

Über die Nachbildung von Getrieben auf dem Analogrechner

On the analog computer simulation of gear drives

Elektron. Rechenanl. 8 (1966) H. 3, S. 125—130
Manuskripteingang: 15. 2. 1966

von M. KLITTICH,
Institut für Automation der AEG, Frankfurt a. M.

Es wird das Gleichungssystem für ein einstufiges, elastische Übertragungsglieder, Lose und Reibung enthaltendes Getriebe aufgestellt. Auf mehrstufige Getriebe wird insoweit eingegangen, wie sie sich durch einstufige annähern lassen. Unter Berücksichtigung von Normierung und Zeittransformation wird die Analogrechenanordnung angegeben. Schließlich werden noch für ein Beispiel einige Rechenergebnisse gezeigt.

For a single-stage gear train containing backlash, elastic properties and friction the mathematical description is stated.

Multistage gear drives are considered if their approximation by a single-stage one is possible.

The amplitude and time scaled Analog Computer circuit is given.

Finally for an example some results of an Analog-Computer study are shown.

1. Einführung

Bei der Untersuchung von Antriebsregelungen auf dem Analogrechner ist es erforderlich, die Eigenschaften von Getrieben, wie Elastizität, Lose und Reibung, zu berücksichtigen. Eine Nachbildung wird oft dadurch realisiert, daß man sich sämtliche Kräfte auf der Antriebsseite angreifend denkt. Die Lose braucht dann nur noch kinematisch berücksichtigt zu werden. Dies geschieht dadurch, daß man den Drehwinkel der Abtriebswelle über eine Kennlinie mit Hystereseeigenschaften aus dem Drehwinkel der Antriebswelle gewinnt [1], [2]. Diese Nachbildung ist nur dann zulässig, wenn auf der Abtriebsseite keine Momente eingepreßt sind und auch keine Inertialmomente wirksam werden. Solche Voraussetzungen treffen manchmal näherungsweise zu, z. B. bei Meßeinrichtungen und Stellgliedern.

Bei der Nachbildung von Hauptantrieben muß eine dynamische Beschreibung des Getriebes angewandt werden, was dadurch geschieht, daß man den elastischen Eigenschaften der Bauelemente Rechnung trägt [3], [4]. Es lohnt sich jedoch wiederum nicht, die verschiedenen Elemente einzeln zu beschreiben und nachzubilden, sondern es genügt für die meisten Fälle, ihre Eigenschaften sich in einem Ersatzelemente konzentriert zu denken. Dadurch hält sich der Umfang der Rechenschaltung in erträglichen Grenzen, was der praktischen Anwendbarkeit bei der Untersuchung umfangreicher Systeme zugute kommt.

2. Getriebe mit elastischen Elementen

Im allgemeinen besteht ein Getriebe aus einer Vielzahl von Räderpaaren, Wellen, Kupplungsteilen usw. Jedes dieser Elemente ist als elastisch zu betrachten, besitzt also Feder- und Dämpfungseigenschaften. Die gesamte Lose setzt sich aus dem Zahnspiel der einzelnen Räderpaare zusammen. Reibungsmomente greifen an verschiedenen Stellen des Getriebes an. Ein solches Gebilde zu beschreiben führt auf ein ziemlich umfangreiches System von gekoppelten Differentialgleichungen. Bei der direkten Nachbildung desselben

auf einem Analogrechner würde der Aufwand zu hoch. Man wird daher versuchen, sowohl die elastischen Glieder als auch die Elemente mit Lose zu jeweils einem Glied zusammenzufassen.

Hierzu werden zunächst Lose und Reibungen außer Betracht gelassen. Es wird also ein nur hintereinandergeschaltete elastische Glieder enthaltendes Getriebe angenommen. Die Momente, Winkel und Konstanten werden über die Übersetzungsverhältnisse auf eine Welle, beispielsweise die Antriebswelle, bezogen. Man erhält so eine Anordnung gemäß Bild 1. Θ_p stellt das Trägheitsmoment der Schwungmasse der Antriebsmaschine, Θ_s das der anzutreibenden Schwungmasse dar. Dazwischen sollen sich n elastische Glieder mit den Federkonstanten c_i und den Dämpfungskonstanten d_i befinden. Das Trägheitsmoment dieser Glieder sei vernachlässigt, da es gegen Θ_p und Θ_s normalerweise verschwindet.

Leitet man in diese Anordnung das Antriebsmoment M_a ein, dann ergibt sich für die Beschleunigung auf der Primärseite:

$$\ddot{\varphi}_0 = \frac{1}{\Theta_p} (M_a - M_0). \quad (2.1)$$

M_0 ist das über die Koppellemente wirkende Moment, das auch die sekundäre Schwungmasse beschleunigt.

Für die Sekundärseite gilt also:

$$\ddot{\varphi}_n = \frac{1}{\Theta_s} M_0. \quad (2.2)$$

Jedes der Koppellemente reagiert mit dem Moment M_0 , so daß man das folgende Gleichungssystem erhält:

$$M_0 = c_i (\varphi_{i-1} - \varphi_i) + d_i (\dot{\varphi}_{i-1} - \dot{\varphi}_i) \quad (2.3)$$

$i = 1, 2, \dots, n$

Dieses Gleichungssystem soll nun so vereinfacht werden, daß nur noch folgende Gleichung übrig bleibt:

$$M_0 = c (\varphi_0 - \varphi_n) + d (\dot{\varphi}_0 - \dot{\varphi}_n). \quad (2.4)$$

Wie dies zu geschehen hat, erkennt man am besten, wenn man die Übertragungsfunktion

$$G(p) = \frac{\varphi_0(p) - \varphi_n(p)}{M_0(p)} \quad (2.5)$$

anschreibt.

Stellt man das Gleichungssystem (2.3) in Operatorschreibweise dar und eliminiert $\varphi_1(p) \dots \varphi_{n-1}(p)$, dann erhält man

$$G(p) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{c_i + p d_i}. \quad (2.6)$$

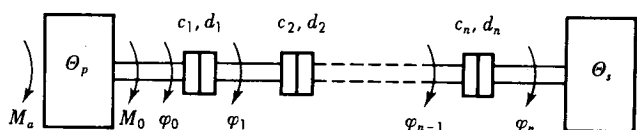


Bild 1. Schematische Darstellung zweier über mehrere elastische Kupplungen verbundener Schwungmassen.

Es ist zu erkennen, daß in (2.6) die Glieder mit sehr großen c_i und d_i vernachlässigt werden können. Damit läßt sich die Anzahl der Glieder schon stark reduzieren. Des weiteren ist es praktisch oft der Fall, daß bei Gliedern, die aus gleichartigen Konstruktionselementen herrühren, die c_i und d_i in einem nahezu gleichen Verhältnis zueinander stehen. Dann ist mit

$$\frac{d_i}{c_i} = k, \quad (2.7)$$

$$G(p) = \frac{1}{c + dp}, \quad (2.8)$$

wobei $\frac{1}{c} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{c_i}$ und $\frac{1}{d} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{d_i}$.

Wenn (2.7) nicht gilt, so stimmen doch die zu (2.6) und (2.8) gehörenden Übergangsfunktionen und deren Ableitungen für $t = +0$ und für $t \rightarrow \infty$ überein. (2.8) stellt somit in den meisten Fällen eine brauchbare Näherung für (2.6) dar. Selbst wenn die Verhältnisse so liegen, daß (2.8) nur als grobe Näherung betrachtet werden kann, lohnt es sich nicht, eine genauere Nachbildung zu wählen, da sich dadurch keine bemerkenswerten Aufschlüsse über das Gesamtverhalten des Getriebes ergeben würden.

3. Getriebe mit Lose

Es wird jetzt von dem in Bild 2 dargestellten „Ersatzgetriebe“ ausgegangen. Die beiden Schwungmassen mit Θ_p und Θ_s sind über eine elastische Kupplung und ein, die gesamte Lose enthaltendes Zahnradpaar, miteinander verbunden. In der Kupplung mit der Federkonstanten c und der Dämpfungskonstanten d sind sämtliche elastische Übertragungsglieder gemäß den Ausführungen im zweiten Abschnitt zusammengefaßt.

Die gesamte Lose 2ε erhält man einfach aus der Addition der einzelnen Zahnspiele. Dies ist zulässig, wenn, wie schon im zweiten Abschnitt vorausgesetzt, die Bauelemente des Getriebes als masselos zu betrachten sind. Dann reagiert das Getriebe nämlich erst, wenn sämtliche Zahnflanken im selben Drehsinne anliegen.

Mit den Bezeichnungen von Bild 2 lauten die im zweiten Abschnitt schon angeschriebenen Gleichungen:

$$\ddot{\varphi}_p = \frac{1}{\Theta_p} (M_a - M_p), \quad (3.1)$$

$$\ddot{\varphi}_s = \frac{1}{\Theta_s} M_s. \quad (3.2)$$

Die Gleichung für das übertragene Moment ist jetzt nicht mehr linear. Es kann nur ein Moment übertragen werden, wenn die Zahnflanken anliegen. Dies ist der Fall, wenn $|\varphi_p - \varphi_s| > \varepsilon$.

Dabei ist ε der Winkel zwischen den Zahnflanken der beiden ineinandergreifenden Zahnräder, wenn $\varphi_p = \varphi_s$ ist.

Die gesamte Lose beträgt also 2ε .

Somit erhält man für das von der Kupplung übertragene Moment M_0 :

$$M_0 = \begin{cases} c(\varphi_p - \varphi_s + \varepsilon) + d(\dot{\varphi}_p - \dot{\varphi}_s) & \text{für } \varphi_p - \varphi_s < -\varepsilon \\ 0 & \text{für } -\varepsilon \leq \varphi_p - \varphi_s \leq \varepsilon \\ c(\varphi_p - \varphi_s - \varepsilon) + d(\dot{\varphi}_p - \dot{\varphi}_s) & \text{für } \varphi_p - \varphi_s > \varepsilon. \end{cases} \quad (3.3)$$

Wegen der bis jetzt noch nicht berücksichtigten Reibungen ist $M_p = M_s = M_0$.

4. Zusammenhang der Dämpfungskonstanten mit der Stoßzahl

Im allgemeinen läßt sich die resultierende Federkonstante c experimentell bestimmen oder aus der Geometrie der Getriebeelemente mit ausreichender Genauigkeit errechnen.

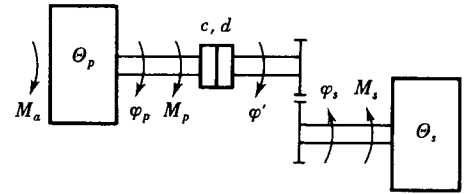


Bild 2. Schematische Darstellung des „Ersatzgetriebes“.

Dagegen ist es schwierig, für die Dämpfungskonstante d konkrete Angaben zu machen, zumal in Wirklichkeit im Gegensatz zu der für die Nachbildung gemachten Annahme zwischen der Dämpfungskraft und der Auslenkungsgeschwindigkeit keine Proportionalität besteht. Bei einem Getriebe mit Lose ist es zweckmäßiger, die Stoßzahl k anzugeben, die wie folgt definiert ist:

$$k = \frac{\dot{\varphi}_{p0} - \dot{\varphi}_{s0}}{\dot{\varphi}_{s1} - \dot{\varphi}_{p1}}. \quad (4.1)$$

Dabei sind $\dot{\varphi}_{p0}$ und $\dot{\varphi}_{s0}$ die Winkelgeschwindigkeiten vor dem Zusammenstoßen der Zahnflanken, $\dot{\varphi}_{s1}$ und $\dot{\varphi}_{p1}$ die Winkelgeschwindigkeiten nach dem Stoß.

Die Stoßzahl kann durch Versuch ermittelt werden. Wo dies nicht möglich ist, ist man auf Erfahrungswerte angewiesen. Je nach Getriebetyp beträgt k etwa 0,2...0,8. Man wird so zwar mit einem groben Schätzwert arbeiten müssen, doch kann bei der Rechnung k leicht variiert und so dieser Einfluß studiert werden.

Im folgenden soll noch der Zusammenhang zwischen der Stoßzahl k des Getriebes und der Dämpfungskonstanten d der Nachbildung angegeben werden.

Vom Augenblick des Zusammenstoßens der beiden Schwungmassen an, gilt mit den Abkürzungen

$$\Delta\varphi = \varphi_p - \varphi_s,$$

$$\text{und} \quad \Theta = \frac{\Theta_p \Theta_s}{\Theta_p + \Theta_s},$$

die Differentialgleichung

$$\Delta \ddot{\varphi} + \frac{d}{\Theta} \Delta \dot{\varphi} + \frac{c}{\Theta} \Delta \varphi = 0. \quad (4.2)$$

Die Anfangsbedingungen lauten:

$$\Delta\varphi(0) = 0,$$

$$\Delta\dot{\varphi}(0) = \Delta\dot{\varphi}_0.$$

Es ist nur der Fall von Interesse, bei dem die charakteristische Gleichung von (4.2) konjugiert komplexe Wurzeln liefert, da bereits für den aperiodischen Grenzfall sich das Vorzeichen von $\Delta\varphi$ nicht mehr umkehren kann, also die Stoßzahl $k = 0$ dargestellt wird. Für die gegebenen Anfangswerte lautet die Lösung von (4.2):

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta\dot{\varphi}_0}{b} e^{at} \sin bt, \quad (4.3)$$

mit

$$a = -\frac{d}{2\Theta},$$

$$b = \frac{d}{2\Theta} \sqrt{\frac{4c\Theta}{d^2} - 1}.$$

Der Stoß beginnt bei $t_0 = 0$. Hier ist auch $\Delta\varphi = 0$. Der Stoß ist beendet, wenn $\Delta\varphi$ zum zweiten Male Null wird. Dies ist bei

$$t_1 = \frac{\pi}{b} \quad (4.4)$$

der Fall.

Aus (4.3) erhält man für die Geschwindigkeit

$$\Delta\dot{\varphi} = \Delta\dot{\varphi}_0 e^{at} \left(\frac{a}{b} \sin bt + \cos bt \right). \quad (4.5)$$

Die Geschwindigkeit am Ende des Stoßes, also zum Zeitpunkt t_1 , ergibt sich mit (4.4) zu

$$\Delta \dot{\phi}_1 = -\Delta \dot{\phi}_0 e^{\pi \frac{a}{b}} \quad (4.6)$$

Damit erhält man für das Verhältnis der Geschwindigkeitsdifferenzen vor und nach dem Stoß

$$-\frac{\Delta \dot{\phi}_1}{\Delta \dot{\phi}_0} = e^{\pi \frac{a}{b}} \quad (4.7)$$

Mit dieser Beziehung und der Gleichung (4.1) für die Stoßzahl ergibt sich der gewünschte Zusammenhang

$$d = \sqrt{\frac{4c \Theta}{1 + \left(\frac{\ln k}{\pi}\right)^2}} \quad (4.8)$$

Für $k = 1$ muß $d = 0$ sein, für $k = 0$ hat man $d = \sqrt{4c\Theta}$ zu setzen. Es lassen sich also beliebige Stoßzahlen realisieren, wenn d zwischen 0 und $\sqrt{4c\Theta}$ gewählt wird.

5. Berücksichtigung der Reibungen

Reibungsmomente treten meist in der Form von trockener Reibung auf. Sie haben ihre Ursache in Lager- und Zahnreibungen. Die letztgenannte Art nimmt bei Schnecken- und Spindelgetrieben einen verhältnismäßig hohen Anteil ein.

Lagerreibungen wirken an verschiedenen Stellen des Getriebes. In den vorausgegangenen Abschnitten wurde jedoch das Gleichungssystem des gesamten Getriebes so vereinfacht, daß nur noch der primäre und der sekundäre Drehwinkel sowie deren Ableitungen explizit auftreten. Man muß sich nun so helfen, daß man die einzelnen Reibungen sich zu einem Teil auf der Primärseite und zum anderen Teil auf der Sekundärseite konzentriert denkt. Dabei wird man im allgemeinen die Reibungsmomente, die jenseits des Zahneingriffes mit dem größten Spiel angreifen, zur Sekundärseite und den Rest zur Primärseite rechnen.

Unter Berücksichtigung der Reibungen erhält man für die Momente M_p und M_s der Bewegungsgleichungen (3.1) und (3.2)

$$M_p = M_0 + M_{Rp}, \quad (5.1)$$

$$M_s = M_0 - M_{Rs} - M_{Rz} - M_{Re}. \quad (5.2)$$

Für die Lagerreibungsmomente ergeben sich die beiden Gleichungen:

$$M_{Rp} = k_{Rp} \text{sign } \dot{\phi}_p, \quad (5.3)$$

$$M_{Rs} = k_{Rs} \text{sign } \dot{\phi}_s. \quad (5.4)$$

Dabei wurde der Unterschied zwischen Haftreibung und Gleitreibung nicht berücksichtigt. Praktisch genügt es auch meist, die Lagerreibung in dieser Form anzusetzen. Jedoch steht dem nichts im Wege, den Faktor $\text{sign } \dot{\phi}_p$ bzw. $\text{sign } \dot{\phi}_s$ in (5.3) und (5.4) durch eine entsprechende Funktion von $\dot{\phi}_p$ bzw. $\dot{\phi}_s$ zu ersetzen und so beliebige Reibungskennlinien zu realisieren.

In Bild 2 wurde angenommen, die „Ersatzkupplung“ befinde sich auf der Antriebsseite und das die gesamte Lose enthaltende Zahnradpaar auf der Abtriebsseite. Diese Anordnung soll auch bei den folgenden Betrachtungen, die eine Berücksichtigung der Zahnreibung zum Inhalt haben, beibehalten werden. Zwar ist es hier nicht mehr gleichgültig, wie die Reihenfolge der beiden „Ersatzelemente“ gewählt wird, doch trifft die Anordnung gemäß Bild 3 am ehesten die praktischen Gegebenheiten.

Das bei einem Schnecken- oder Spindelgetriebe auftretende Reibungsmoment ist dem Betrag des übertragenen Moments M_0 proportional und der Geschwindigkeit, mit der die Zahnflanken aufeinander gleiten, entgegengerichtet. Man erhält dann:

$$M_{Rz} = k_z |M_0| \text{sign } \dot{\phi}_s. \quad (5.5)$$

Zwischen der Reibungskonstanten k_z und dem Schnecken- bzw. Spindelwirkungsgrad besteht der folgende Zusammenhang:

$$k_z = 1 - \eta_z. \quad (5.6)$$

Schnecken- und Spindelgetriebe sind normalerweise selbsthemmend, d. h. es kann keine Bewegung entgegen der Drehrichtung, in der die Zahnflanken anliegen, stattfinden. Es muß also in diesem Fall auf der Sekundärseite ein Reaktionsmoment M_{Re} wirksam werden, dessen Betrag so groß ist wie die Gesamtheit der eingepprägten Momente M_E .

Setzt man

$$M_{Re} = k_{Re} \cdot \dot{\phi}_s, \quad (5.7)$$

so erhält man für die Sekundärseite die Differentialgleichung:

$$\ddot{\phi}_s \Theta_s + k_{Re} \dot{\phi}_s = M_E. \quad (5.8)$$

Daraus erkennt man sofort, daß für $k_{Re} \rightarrow \infty$ keine Bewegung zustande kommen kann. Das Reaktionsmoment muß also betragen

$$M_{Re} = k_{Re} \cdot \dot{\phi}_s |k_{Re} \rightarrow \infty. \quad (5.9)$$

Es muß dann wirksam werden, wenn $\dot{\phi}_s$ entgegen der Richtung, in der sich das Getriebe im Eingriff befindet, anwachsen will. Die Eingriffsrichtung erkennt man am Vorzeichen

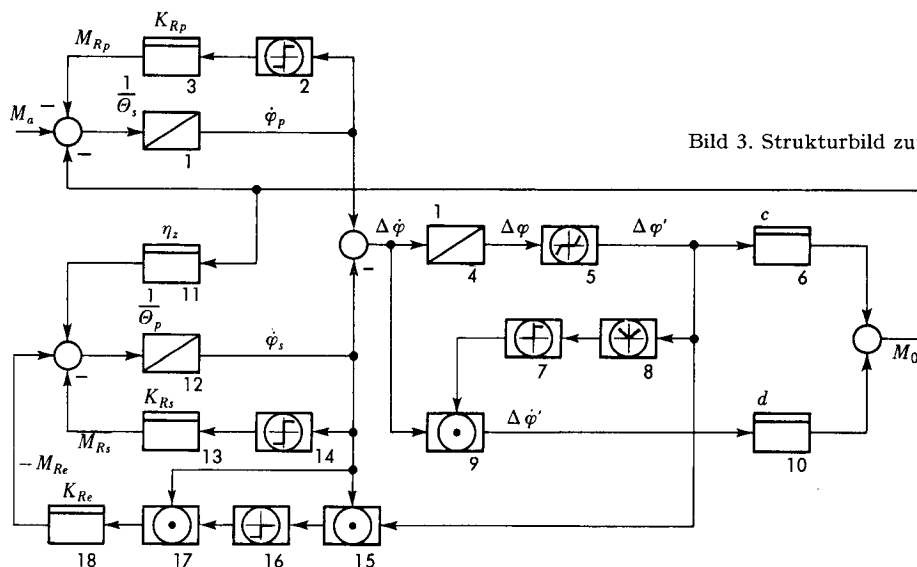


Bild 3. Strukturbild zum Gleichungssystem Gl. (6.1) bis (6.10).

von $\Delta\varphi' = \varphi_p - \varphi'$ (Bild 2). Mit dieser Bedingung ergibt sich:

$$M_{Re} \Rightarrow \begin{cases} 0 & \text{für } \dot{\varphi}_s \geq 0 \text{ und } \Delta\varphi' \geq 0 \\ k_{Rp}\dot{\varphi}_s & \text{für } \dot{\varphi}_s \leq 0 \text{ und } \Delta\varphi' \leq 0 \\ k_{Re}\dot{\varphi}_s & \text{für } \dot{\varphi}_s \geq 0 \text{ und } \Delta\varphi' > 0 \\ k_{Re}\dot{\varphi}_s & \text{für } \dot{\varphi}_s < 0 \text{ und } \Delta\varphi' > 0 \end{cases} \quad k_{Re} \rightarrow \infty$$

$$= \begin{cases} 0 & \text{für } \dot{\varphi}_s \cdot \Delta\varphi' \geq 0 \\ k_{Re} & \text{für } \dot{\varphi}_s \cdot \Delta\varphi' < 0 \end{cases} \quad k_{Re} \rightarrow \infty. \quad (5.10)$$

Infolge der Selbsthemmung kann M_0 nur dieselbe Richtung wie $\dot{\varphi}_s$ haben; es genügt daher für (5.5) zu schreiben:

$$M_{Rz} = (1 - \eta_z) M_0. \quad (5.11)$$

Damit wird aus (5.2)

$$M_s = \eta_z M_0 - M_{Rs} - M_{Re}. \quad (5.12)$$

6. Strukturbild und Rechenschaltung

Das gesamte Gleichungssystem ist im folgenden zusammengestellt. Es geht mit einigen Umformungen aus den vorhergehenden Abschnitten hervor.

$$\dot{\varphi}_p = \frac{1}{\Theta_p} \int_0^t (M_a - M_{Rp} - M_0) d\tau + \dot{\varphi}_p(-0), \quad (6.1)$$

$$\dot{\varphi}_s = \frac{1}{\Theta_s} \int_0^t (\eta_z M_0 - M_{Rs} - M_{Re}) d\tau + \dot{\varphi}_s(-0), \quad (6.2)$$

$$\Delta\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_p - \dot{\varphi}_s, \quad (6.3)$$

$$\Delta\varphi = \int_0^t \Delta\dot{\varphi} d\tau + \Delta\varphi(-0), \quad (6.4)$$

$$M_{Rp} = k_{Rp} \text{sign } \dot{\varphi}_p, \quad (6.5)$$

$$M_{Rs} = k_{Rs} \text{sign } \dot{\varphi}_s, \quad (6.6)$$

$$M_{Re} = \begin{cases} 0 & \text{für } \dot{\varphi}_s \cdot \Delta\varphi' \geq 0 \\ k_{Re}\dot{\varphi}_s & \text{für } \dot{\varphi}_s \cdot \Delta\varphi' < 0 \end{cases} \quad k_{Re} \rightarrow \infty \quad (6.7)$$

$$M_0 = c\Delta\varphi' + d\Delta\dot{\varphi}', \quad (6.8)$$

$$\Delta\varphi' = \begin{cases} \Delta\varphi + \varepsilon & \text{für } \Delta\varphi < -\varepsilon \\ 0 & \text{für } -\varepsilon \leq \Delta\varphi \leq \varepsilon \\ \Delta\varphi - \varepsilon & \text{für } \Delta\varphi > \varepsilon \end{cases} \quad (6.9)$$

$$\Delta\dot{\varphi}' = \Delta\dot{\varphi} \begin{cases} 0 & \text{für } |\Delta\varphi'| > 0 \\ 1 & \text{für } |\Delta\varphi'| = 0 \end{cases} \quad (6.10)$$

Damit läßt sich leicht das Strukturbild Bild 3 aufzeichnen. Die dazugehörige Analogrechenschaltung ist auf Bild 4 dargestellt.

Es macht auch keine Schwierigkeiten, die Gleichungen (6.1) bis (6.10) unter Berücksichtigung von Normierung und Zeittransformation anzuschreiben, und daraus die Potentiometereinstellung zu bestimmen. Die Ergebnisse sind auf Tabelle 1 eingetragen. Dabei sind die Maximalwerte der

Tabelle 1: Potentiometereinstellungen zur Rechenschaltung Bild 4

$\alpha_1 n_1 = \frac{k_{Rp}}{\Theta_p \beta \dot{\varphi}_{pm}}$	$\alpha_9 n_9 = \frac{\dot{\varphi}_{sm}}{\Delta \dot{\varphi}_m}$
$\alpha_2 n_2 = \frac{M_{am}}{\Theta_p \beta \dot{\varphi}_{pm}}$	$\alpha_{10} n_{10} = \frac{\Delta \dot{\varphi}_m}{\beta \Delta \varphi_m}$
$\alpha_3 n_3 = \frac{M_{om}}{\Theta_p \beta \dot{\varphi}_{pm}}$	$\alpha_{11} n_{11} = \frac{\Delta \varphi_m}{\Delta \varphi'_m}$
$\alpha_4 n_4 = \frac{\eta M_{om}}{\Theta_s \beta \dot{\varphi}_{sm}}$	$\alpha_{12} n_{12} = \frac{\Delta \varphi_0}{\Delta \varphi_m}$
$\alpha_5 n_5 = \frac{k_{Rs}}{\Theta_s \cdot \beta \dot{\varphi}_{sm}}$	$\alpha_{13} n_{13} = \frac{C \Delta \varphi'_m}{M_{om}}$
$\alpha_6 n_6 = \frac{\dot{\varphi}_{p0}}{\dot{\varphi}_{pm}}$	$\alpha_{14} n_{14} = \frac{d \Delta \dot{\varphi}'_m}{M_{om}}$
$\alpha_7 n_7 = \frac{\dot{\varphi}_{s0}}{\dot{\varphi}_{sm}}$	$a = \frac{\varepsilon}{\Delta \varphi_m}$
$\alpha_8 n_8 = \frac{\dot{\varphi}_{pm}}{\Delta \dot{\varphi}_m}$	$\delta_1, \delta_2 \text{ nach Versuch}$

einzelnen Systemgrößen mit dem Index m versehen. β ist der Zeittransformationfaktor. Zwischen der Echtzeit t und der Maschinenzeit \bar{t} besteht der Zusammenhang $\bar{t} = \beta \cdot t$.

Zur Rechenschaltung sind noch einige Bemerkungen erforderlich.

Die Nachbildung der Reibungskennlinien Blöcke 2 und 14 und der toten Zone Block 5 sowie der Betragskennlinie Block 8 wurden in der angegebenen Rechenschaltung durch geeignete Diodennetzwerke am Eingang eines Rechenverstärkers realisiert. Die meisten Rechner enthalten solche

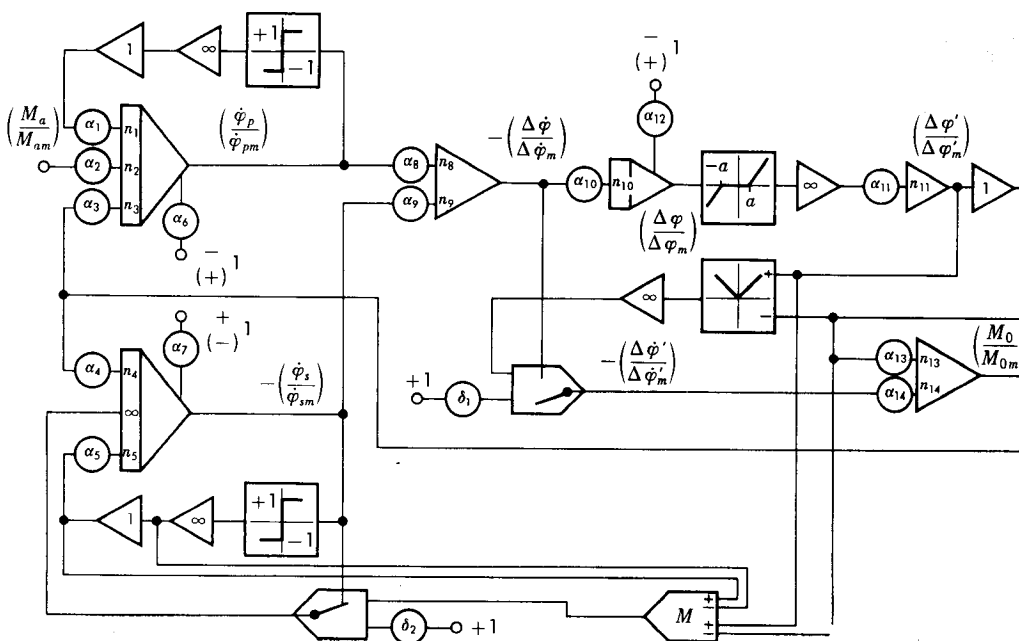


Bild 4. Rechenschaltung.

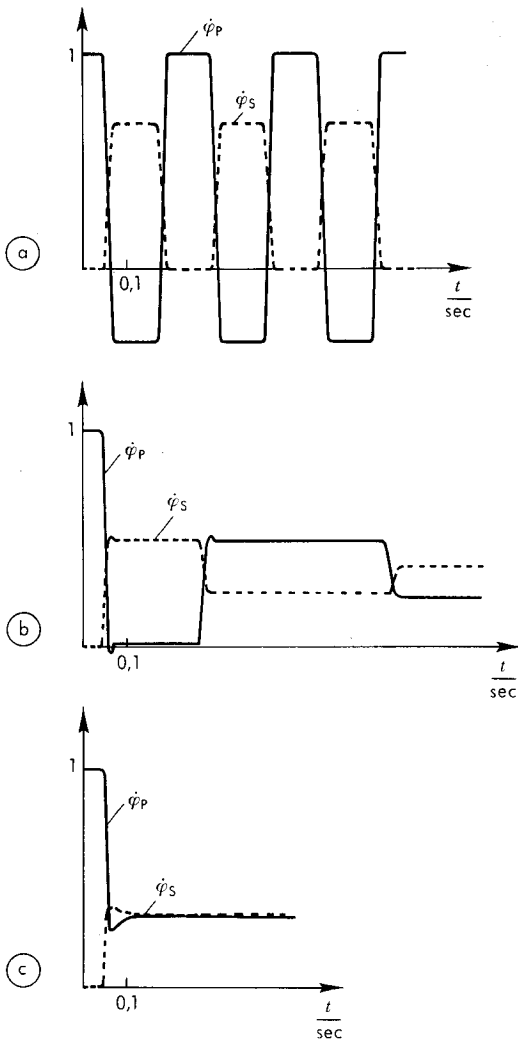


Bild 5. Verhalten eines Getriebes ohne Reibungen bei verschiedenen Stoßzahlen nach Aufschalten eines Anfangswertes der primären Winkelgeschwindigkeit.

- a) elastischer Stoß ($k = 1$),
- b) halbelastischer Stoß ($k = 0,5$),
- c) unelastischer Stoß ($k = 0$).

Netzwerke als fertige Einheiten. Wo dies nicht der Fall ist, können auch andere Schaltungen, wie sie in der Literatur z. B. [1] angegeben werden, eingesetzt werden. Nur ist darauf zu achten, daß bei der Schwellwertkennlinie die Steigung innerhalb der toten Zone klein genug ist.

Um eindeutige Schaltzustände zu erzielen, wurde für die Realisierung der Blöcke 7 und 9 sowie 16 und 17 eine Schaltung mit einem Komperator verwendet. Die mit δ_1 und δ_2 bezeichneten Potentiometer müssen durch Versuch so eingestellt werden, daß Nullpunktfehler und Störspannungen die Komperatoren noch nicht zum Ansprechen bringen können. Es muß durch geeignete Zeittransformation dafür gesorgt werden, daß sich die Ansprechzeit der Komperatoren nicht störend auswirkt. Elektronische Schaltungen, wie z. B. in [3] angegeben, liefern noch brauchbare Ergebnisse. Bei der Realisierung der Blöcke 16, 17 ist dabei jedoch darauf zu achten, daß die Steigung der Kennlinien Block 16 um einige Größenordnungen höher ist als die der Kennlinie Block 14.

Um die Normierung durchführen zu können, ist es erforderlich, sämtliche Maximalwerte möglichst genau zu kennen. Hiervon sind M_{am} , $\dot{\varphi}_{pm}$, $\dot{\varphi}_{sm}$ bekannt. Sie gehen aus den Daten der Antriebsmaschine hervor. $\Delta\varphi$ ist dann am größten, wenn die Primärschwungmasse mit dem maximalen

Antriebsmoment durch die ganze Lose hindurch beschleunigt wird. Kurzvor dem Auftreffen der Zahnflanken ist dann:

$$\Delta \dot{\varphi}_m = \sqrt{\frac{M_{am}}{\Theta_p}} 2\varepsilon = \Delta \dot{\varphi}'_m. \quad (6.11)$$

Die maximale Verdrehung $\Delta\varphi'_m$ läßt sich abschätzen. Setzt man die Dämpfungskonstante $d = 0$, so liefert der Energiesatz in Verbindung mit dem Impulssatz:

$$\Delta \varphi'_m = \Delta \dot{\varphi}_m \sqrt{\frac{1}{c} \cdot \frac{\Theta_p \cdot \Theta_s}{\Theta_p + \Theta_s}}. \quad (6.12)$$

Ist eine Dämpfungskraft wirksam, so liegt $\Delta\varphi'_m$ in jedem Fall unter dem durch (6.12) gegebenen Wert.

Damit ergibt sich für $\Delta\varphi_m$

$$\Delta\varphi_m = \varepsilon + \Delta\varphi'_m.$$

Das maximale Stoßmoment M_{0m} erhält man zu

$$M_{0m} = (d\Delta\dot{\varphi}' + c\Delta\dot{\varphi}')_m.$$

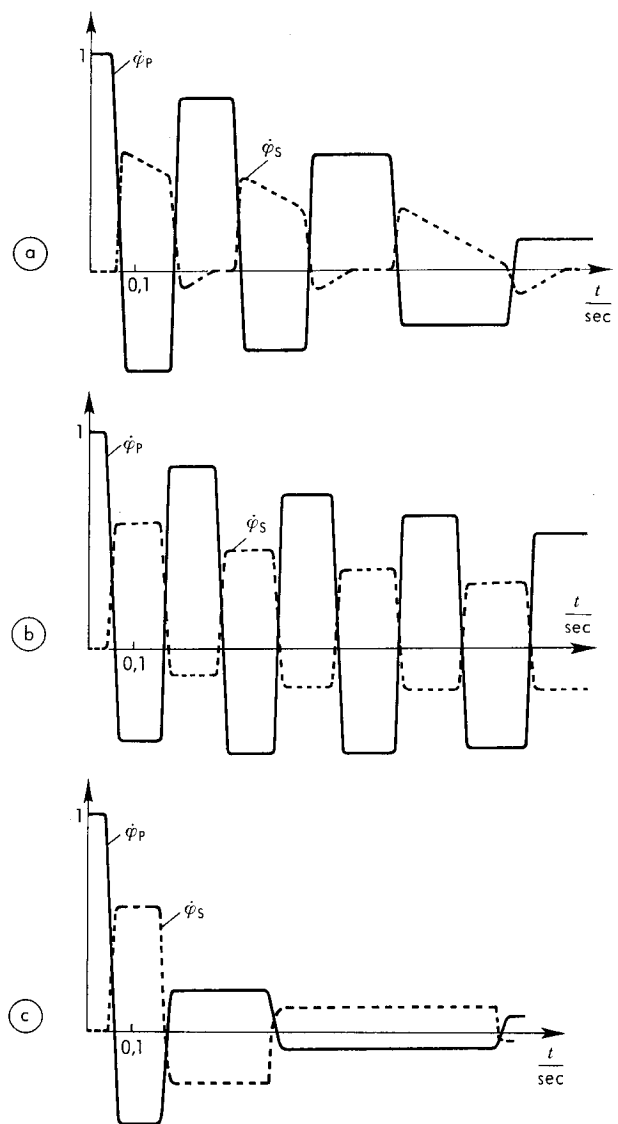


Bild 6. Einfluß von Reibungen bei einem Getriebe mit $k = 1$.

- a) Lagerreibung sekundär,
- b) Zahnreibung bei einem Getriebe ohne Selbsthemmung ($\eta_z = 0,8$),
- c) Spindelgetriebe mit Selbsthemmung.

Da aber die Maxima des Dämpfungsmomentes und des Federmomentes zeitlich nie zusammenfallen, genügt es, entweder

$$M_{0m} = c\Delta\varphi'_m \quad \text{oder}$$

$$M_{0m} = d\Delta\dot{\varphi}'_m$$

zu machen, je nachdem, welcher Wert größer ist.

7. Beispiel

Bei der Inbetriebnahme der Rechenschaltung kann es von Vorteil sein, die Ergebnisse einiger typischer Fälle vor Augen zu haben. Es wurde daher noch für ein Beispiel, wie es praktisch vorkommen kann, die Rechnung durchgeführt. Einige Ergebnisse sind auf den Bildern 5 und 6 dargestellt. Der Einfluß der verschiedenen Parameter läßt sich am besten erkennen, wenn das Getriebe ohne äußere Kräfte betrachtet wird. Es wird lediglich die Winkelgeschwindigkeit der Primärschwungmasse mit einem Anfangswert $\dot{\varphi}_{p0}$ versehen.

Bei den Rechnungen, deren Ergebnisse auf Bild 5 zu finden sind, wurden zunächst Lager- und Zahnreibung Null gesetzt. Gezeigt ist der Einfluß der Dämpfungskonstanten d . In Bild 5a ist $d = 0$ und damit $k = 1$. Es kommt also jedesmal, wenn die Zahnflanken aufeinander treffen, zu einem elastischen Stoß. Da keine Energie verbraucht wird, pendeln die Winkelgeschwindigkeiten φ_p und φ_s mit konstanter Amplitude um einen Mittelwert, der

$$\bar{\dot{\varphi}}_p = \bar{\dot{\varphi}}_s = \dot{\varphi}_{p0} \frac{\Theta_p \cdot \Theta_s}{\Theta_p + \Theta_s}$$

beträgt.

In Bild 5b ist der Fall des halbelastischen Stoßes dargestellt, und zwar für eine Stoßzahl von $k = 0,5$. Wie nicht anders zu erwarten, klingen die Amplituden ab, und die Winkelgeschwindigkeiten nähern sich dem oben angegebenen Mittelwert.

Schließlich wurde $k = 0$ ($d = \sqrt{4c\Theta}$) gemacht (Bild 5c), was dem unelastischen Stoß entspricht. Hier tritt nur ein Stoß auf, nach dessen Beendigung $\varphi_p = \varphi_s$ ist.

Anhand der Kurven für die Winkelgeschwindigkeiten läßt sich leicht überprüfen, daß der Impulssatz und der Energiesatz erfüllt sind. Der Impuls bleibt in allen drei Fällen erhalten, die kinetische Energie nimmt in den Fällen 5b und 5c wegen der Dämpfung ab.

Bei der auf Bild 6a dargestellten Rechnung ist bei einer Stoßzahl von $k = 1$ der Einfluß von Lagerreibung gezeigt. Wie aus den Kurven für die Winkelgeschwindigkeiten zu entnehmen ist, verliert hier das System nicht nur seine kinetische Energie, sondern auch den Drehimpuls. Dasselbe ist auch bei den Ergebnisse auf den Bildern 6b und 6c der Fall, wo der Einfluß der Zahnreibung gezeigt ist.

Literatur

- [1] Ammon, W., Schaltungen der Analogrechenstechnik. R. Oldenbourg-Verlag, München, 1965.
- [2] Fifer, St., Analog Computation. McGraw-Hill, New York 1960.
- [3] Giloi, W., Lauber, R., Analogrechnen. Springer, Berlin, Göttingen, Heidelberg, 1963.
- [4] Jackson, A. S., Analog Computation. McGraw-Hill, New York 1960.