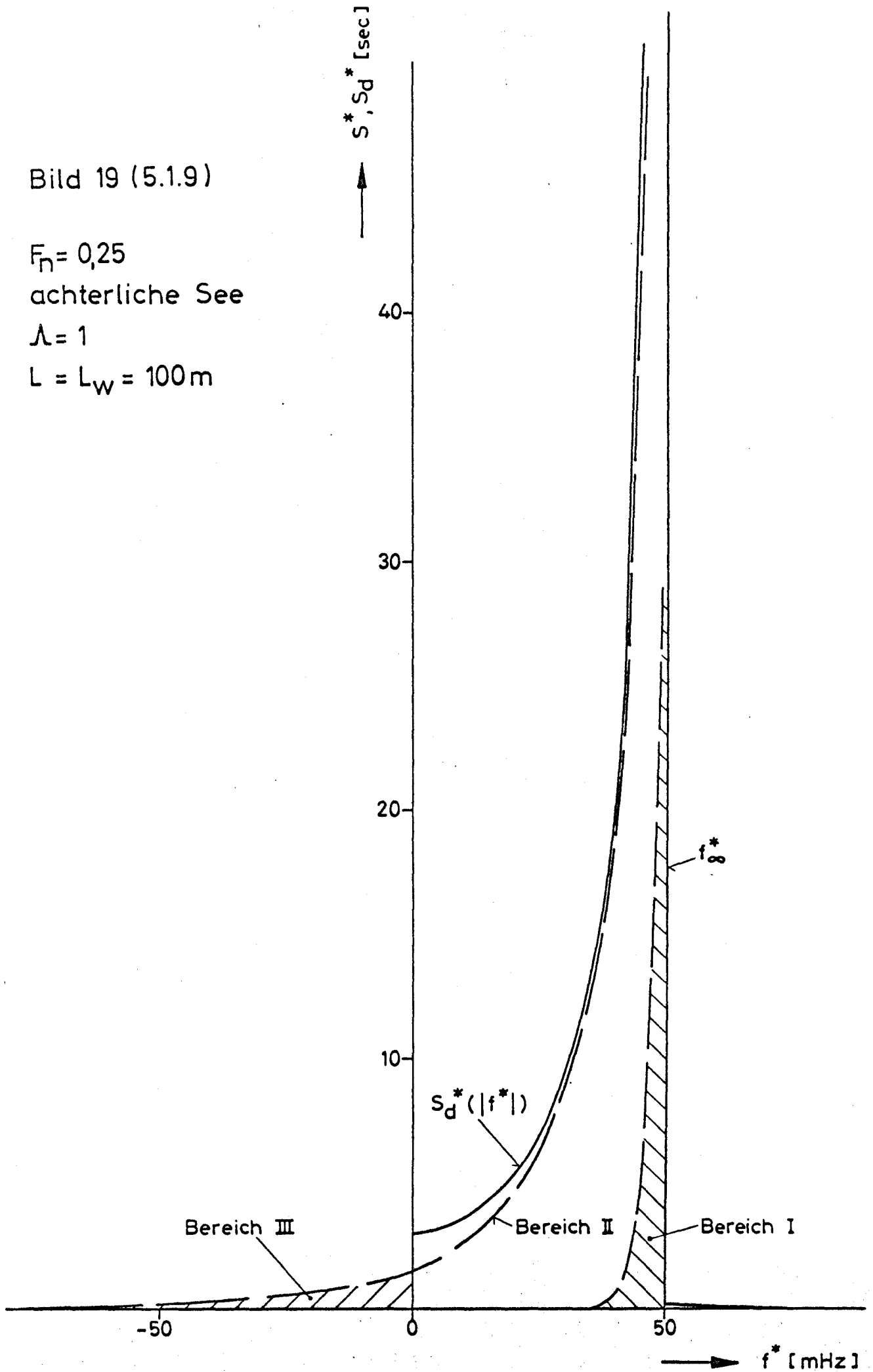


Bild 20 (5.1.5)

Transformierte Spektren  
in vorlicher und achter -  
licher See

$F_n$  als Parameter

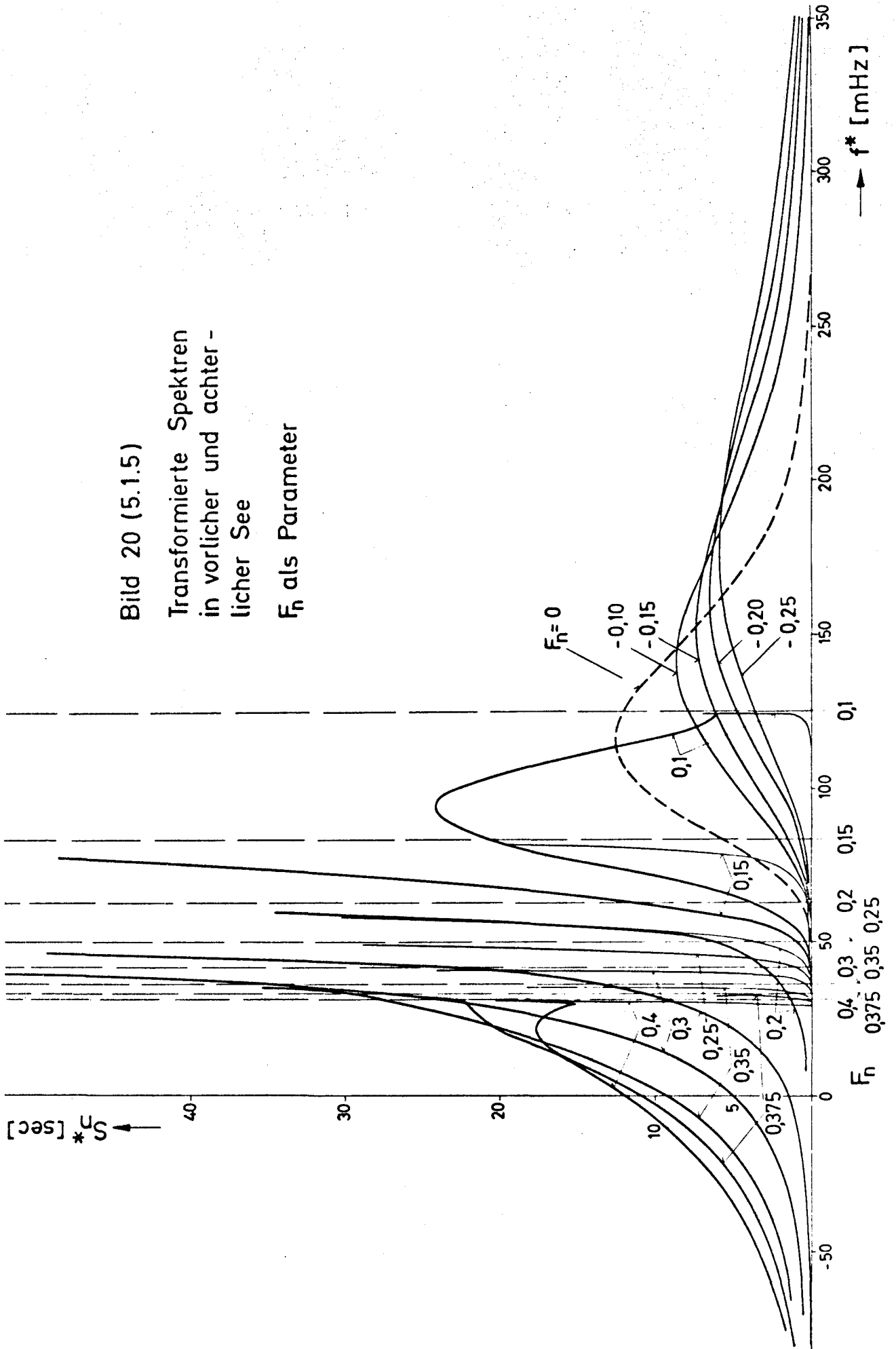
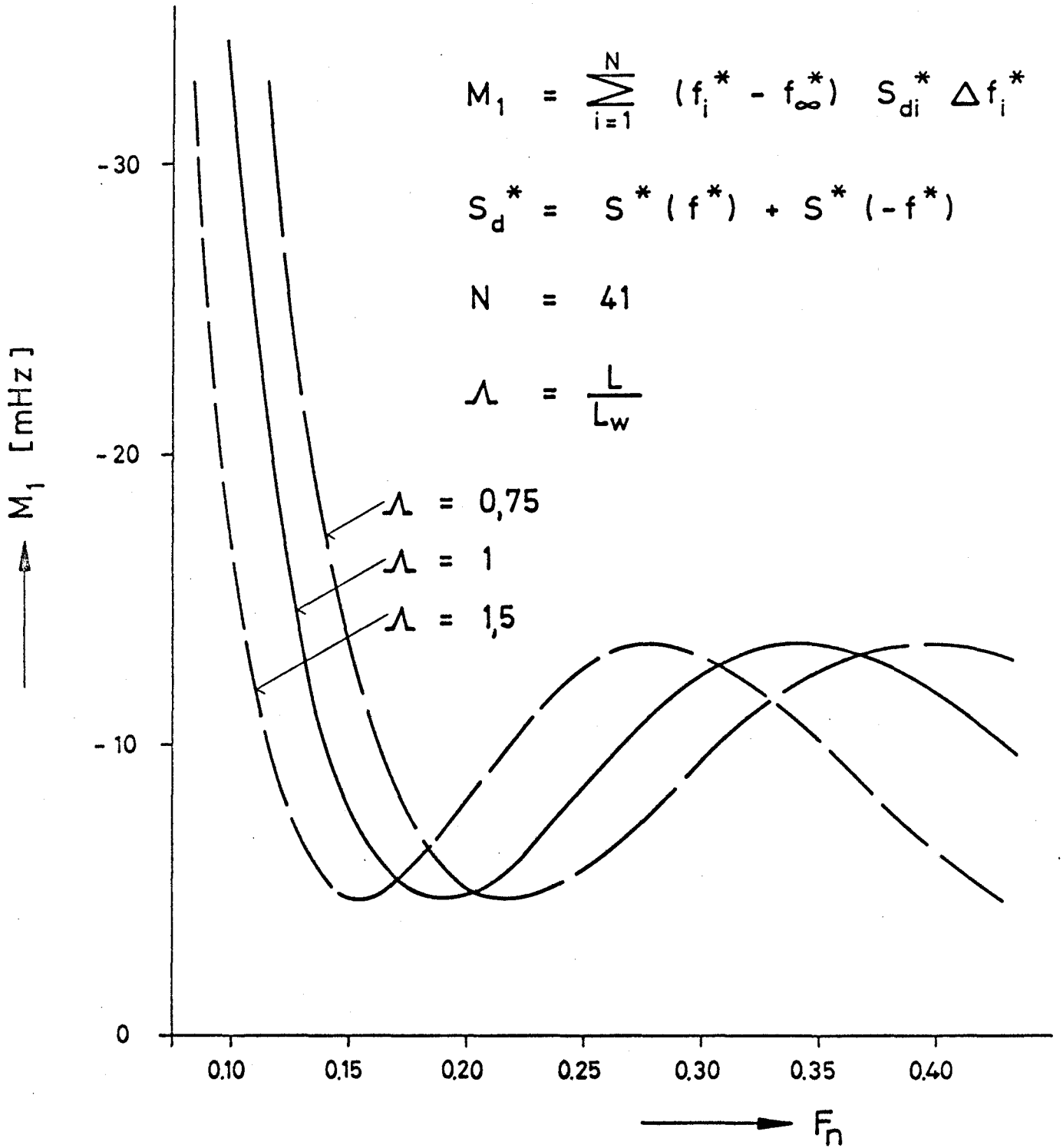


Bild 21



$S_d^*$  [sec]

Bild 22 (5.3.1)

$$F_n = 0,25$$

achterliche See

$$\Lambda = 1$$

$$L = L_w = 100\text{m}$$

arithmetische Teilung

$$N = N_u = 7$$

40

30

20

10

0

$f_v^*$

$f_1$

10

$f_2$

20

$f_3$

30

$f_4$

40

$f_5$

$f_6$

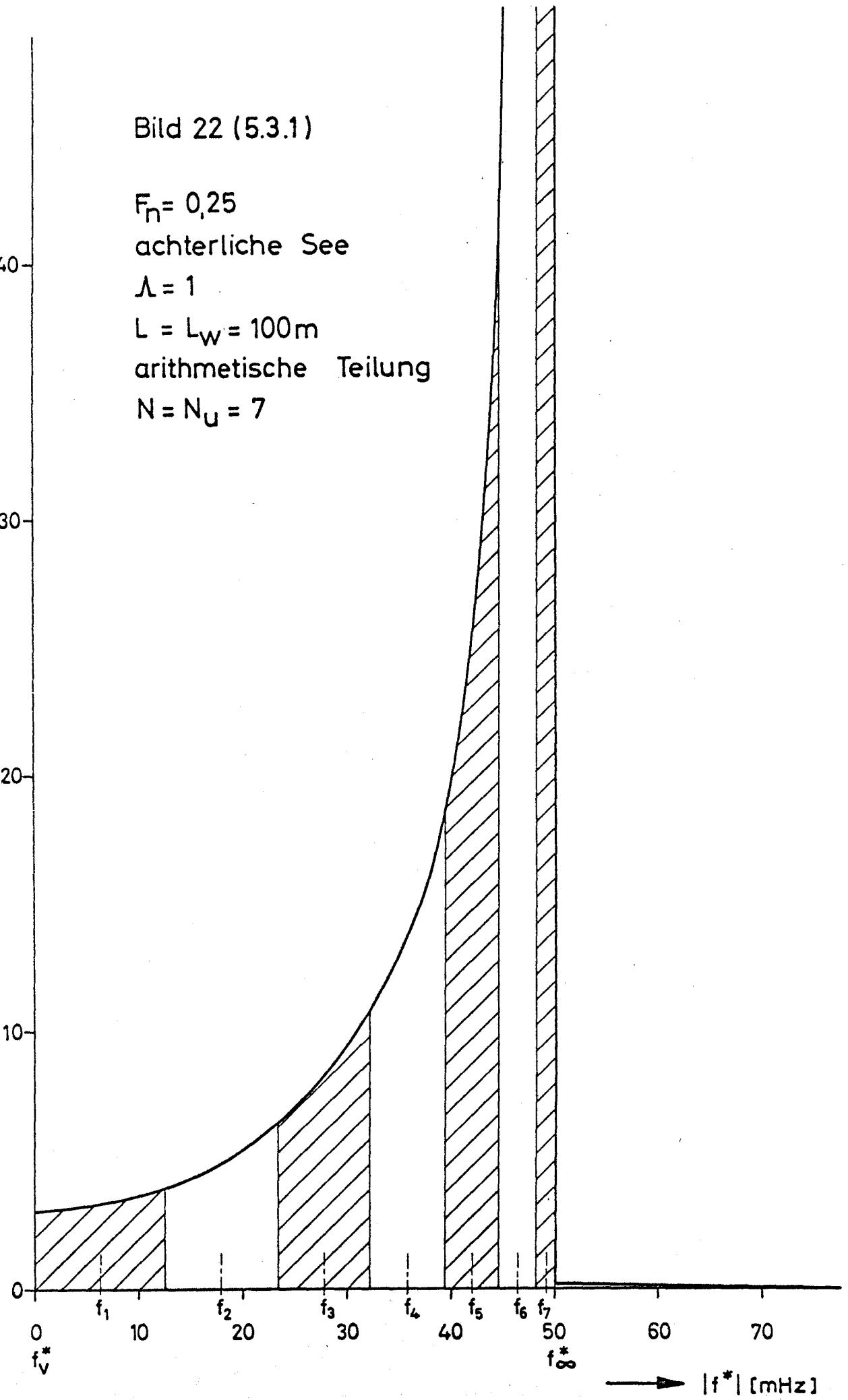
50

$f_\infty^*$

60

70

$|f^*|$  [mHz]



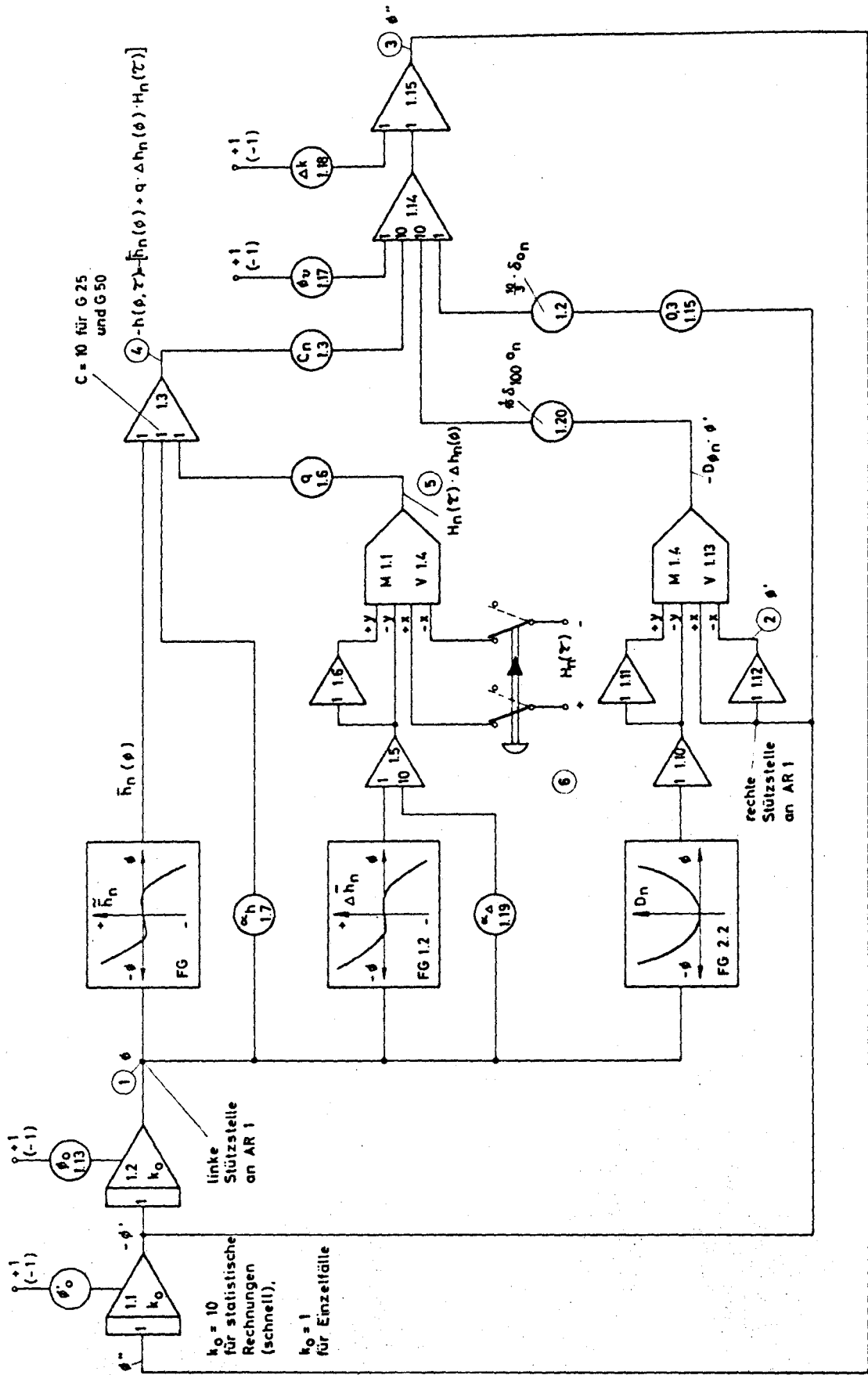


Bild 23 (6.2.1): Rechenschaltung am Analogrechner für die Bewegungsgleichung

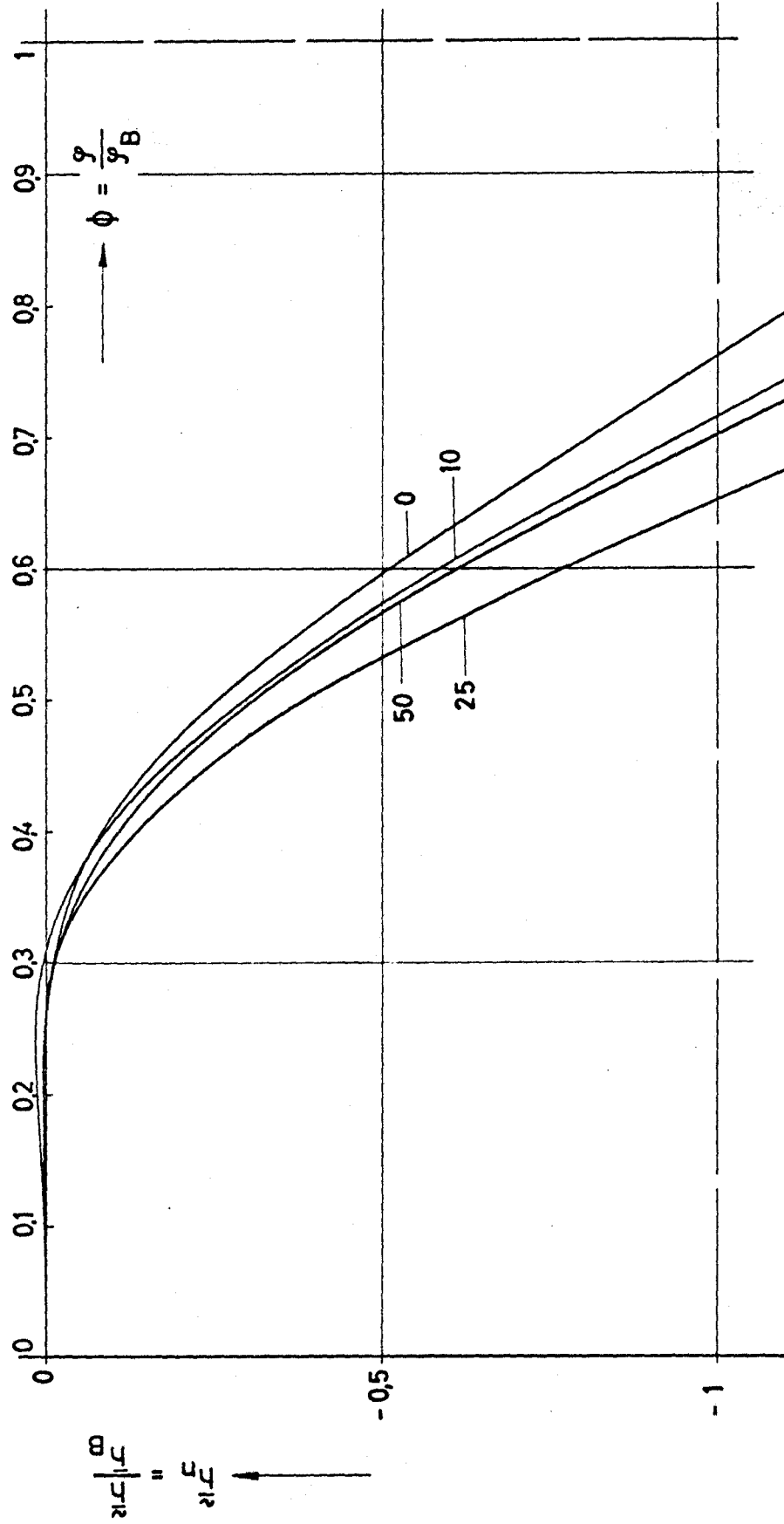
Schiff: Series 60 No. 4712 W

1....6 Mit dem Sechs-Kanal-Schreiber aufgezeichnete Werte

Bild 24 (6.2.5)

Nichtlinearer Anteil an der Mittelkurve der Hebel

Normiert für verschiedene Lagen des Gewichtsschwerpunktes der Höhe nach zur Einstellung am Funktionsgeber



$\overline{GM}_{GW}$  als Parameter

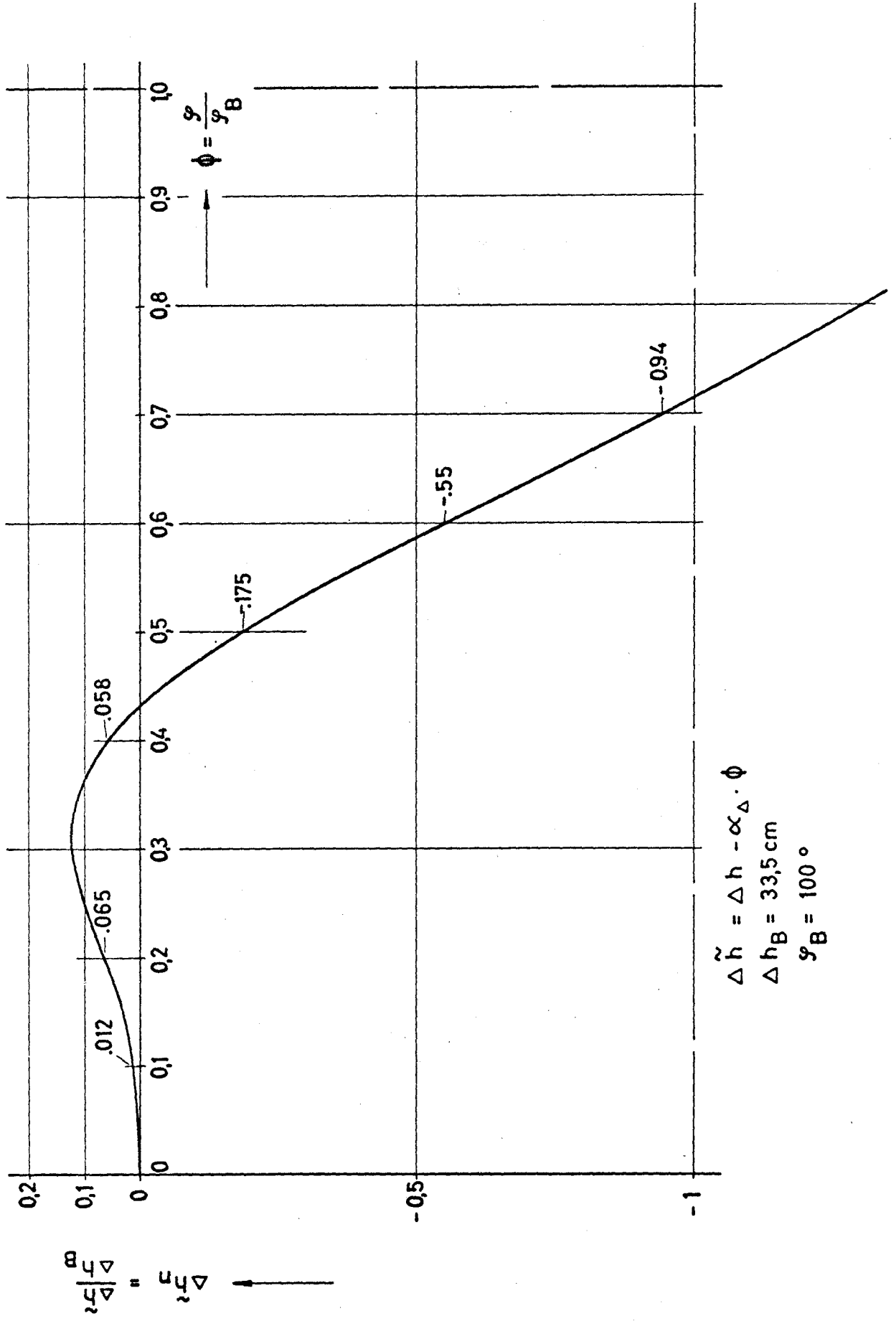
$\overline{GM}_{GW}$ [cm]	0	10	25	50
$\overline{h}_B$ [cm]	96	84	70	45



Bild 25 (6.2.6)

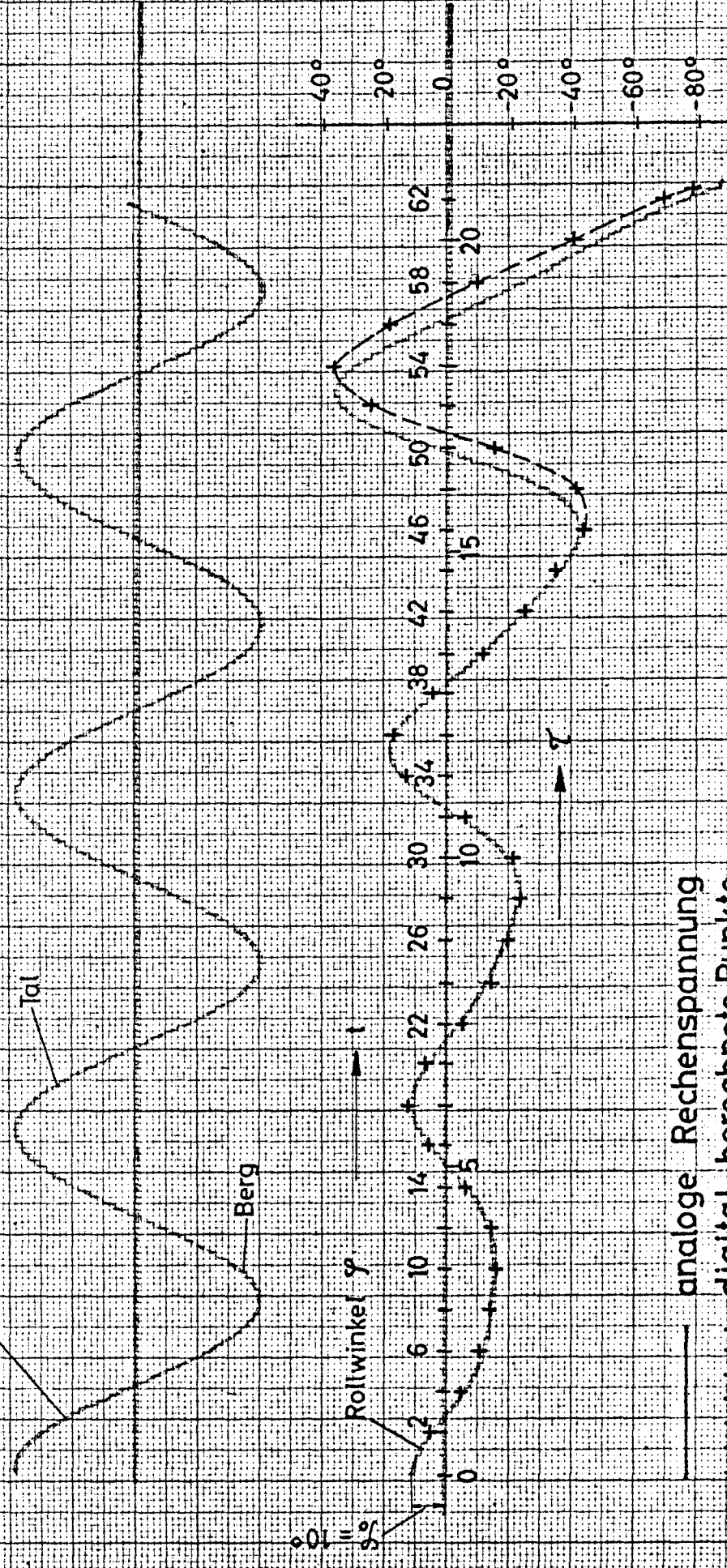
Nichtlinearer Anteil am Schwankungsbereich der Hebel

Normierte Darstellung für Funktionsgeber



Parametrische Erregung  $H_H(t) = \sin \{2\pi (0,058 t + 0,2709)\}$

$h = \bar{h} + \Delta h(\varphi) \cdot H_H(t)$

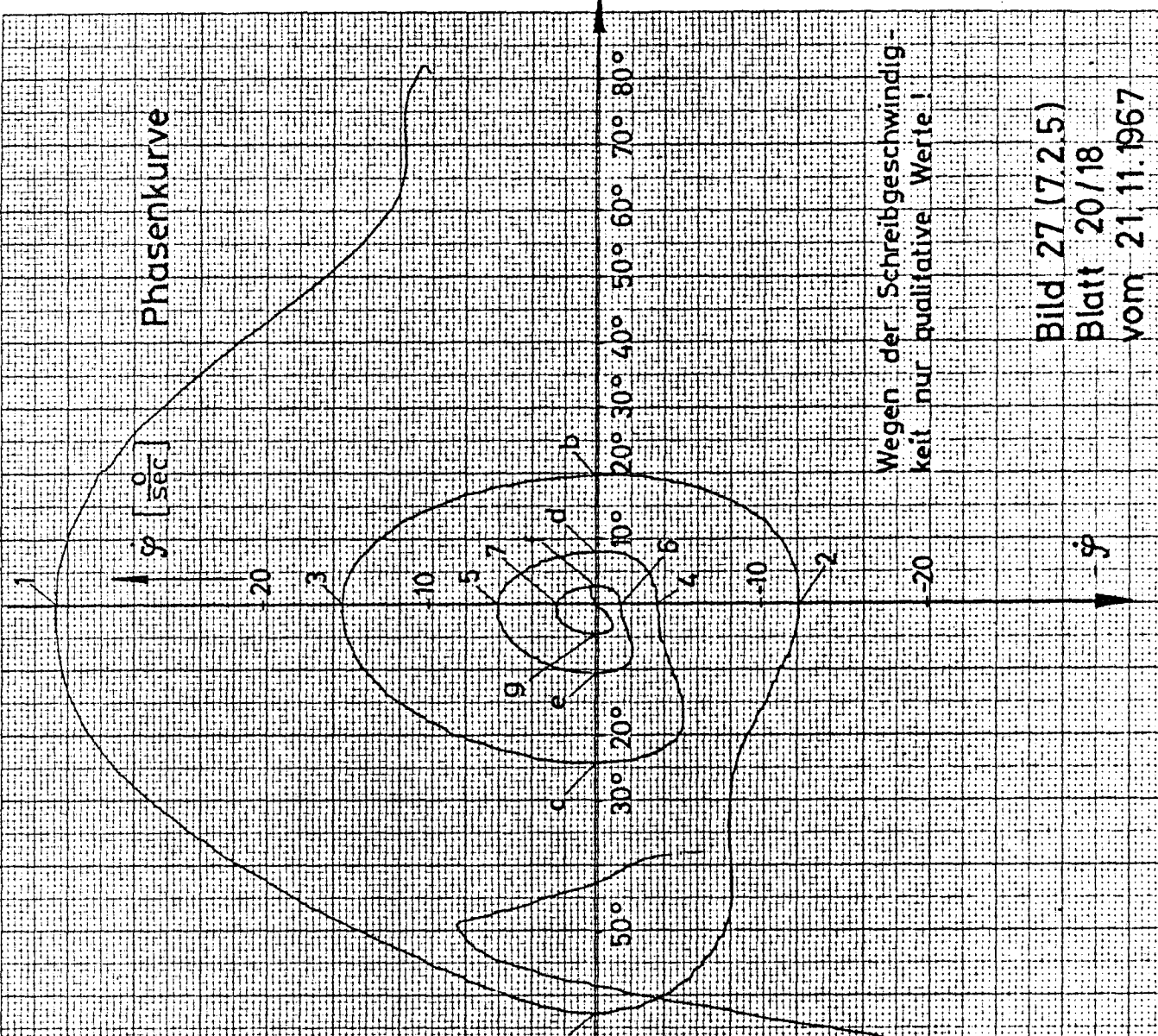
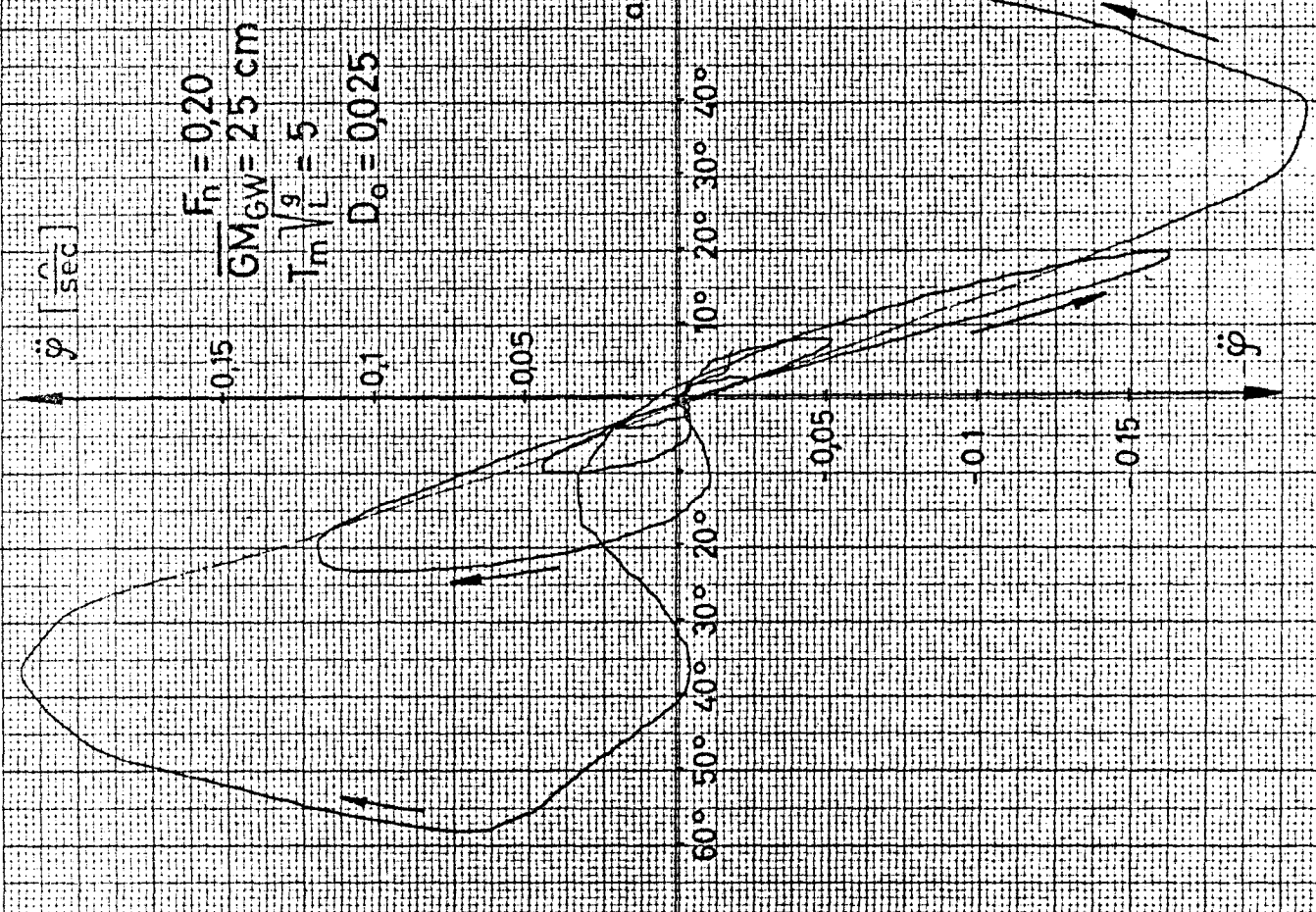


— analoge Rechenanspannung  
 +++ digital berechnete Punkte

Vergleich von analoger und digitaler Berechnung

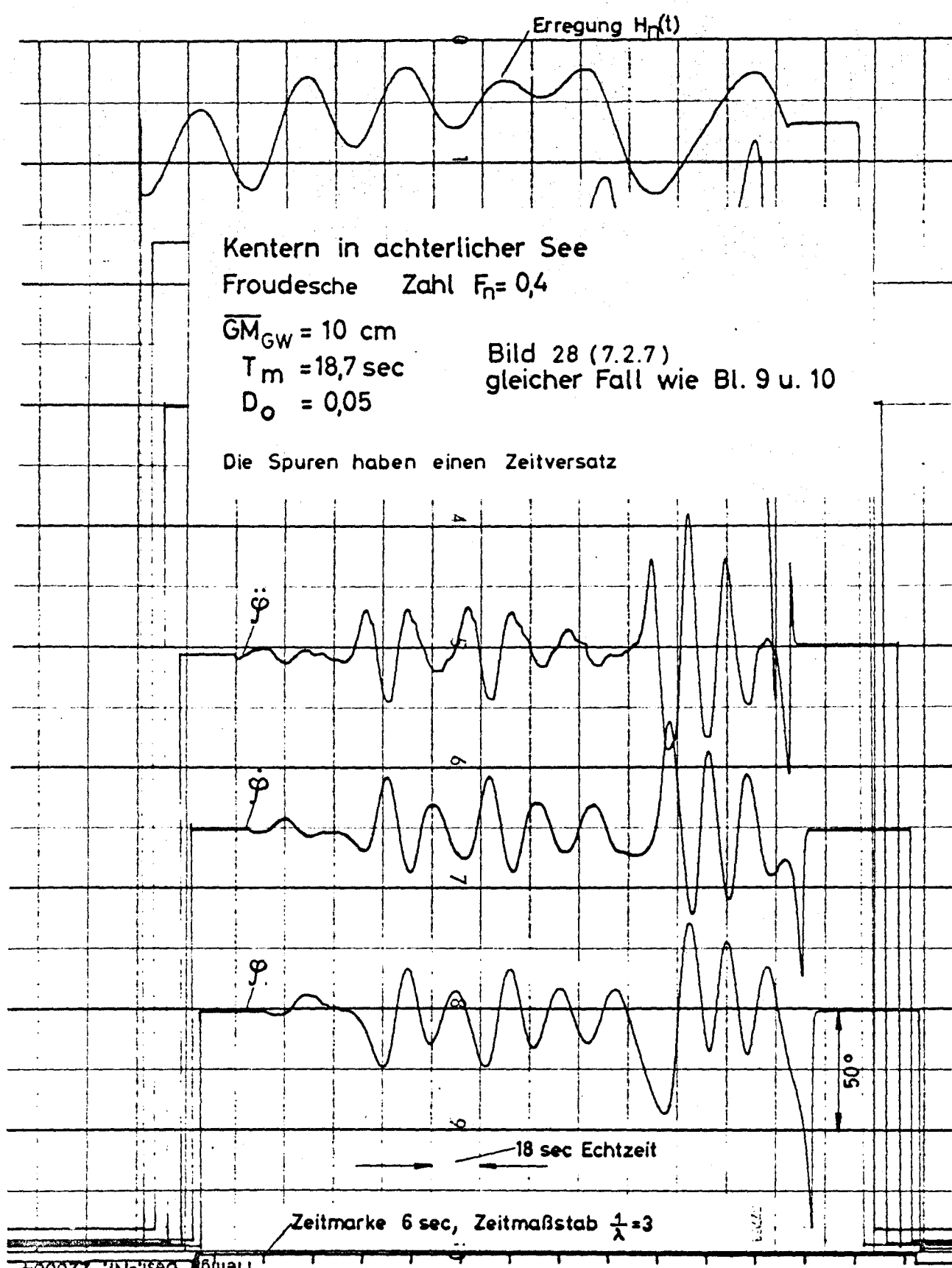
$GM_{GW} = 25 \text{ cm}$   $D_0 = 0,025$

Bild 26 (6.5.14)



Wegen der Schreibgeschwindigkeit nur qualitative Werte!

Bild 27 (7.2.5)  
 Blatt 20/18  
 vom 21.11.1967



Erregung  $H_n(t)$

Kentern in achterlicher See  
 Froudesche Zahl  $F_n = 0,4$

$\overline{GM}_{GW} = 10 \text{ cm}$   
 $T_m = 18,7 \text{ sec}$   
 $D_0 = 0,05$

Bild 28 (7.2.7)  
 gleicher Fall wie Bl. 9 u. 10

Die Spuren haben einen Zeitversatz

18 sec Echtzeit

50°

Zeitmarke 6 sec, Zeitmaßstab  $\frac{1}{\lambda} = 3$

Winkelbeschleunigung  $\ddot{\varphi}$  über Rollwinkel  $\varphi$   
 bei Kentern in achterlicher See

$$F_H = 0,4$$

$$\overline{GM}_{GW} = 10 \text{ cm}$$

$$D_0 = 0,05$$

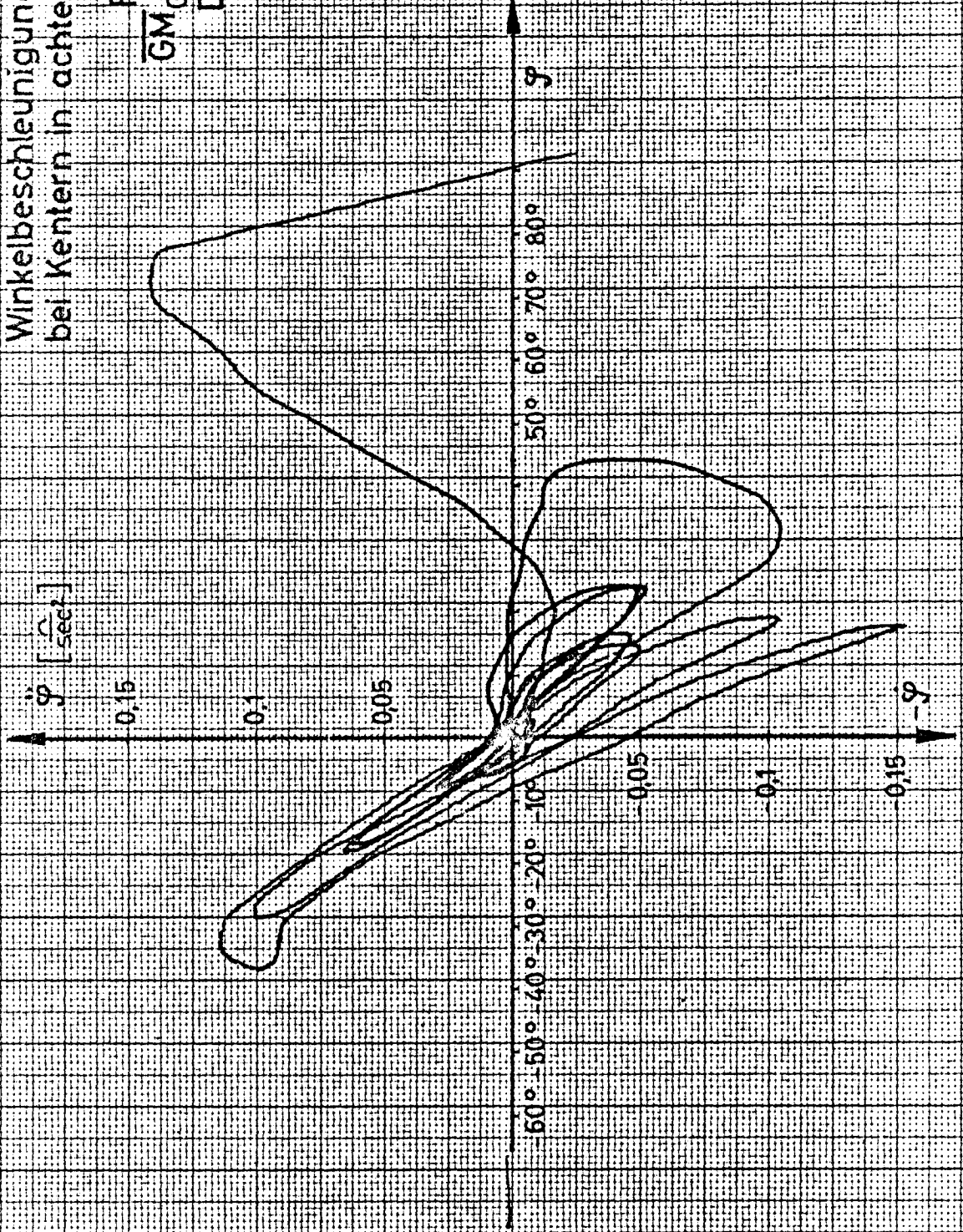
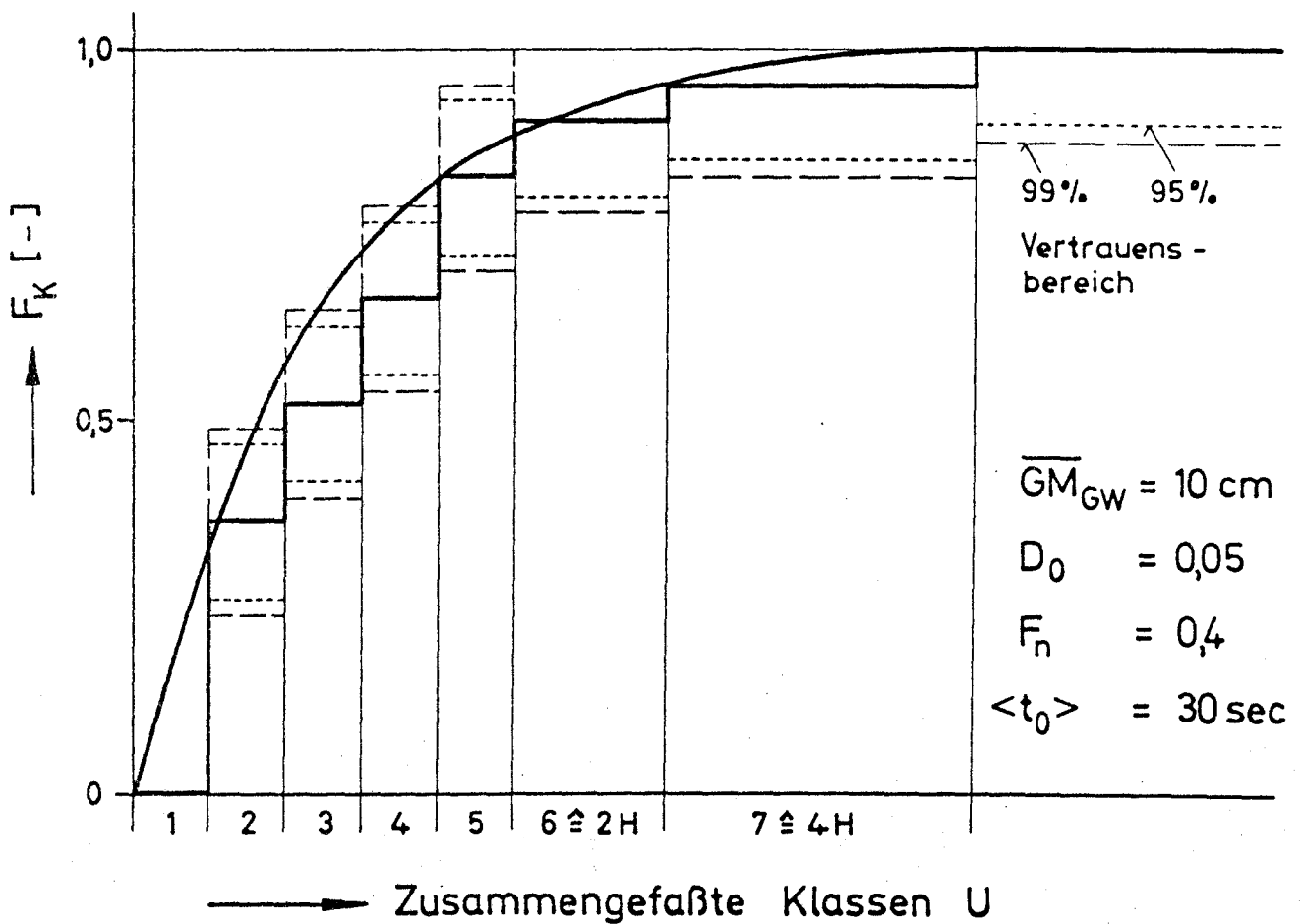
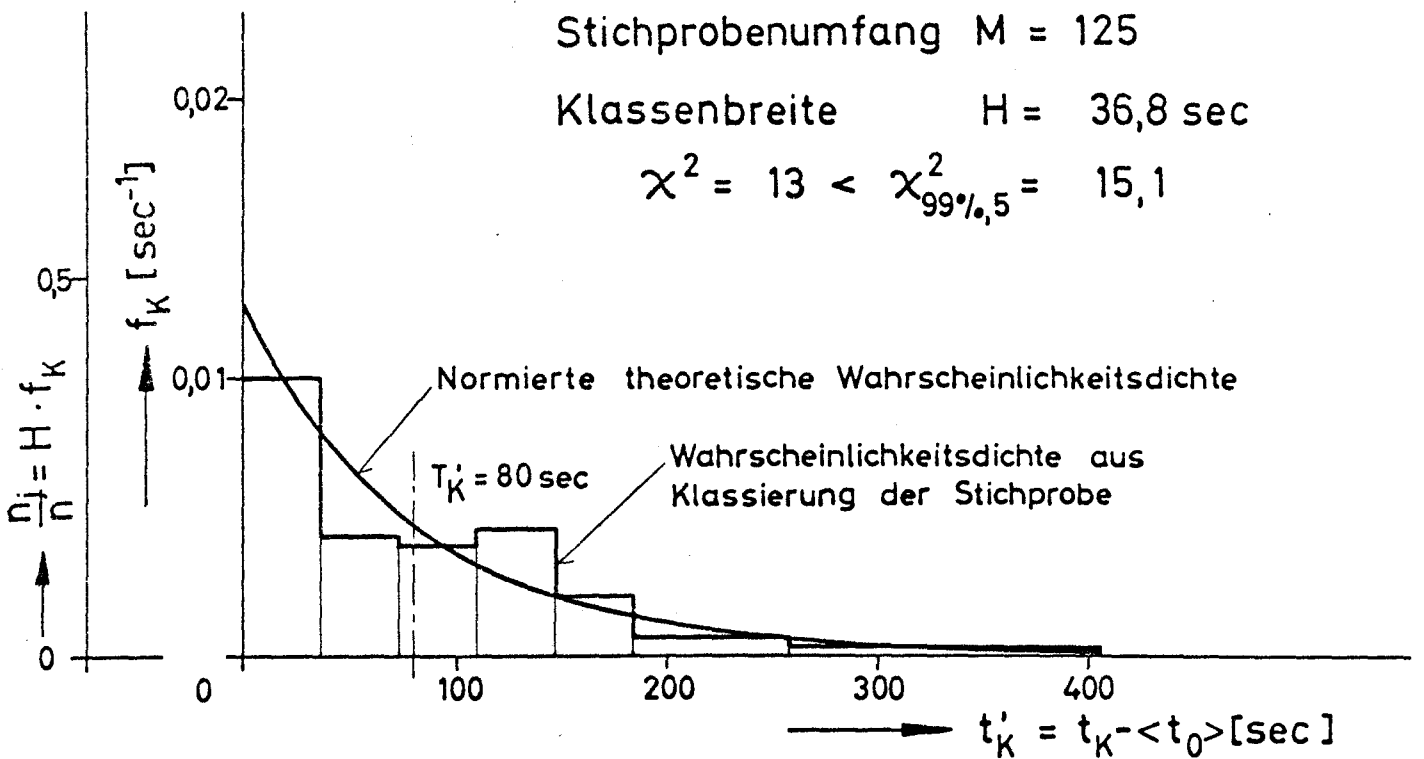


Bild 29 (7.2.8)  
 Blatt 2/40/10  
 vom 13.12.67

Bild 31 (7.3.1) : Kenterverteilung



# Reproduktionstest

Bild 32 (7.4.1)

Blatt 2740/15 vom 13.12.67

Pausenzeit  $\tau_p = 10 \text{ sec}$

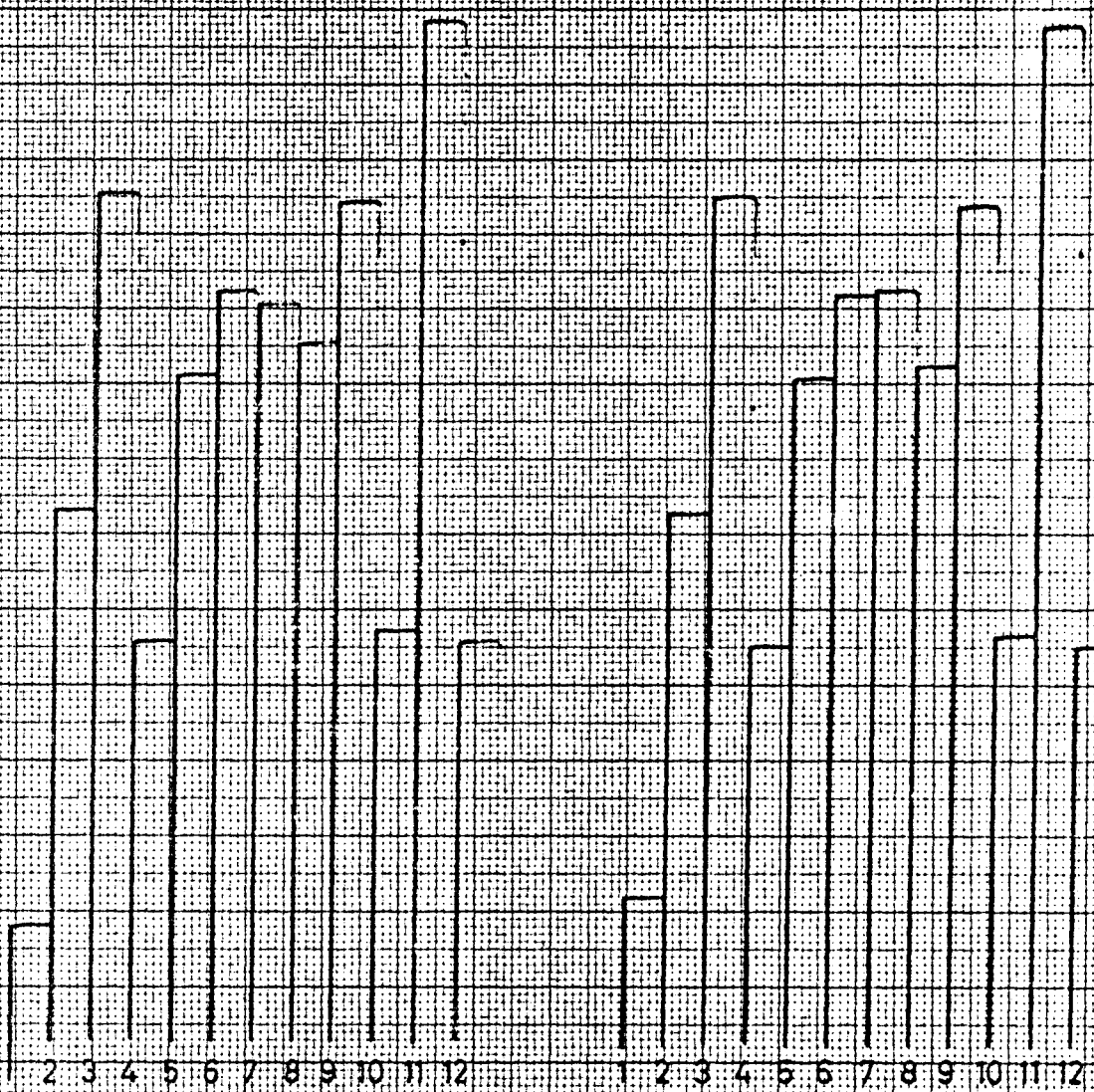
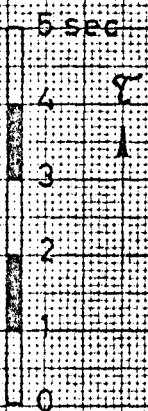
Echtzeit  $t = 30 \tau$

$F_n = 0,4$

$GM_{ow} = 25 \text{ cm}$

$D_o = 0,05$

Als Fahrzeit des Schiffes  
gilt die volle Strichlänge!



5



n

6

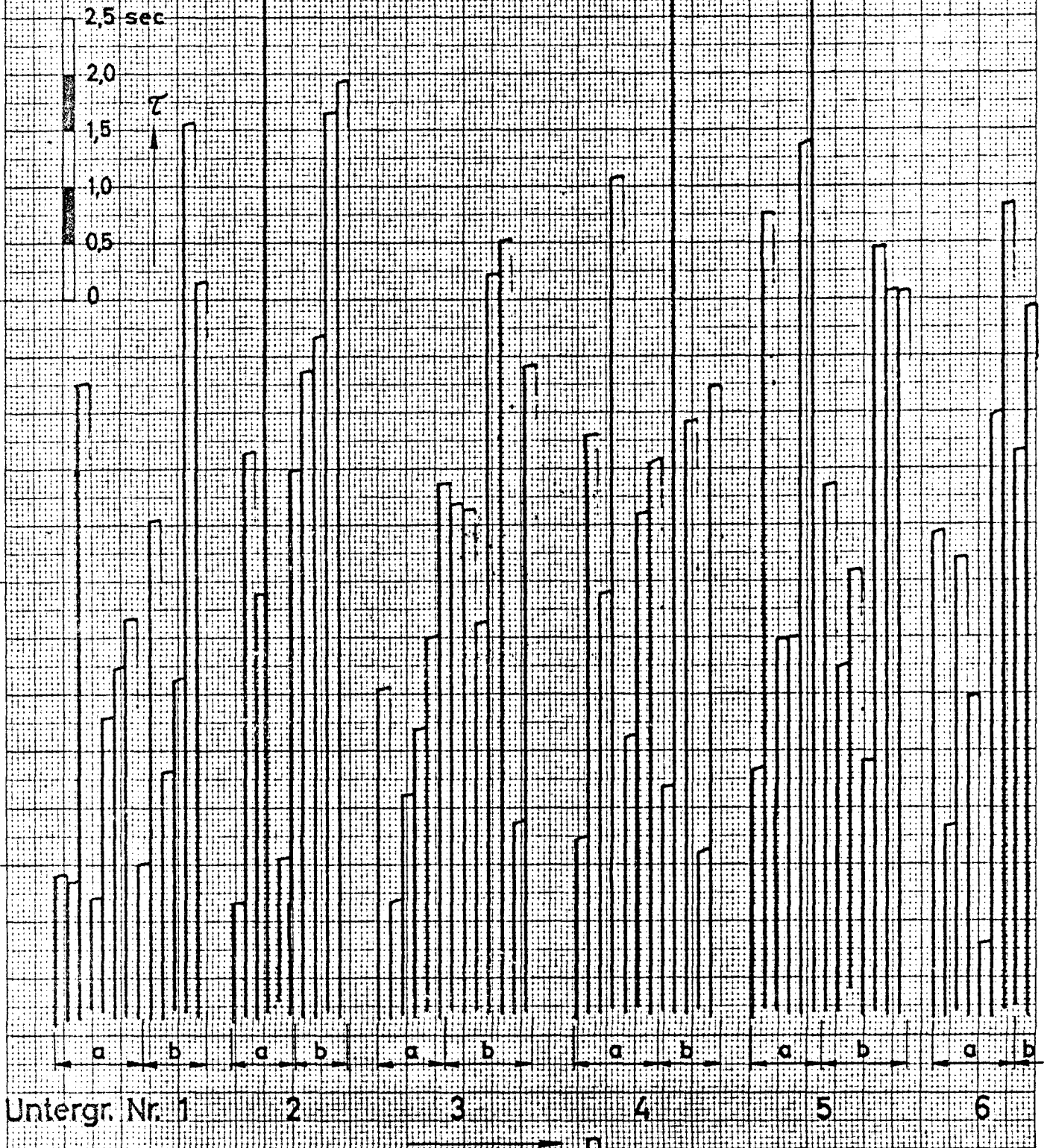




Bild 35 (7.4.8)

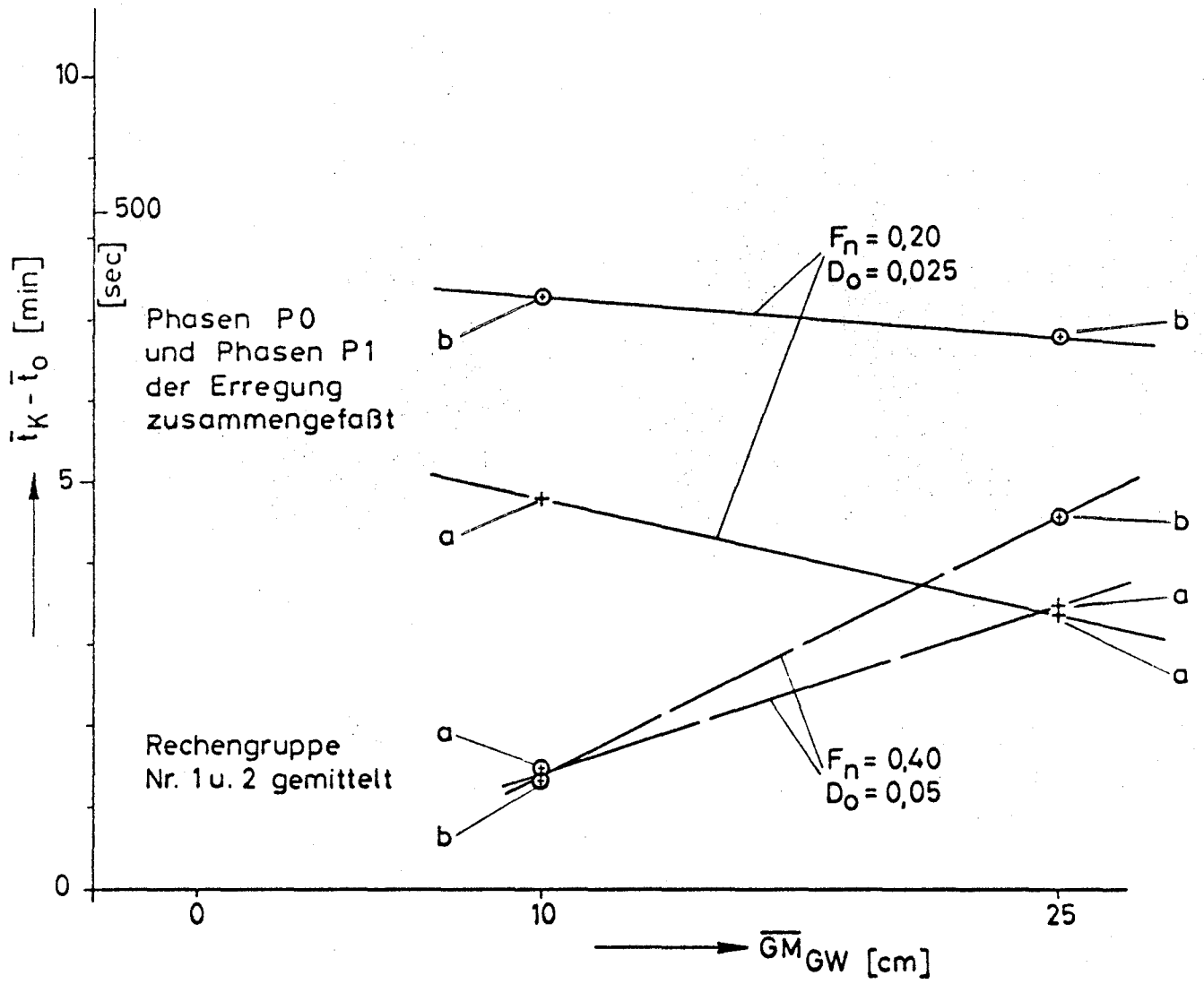


Bild 36 (7.4.9)

$F_n = 0,25$

$D_o$  als Parameter

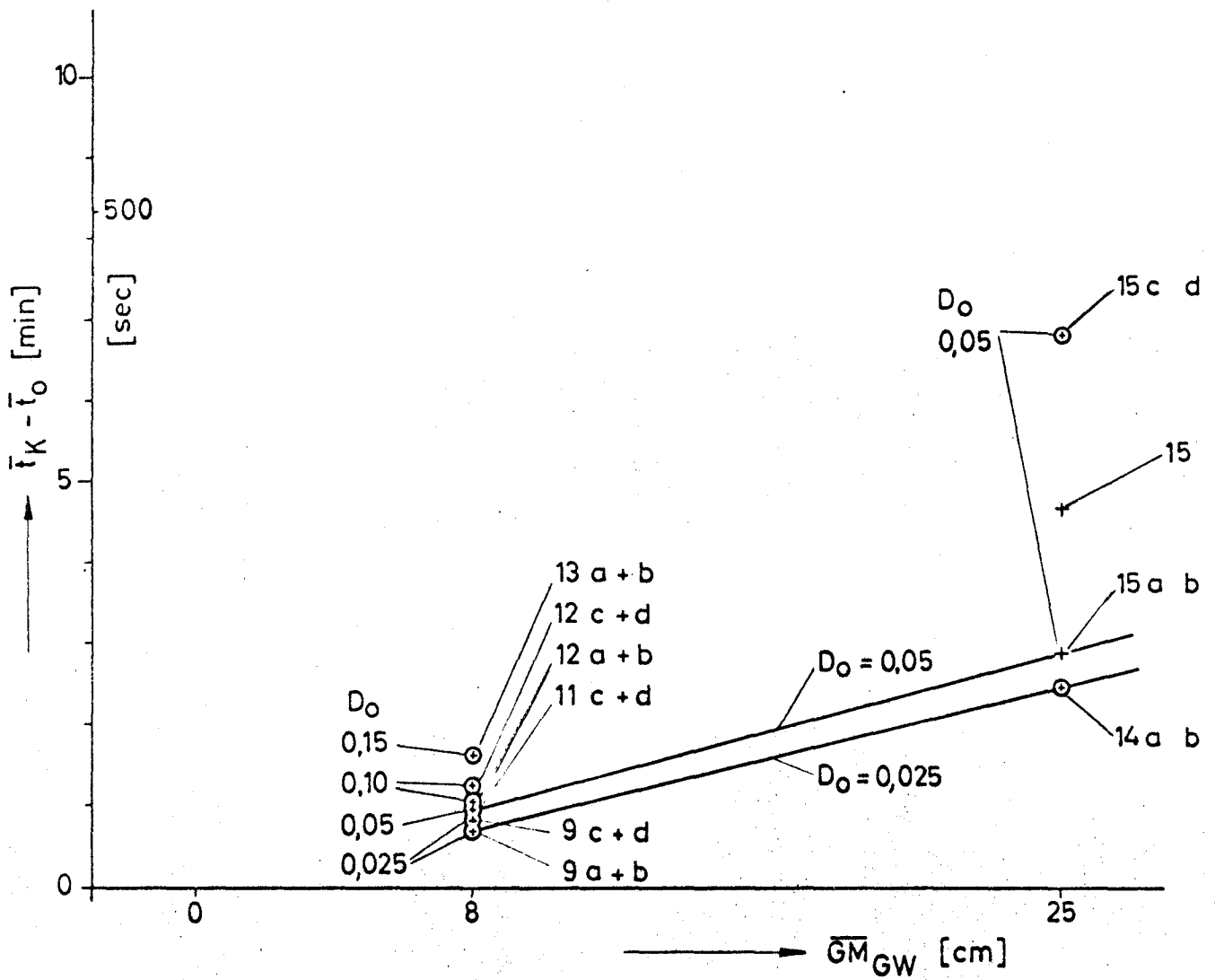


Bild 39 (7.4.12)

$F_n = 0,40$

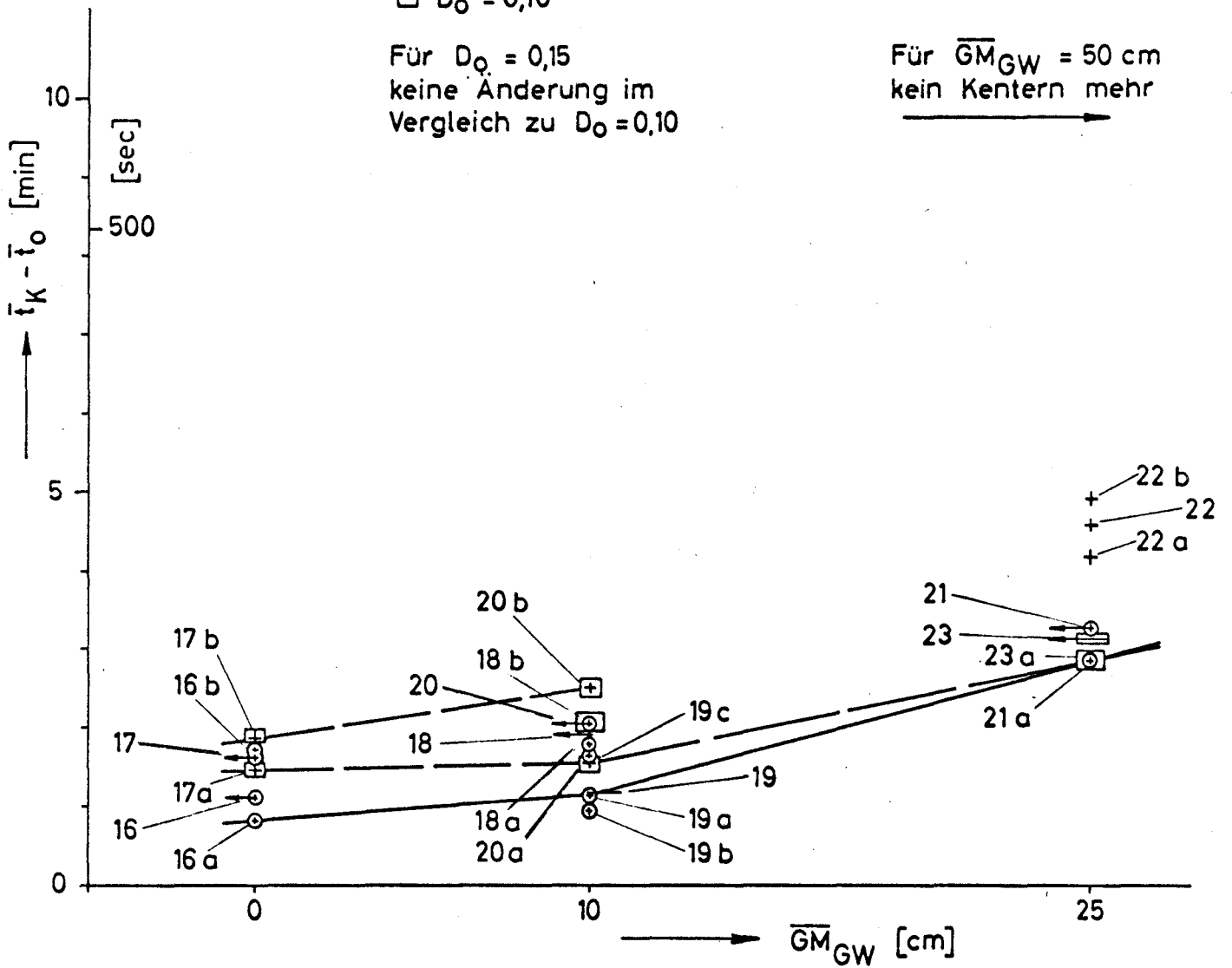
$D_0$  als Parameter

○  $D_0 = 0,05$

□  $D_0 = 0,10$

Für  $D_0 = 0,15$   
keine Änderung im  
Vergleich zu  $D_0 = 0,10$

Für  $\overline{GM}_{GW} = 50 \text{ cm}$   
kein Kentern mehr  
→



$S_d^*$   
↑

Bild 40 (7.4.13)

Vergleich der transformierten Spektren  $S_d^*$  für  $F_n = 0,2$  und  $F_n = 0,4$

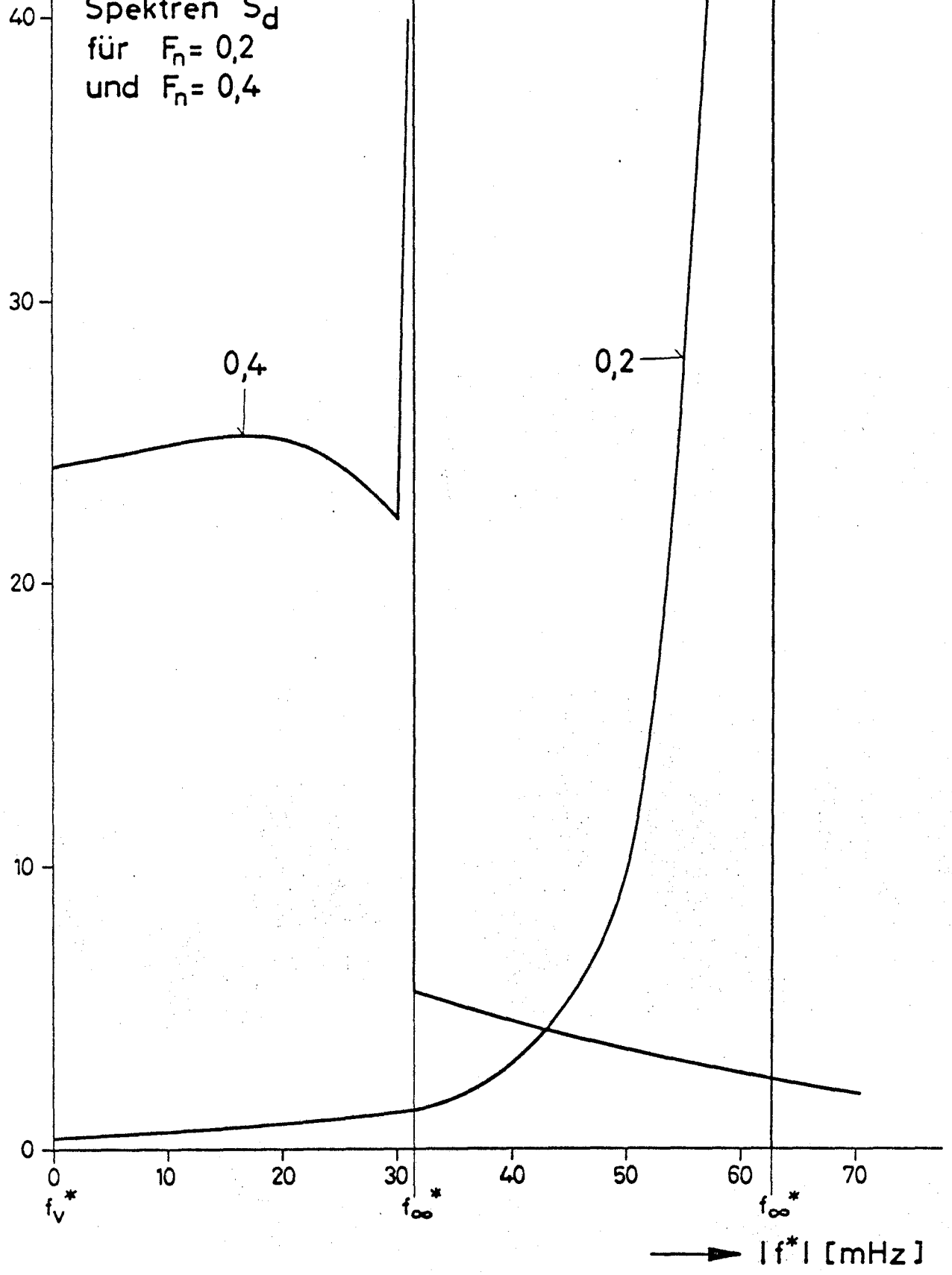


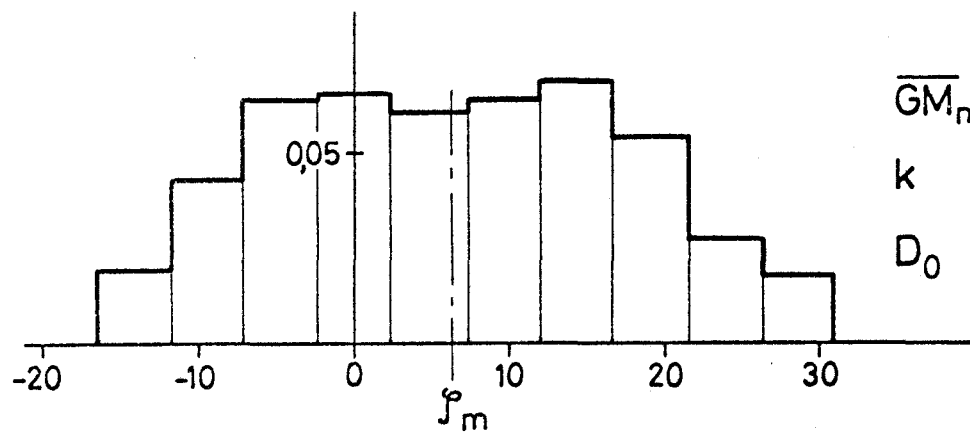
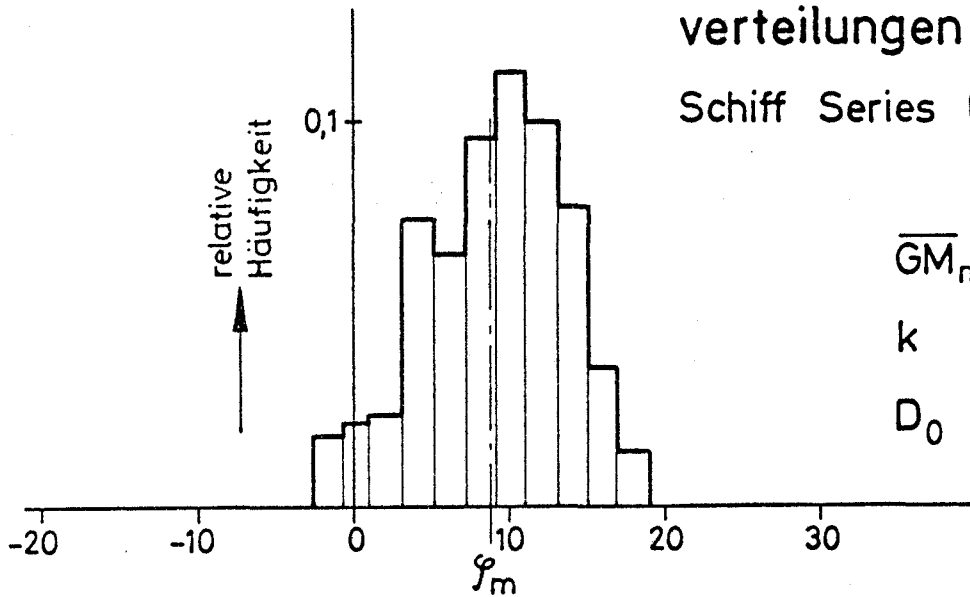
Bild : 41 (7.5.1) : Digital berechnete Rollwinkelverteilungen in achterlicher See

Schiff Series 60  $\varphi_0 = 10^\circ$   
 $\dot{\varphi}_0 = 0$   
 $\Delta t = 0,5 \text{ sec}$

$\overline{GM}_m = 30 \text{ cm}$   $T_m = 21 \text{ sec}$

$k = 5 \text{ cm}$   $F_n = 0,20$

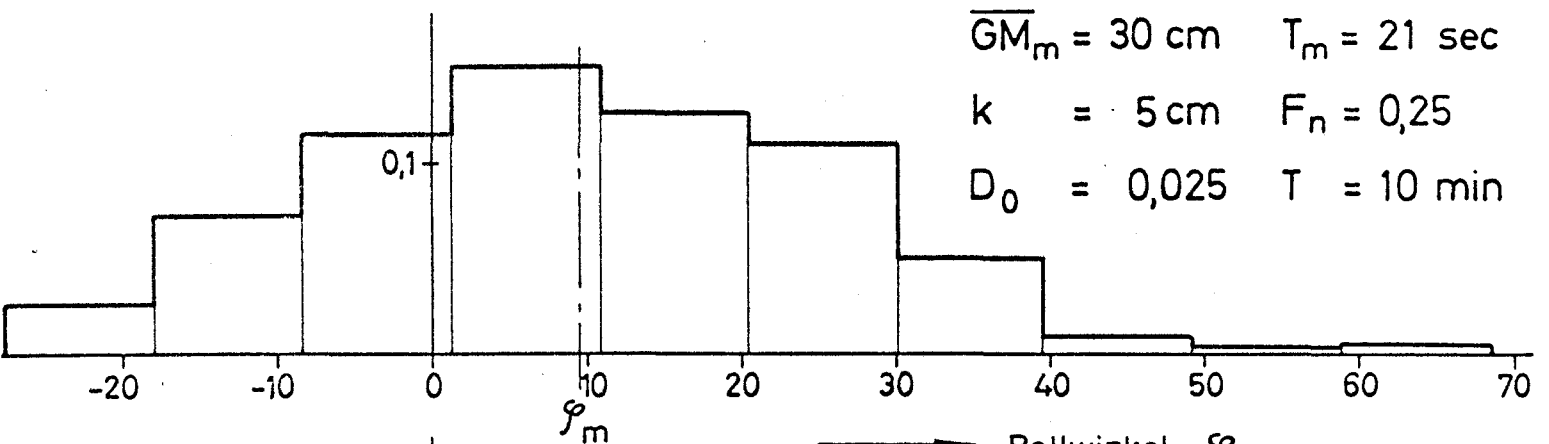
$D_0 = 0,025$   $T = 10 \text{ min}$



$\overline{GM}_m = 55 \text{ cm}$   $T_m = 15,5 \text{ sec}$

$k = 5 \text{ cm}$   $F_n = 0,20$

$D_0 = 0,025$   $T = 7 \text{ min}$

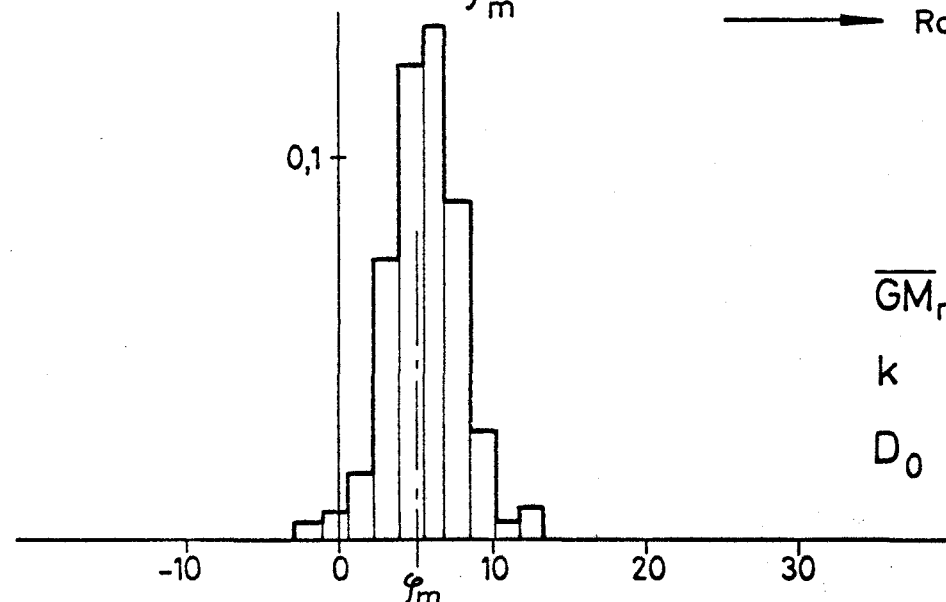


$\overline{GM}_m = 30 \text{ cm}$   $T_m = 21 \text{ sec}$

$k = 5 \text{ cm}$   $F_n = 0,25$

$D_0 = 0,025$   $T = 10 \text{ min}$

Rollwinkel  $\varphi$



$\overline{GM}_m = 55 \text{ cm}$   $T_m = 15,5 \text{ sec}$

$k = 5 \text{ cm}$   $F_n = 0,25$

$D_0 = 0,025$   $T = 7 \text{ min}$

## Das Kentern von Schiffen in unregelmäßiger längslaufender See

Umfang der Dissertation : 98 S., 41 Bilder  
Veröffentlicht: Schiffstechnik

Verfasser

Sigismund Kastner

Promotionsdatum: 19. Juni 1969  
Referent: Prof. Dr.-Ing. K. Wendel  
Korreferent: Prof. Dr.-Ing. O. Grim  
Abteilung: Schiffstechnik

Es wird eine Methode zur Durchführung statistischer Berechnungen des Rollverhaltens von Schiffen bei großen Neigungswinkeln im längslaufenden unregelmäßigen Seegang gebracht. Für die zeitlich unregelmäßigen Schwankungen des aufrichtenden Momentes wird ein über den Neigungswinkel gemitteltes normiertes Spektrum eingeführt. Seine Abhängigkeit vom Neigungswinkel ist auf die Größe des Leistungsinhalts des Hebelspektrums reduziert.

Die Transformation der Spektren des Seegangs und der aufrichtenden Hebel beim fahrenden Schiff wird unter Berücksichtigung der Arbeit von S t . D e n i s und P i e r s o n untersucht. Zur Synthese von stochastischen Zeitfunktionen für die Hebeländerungen des aufrichtenden Momentes werden die Spektren durch diskrete Harmonische angenähert.

Neben der Betrachtung von einzelnen kennzeichnenden Kentervorgängen wird die statistische Auswertung der berechneten Kenterfahrzeiten beschrieben. Die mittlere Kenterfahrzeit als Parameter der Exponentialverteilung wird für verschiedene Einflußgrößen diskutiert. Ein Beispiel zur Berechnung der relativen Häufigkeit von Rollwinkeln wird gebracht.

Der neue Ansatz ermöglicht die systematische Berechnung von Hebelspektren des aufrichtenden Momentes und von Kenterfällen. Er kann zur Auswahl der Versuchsfälle bei Kenterversuchen mit freifahrenden Schiffsmodellen herangezogen werden und einen Überblick über den Einfluß von Parametervariationen auf die Kintersicherheit geben.

Summary

A method is introduced for the statistical determination of the rolling behaviour of a ship in a longitudinal irregular seaway for large rolling angles. The time varied irregularity in the variation of the righting moment is represented by a normalized spectrum (mean over angle of inclination). Its dependence on the angle of inclination is reduced to the power content of the lever spectrum.

The transformation of the spectra of the seaway and the righting levers is analysed with due regard to the paper by S t . D e n i s a n d P i e r s o n . For the establishment of stochastic time functions for the variation of the righting moment levers the spectra are approximated by discrete harmonics.

In addition to the discussion of certain characteristic capsizing events the statistical evaluation of the computed time periods until capsizing is described. The mean period until capsizing as a parameter of the exponential distribution is discussed for different factors of influence. Finally an example is given for the computing of the relative frequency of rolling angles.

The new approach allows the systematic computation of lever spectra of the righting moments as well as of capsizing events. This computation can be used when selecting the test samples for capsizing tests with automotive ship's models and may provide a survey of the effect of parameter variation on safety from capsizing.