# MITTEILUNGEN DER FACHABTEILUNG ANALOGRECHNER

10.1.66

SONDERAUSGABE

DEMONSTRATIONSBEISPIELE FÜR ANALOGRECHNER

RAT 740

BEISPIEL 2

## Einfache Darstellung einer Planetenbahn

Nach dem 1. Keplerschen Gesetz sind die Planetenbahnen Ellipsen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht.

Das 2. Keplersche Gesetz sagt aus, daß der von der Sonne zu einem Planeten gezogene Fahrstrahl in gleichen Zeiten gleiche Flächen überstreicht. Die Bahngeschwindigkeit bzw. die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ eines Planeten ist also nicht konstant, sondern hat im sonnenfernsten Punkt den kleinsten und im sonnennächsten Punkt den größten Wert (nur im Sonderfall einer Kreisbahn bleibt $\dot{\varphi}$ konstant).

Zur vereinfachten Darstellung dieser Verhältnisse benötigt man eine Sinus-Cosinus-Schaltung ( I 02, I 11, U 03 ), die auf dem Oszillografen einen Kreis zeichnet. Durch Multiplikation der Sinus-Komponente mit der Größe b (Pot 4, M 1) wird aus dem Kreis eine Ellipse.

Die große Halbachse a lassen wir der Einfachheit halber konstant.

Die unterschiedliche Bahngeschwindigkeit des Planeten erreicht man durch eine Verknüpfung der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ mit der Sinus-Cosinus-Schaltung (M3, M4).

$\varphi$ selbst wählen wir als Summe einer konstanten Größe $\dot{\varphi}_k$ (Pot 9) und der in Abhängigkeit von b über M 2 aus dem Cosinus ( I 11 ) mittels Funktionsgeber FG 2 erzeugten veränderlichen Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}^{*}$.

Diese vereinfachte Darstellung erlaubt durch Verändern nur eines einzigen Potentiometers (Pot 4) sowohl eine Kreisbahn mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}_k$, als auch eine mit zunehmender Verringerung der kleinen Halbachse b immer wirksamer werdende veränderliche Bahngeschwindigkeit des Planeten einzustellen.

Steht ein Zweistrahl-Oszillograf zur Verfügung, so läßt sich mit Hilfe einer weiteren "schnellen" Sinus-Cosinus-Schaltung ( I 01, I 14, usw.) eine "Sonne" erzeugen, die wahlweise mit Pot 13 oder Funktionsgeber FG 1 nach der Beziehung $c = \sqrt{1-b^2}$ ( a = 1 ) exakt in den richtigen Brennpunkt der Ellipse gebracht werden kann (in der Wertetabelle für FG 1 entspricht x dem b und $y_1$ dem c).
Nimmt man den FG 1, so kann man allein durch Verändern des Pot 4 - Ellipsenform, Bahngeschwindigkeit und Lage der Sonne gleichzeitig variieren.

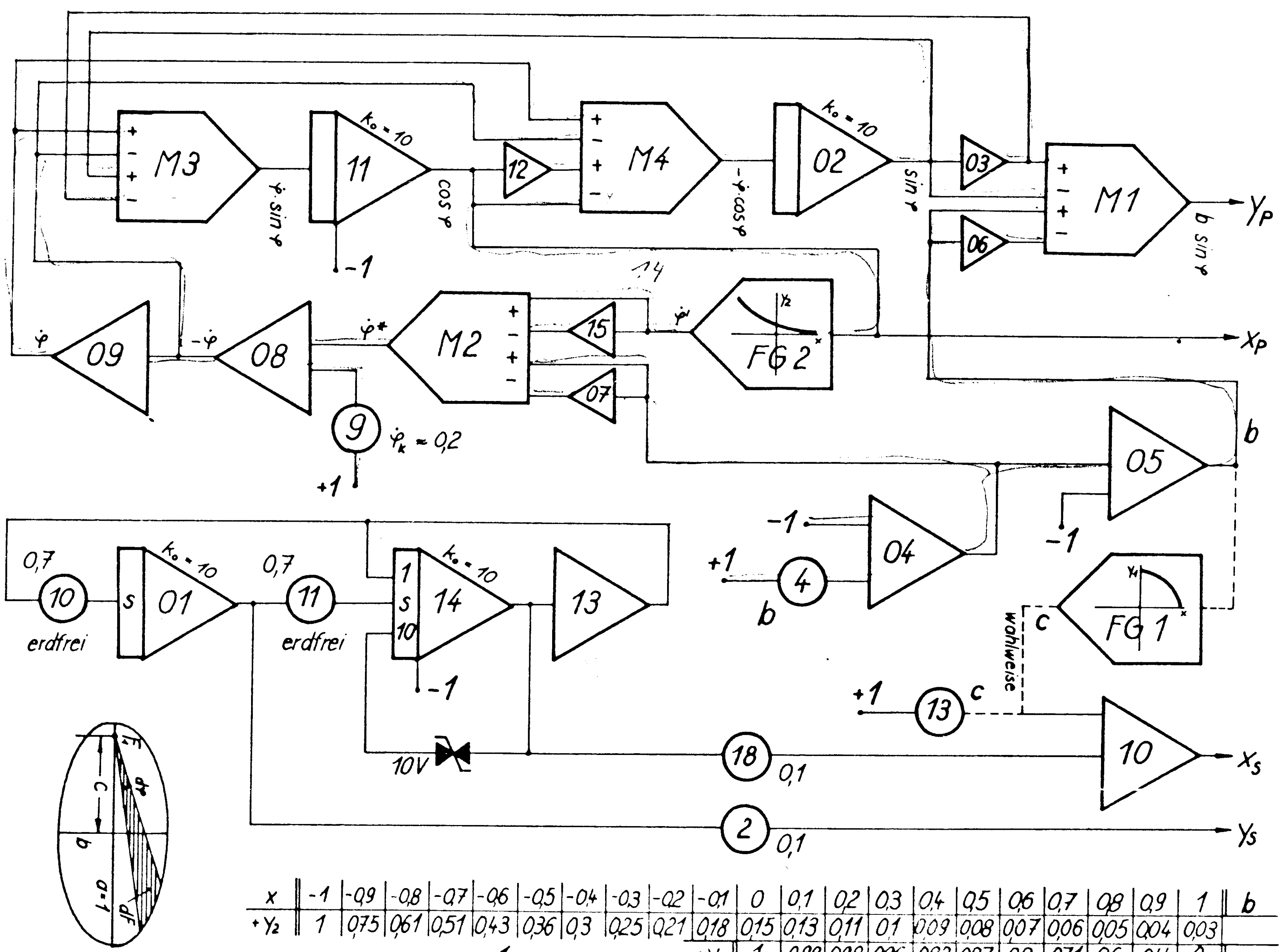
## Zweckmäßige Reihenfolge einer Demonstration

1. Einstellen einer Kreisbahn: b = 1, $\dot{\varphi}_k \approx 0{,}2$
2. Erhöhung der Bahngeschwindigkeit durch Vergrößern von $\dot{\varphi}_k$
3. Einstellen der Ellipsenbahnen durch Verändern von b ( $\dot{\varphi}_k \approx 0{,}2$)
4. Wiederholen der Punkte 1 bis 3 mit zusätzlicher Sonne im Kreismittelpunkt bzw. Brennpunkt der Ellipse.
   Die Größe der Sonne läßt sich mit Pot 2 und 18 festlegen. (Man beachte auch das schnelle Weglaufen der Sonne aus dem Kreismittelpunkt bei geringer Verformung des Kreises zur Ellipse $c = \sqrt{1 - \underline{b}^2}$ !)

# Demonstrationsbeispiel
# Planetenbahn (für RAT 740)

Tag

Zeichen
H Lange




$c = \sqrt{1 - b^2}$

| x | -1 | -0,9 | -0,8 | -0,7 | -0,6 | -0,5 | -0,4 | -0,3 | -0,2 | -0,1 | 0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 1 | b |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $+Y_2$ | 1 | 0,75 | 0,61 | 0,51 | 0,43 | 0,36 | 0,3 | 0,25 | 0,21 | 0,18 | 0,15 | 0,13 | 0,11 | 0,1 | 0,09 | 0,08 | 0,07 | 0,06 | 0,05 | 0,04 | 0,03 | |
| | | | | | | | | | | $+Y_1$ | 1 | 0,99 | 0,98 | 0,96 | 0,92 | 0,87 | 0,8 | 0,71 | 0,6 | 0,44 | 0 | c |

**Wertetabelle** für FG 2 und FG 1

AH 7906 1 59 11. 59 3000