

AE G

Der elektronische Analogrechner und seine Verwendung in der Industrie

**Kurzfassung des Vortrages von
Dipl.-Ing. W. Ammon**

ALLGEMEINE ELEKTRICITÄTS-GESELLSCHAFT

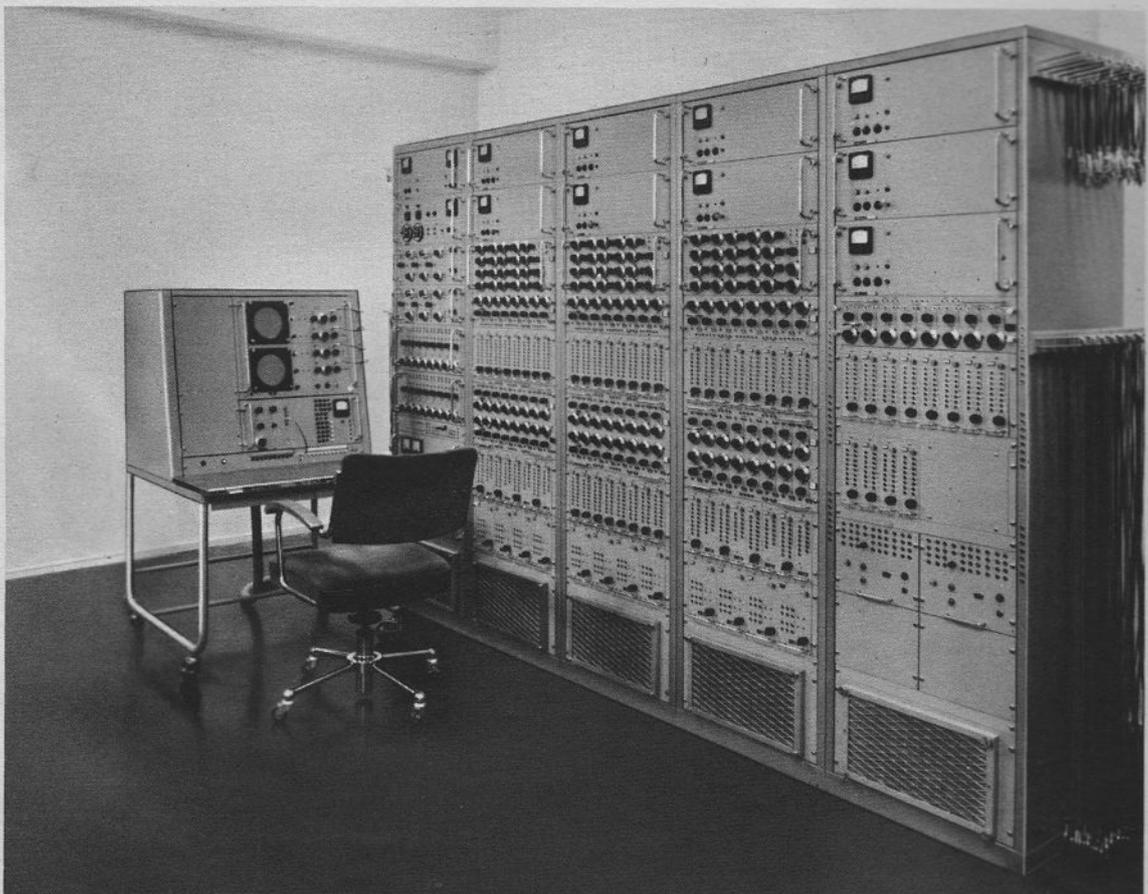
Inhaltsübersicht

I. Teil

1. Geschichte des Analogrechners.
2. Aufbau und Arbeitsweise des Analogrechners.
3. Die Programmierung, erläutert an einem Beispiel.

II. Teil

1. Die Anwendung des Analogrechners, dargestellt am Beispiel der elektrischen Bremsung eines feldgeregeltten Motors.
2. Der industrielle Einsatz des Analogrechners, erläutert an verschiedenartigen technischen Problemen.
3. Gegenüberstellung der wesentlichen Eigenschaften von Digital- und Analogrechner.



Telefunken-Analogrechner, Baujahr 1957 (röhrenbestückt)

I. Teil

1. Geschichte des Analogrechners

Der Analogrechner ist ein Hilfsmittel zu Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen. Die Differentialgleichung wird durch eine elektrische Schaltung im Modell nachgebildet, d.h. das Modell wird durch die gleiche Differentialgleichung beschrieben, die zur Lösung vorgelegt wird. Analogrechner kleineren Umfanges gibt es bereits seit 1880; diese Rechner arbeiten aber rein mechanisch und wurden "Integrieranlagen" genannt. Mit ihnen konnten nur Integrale ermittelt oder Differentialgleichungen niedriger Ordnung gelöst werden, weil die Mechanik sehr aufwendig und umfangreich war. Erst in und nach dem 2. Weltkrieg setzte die Entwicklung elektronischer Rechner ein, die bei viel kleinerem Aufwand umfangreiche Probleme lösen können. Auf einem Rechner mittlerer Größe kann beispielsweise leicht eine nichtlineare Differentialgleichung 30.ter Ordnung dargestellt werden, daher sind die elektronischen Rechner heute sehr verbreitet.

2. Aufbau und Arbeitsweise eines elektronischen Analogrechners

Der moderne elektronische Analogrechner ist ein sogenannter "Gleichspannungsrechner". Jeder Problemvariablen entspricht an der zugeordneten Rechnerschaltung eine Spannung als "Modellvariable", die sich genau so verhält wie die Problemvariable.

Welche elektronischen Bauteile benötigt man zur Nachbildung einer gewöhnlichen Differentialgleichung?

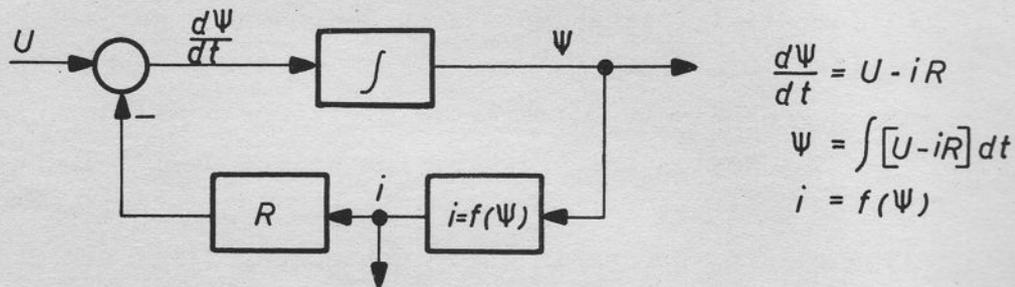
Ein einfaches Beispiel möge diese Frage klären helfen.

Gegeben sei die Gleichung

$$\frac{d\psi}{dt} + i(\psi)R = U$$

(Fluß- und Stromverlauf an einer Eisendrossel, die an Spannung gelegt wird.)

Das Rechenschema zur Lösung dieser Gleichung ist:



Es ist leicht anzugeben, daß im Lösungsschema für beliebige gewöhnliche Differentialgleichungen stets nur folgende Rechenoperationen vorkommen:

- a) Summenbildung: $y = \sum x_v$
- b) Integration: $y = \int x dt$
- c) Multiplikation mit einer Konstanten: $y = kx$
- d) Multiplikation von zwei Variablen: $y = x_1 \cdot x_2$
- e) Bildung einer Funktion: $y = f(x)$
- f) Vorzeichenumkehr: $y = -x$

Für jede dieser Operationen gibt es einen elektronischen Baustein. Jeder Analogrechner enthält eine Vielzahl derartiger "Rechenelemente". Wie sie für eine bestimmte Differentialgleichung oder ein ganzes System zusammengeschaltet werden müssen, wird durch die "Programmierung" festgelegt. Die Programmierung bedeutet demnach das Zuschneiden einer Aufgabe auf die Möglichkeiten des Analogrechners. Im Gegensatz zum Digitalrechner ist jedoch kein Auflösen in eine Summe von Einzelschritten nötig, sondern lediglich ein "Umschreiben" und "Umrechnen" der gegebenen Differentialgleichung. Der Ausdruck "Umschreiben" bezieht sich auf die Umformung der Differentialgleichung wie oben gezeigt, unter "Umrechnen" werden Normierung und Zeittransformation verstanden, vgl. Abschnitt 3.

Beim Analogrechner arbeiten sämtliche zusammengeschaltete Bausteine zur gleichen Zeit an der Lösung. Die Rechnung ist also nicht in zeitlich aufeinanderfolgende Schritte wie beim Digitalrechner aufgeteilt. Da die Integration beim elektronischen Analogrechner durch die Aufladung eines idealen Kondensators nachgebildet wird, kann nur eine unabhängige Variable auftreten, nämlich die Zeit. Auch das Gleichungssystem darf dann

nur eine unabhängige Variable haben, die am Rechner durch die Zeit dargestellt wird. Daher ist z.B. die Behandlung partieller Differentialgleichungen - wenn überhaupt - nur auf Umwegen möglich. Die Probleme der Technik werden jedoch sehr häufig durch gewöhnliche Differentialgleichungen mit Anfangswerten oder Randwerten beschrieben, für welche der Analogrechner gerade geeignet ist. Die Gleichungen können beliebig nicht-linear sein. Gerade in ihrer Behandlung liegt der große Vorteil des Analogrechners, weil es hierfür keine allgemeinen Lösungsmethoden gibt.

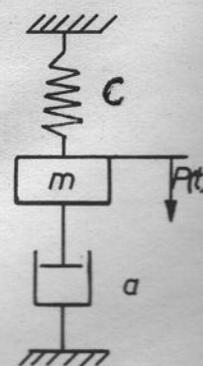
Da das "elektrische Modell" analog zum Gleichungssystem ist, das untersucht werden soll, läuft die Lösung zunächst in Echtzeit ab, wenn die Zeit die unabhängige Variable ist. Durch geeignete Substitution der unabhängigen Variablen kann man jedoch eine Zeitraffung oder -dehnung herbeiführen. Dies ist eine äusserst wirksame Hilfe bei der Untersuchung sehr langsam bzw. sehr schnell ablaufender Vorgänge. Man kann stets erreichen, daß die Lösung in einem Zeitraum von Sekunden bis wenige Minuten abläuft, unabhängig von Umfang und Aufbau des vorgegebenen Gleichungssystems.

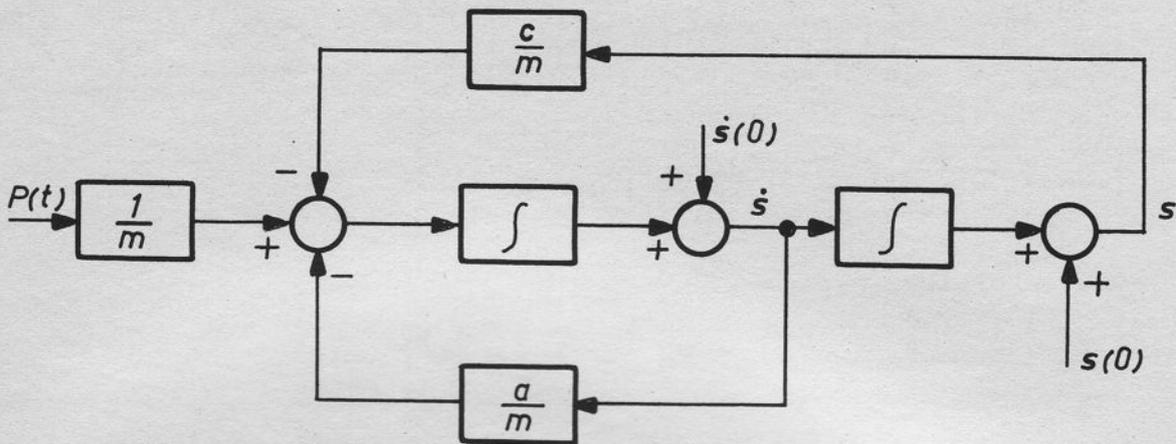
Die "Lösung" des dargestellten Systems erscheint in Kurvenform, nämlich als Oszillogramm der entsprechenden Spannungen, welche den gesuchten Systemgrößen proportional sind.

3. Die Programmierung, erläutert an einem Beispiel.

Schon in Abschnitt 2 wurde das Schema für die Lösung einer Differentialgleichung angegeben. Gegeben seien nun die Gleichungen (federnd aufgehängte Masse mit Dämpfung und anfachender Kraft) :

$$\frac{ds}{dt} = \int_0^t \left[\frac{1}{m} P(t) - \frac{a}{m} \frac{ds}{dt} - \frac{c}{m} s \right] dt + \dot{s}(0)$$
$$s = \int_0^t \frac{ds}{dt} dt + s(0)$$





Am Analogrechner entsprechen ja die Größen $P = \text{Kraft}$, $s = \text{Weg}$, $\dot{s} = \text{Geschwindigkeit}$ veränderlichen Spannungen, die natürlich nicht beliebige Werte annehmen können, sondern durch die Konstruktion der Bausteine des Rechners beschränkt sind. Man hat am Rechner eine bestimmte Spannung, die die Verstärker noch einwandfrei verarbeiten können, als Einheitsspannung oder "Maschineneinheit (ME)" festgelegt, meist 100 V oder 10 V gleich "1 ME". Diese Einheit ist dimensionslos. Man hat nun das gegebene Gleichungssystem so umzuformen, daß dort die Veränderlichen ebenfalls als dimensionslose Größen auftreten, deren Absolutbetrag ≤ 1 bleibt. Wenn das gelingt, ist gewährleistet, daß die zulässige Rechenspannung am Rechner nicht überschritten wird. Die neuen Variablen werden auf folgende Weise eingeführt:

Man bezieht die bisherigen Veränderlichen - im Beispiel P , s und \dot{s} - auf "Normierungswerte", die größer oder mindestens gleich den Maximalwerten sind, die diese Veränderlichen überhaupt annehmen können; diese Normierungswerte seien für das Beispiel mit P_m , s_m und \dot{s}_m bezeichnet. Die gegebenen Gleichungen

$$\frac{ds}{dt} = \int_0^t \left[\frac{1}{m} P(t) - \frac{a}{m} \frac{ds}{dt} - \frac{c}{m} s \right] dt + \dot{s}(0), \text{ und } s = \int_0^t \frac{ds}{dt} dt + s(0)$$

gehen dann über in

$$\left(\frac{ds/dt}{\dot{s}_m} \right) = \int_0^t \left[\frac{P_m}{m \cdot \dot{s}_m} \left(\frac{P}{P_m} \right) - \frac{a \cdot \dot{s}_m}{m \cdot \dot{s}_m} \left(\frac{ds/dt}{\dot{s}_m} \right) - \frac{c \cdot s_m}{m \cdot \dot{s}_m} \left(\frac{s}{s_m} \right) \right] dt + \frac{\dot{s}(0)}{\dot{s}_m}$$

und

$$\left(\frac{s}{s_m} \right) = \int_0^t \frac{\dot{s}_m}{s_m} \left(\frac{ds/dt}{\dot{s}_m} \right) dt + \frac{s(0)}{s_m}$$

und es bleiben stets

$$\left(\frac{P}{P_m} \right); \left(\frac{s}{s_m} \right) \text{ und } \left(\frac{\dot{s}}{\dot{s}_m} \right) \leq 1 \quad (\text{oder "1 ME"}).$$

$\frac{P_m}{m \cdot \dot{s}_m}$; $\frac{a}{m}$; $\frac{c \cdot s_m}{m \cdot \dot{s}_m}$ und $\frac{\dot{s}_m}{s_m}$ sind feste Werte, die an Potentiometern eingestellt werden können.

Die vorhin schon erwähnte "Zeittransformation", also der Ersatz der unabhängigen Variablen - im Beispiel die Zeit t - durch eine neue "Maschinenvariable" geschieht auf folgende Weise:

Man substituiert t durch \bar{t} , wobei beide durch die Beziehung $\bar{t} = \beta \cdot t$ ($0 < \beta < \infty$) verknüpft sind. Die normierte Gleichung geht dann über in

$$\left(\frac{\beta \cdot ds/dt}{\dot{s}_m} \right) = \int_0^{\bar{t}} \left[\frac{P_m}{\beta \cdot m \cdot \dot{s}_m} \left(\frac{P}{P_m} \right) - \frac{a \cdot \dot{s}_m}{\beta \cdot m \cdot \dot{s}_m} \left(\frac{\beta \cdot ds/dt}{\dot{s}_m} \right) - \frac{c \cdot s_m}{\beta \cdot m \cdot \dot{s}_m} \left(\frac{s}{s_m} \right) \right] d\bar{t} + \frac{s(0)}{\dot{s}_m}$$

$$\left(\frac{s}{s_m} \right) = \int_0^{\bar{t}} \frac{\dot{s}_m}{\beta \cdot s_m} \left(\frac{\beta \cdot ds/dt}{\dot{s}_m} \right) d\bar{t} + \frac{s(0)}{s_m}$$

Der Faktor β gibt an, ob eine Zeitdehnung oder -raffung vorgenommen wird.

$0 < \beta < 1$ bedeutet eine Zeitraffung,

$1 < \beta < \infty$ bedeutet eine Zeitdehnung,

d.h., die Lösung läuft am Rechner entsprechend schneller oder langsamer ab als in der Natur.

Selbstverständlich taucht der Faktor $\frac{1}{\beta}$ nur bei der Integration auf als Faktor, der in die Einstellung der Potentiometer eingeht; bei einer Summation kann β nur innerhalb der Variablen erscheinen.

Durch die Zeittransformation kann man stets erreichen, daß die Lösung eines Gleichungssystems in Sekunden bis Minuten auf dem Rechner durchgeführt wird, gleichgültig wie kompliziert das be-

treffende Gleichungssystem ist. Die den Problemvariablen analogen Spannungen werden entweder auf einem Oszillographen dargestellt oder mit einem Schreiber aufgezeichnet. Durch die Normierung und die Festlegung von β kennt man den maßstäblichen Zusammenhang zwischen tatsächlichen Größen und den analogen Spannungen. Die Genauigkeit der Lösung beträgt je nach Art und Umfang des Problems 1 - 5%. Für technische Zwecke reicht das aber meist aus, weil man erstens schon beim Aufstellen der Gleichungen Vernachlässigungen macht und außerdem auch meist die Koeffizienten nur auf einige Prozent genau ermitteln kann, man denke nur z.B. an die Nachbildung einer elektrischen Maschine. Wird trotzdem größere Genauigkeit verlangt, muß der Digitalrechner benutzt werden.

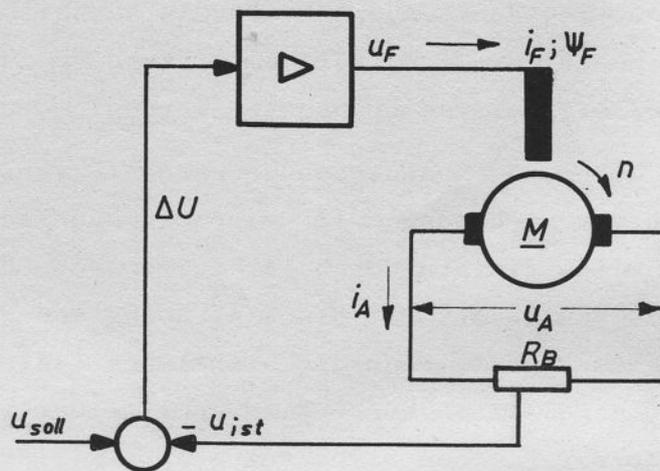
Sehr schnell können am Analogrechner Parametervariationen - z.B. Variation von a , c oder m im Beispiel - vorgenommen werden. Sie werden nämlich einfach durch Verstellen von Potentiometern ausgeführt. Ebenso leicht ist die Einführung von Nichtlinearitäten. Es genügt, wenn die Nichtlinearität in Form einer Kurve gegeben wird. Diese Kurve wird unmittelbar in einem Funktionsgeber durch einen Streckenzug approximiert. Auch Unstetigkeiten, wie z.B. Betätigung von Schützen u.ä. sind leicht nachzubilden, entweder durch Funktionsgeber oder durch Relais.

II. T E I L

1. Die Anwendung des Analogrechners, dargestellt am Beispiel der elektrischen Bremsung eines feldgeregelten Motors.

Als Beispiel für die Darstellung und Untersuchung technischer Anlagen auf dem Analogrechner soll folgendes Problem dienen:

Ein Gleichstrommotor mit Fremderregung befinde sich auf einer bestimmten Anfangsdrehzahl n_0 und soll nun elektrisch abgebremst werden. Die Spannung am Belastungswiderstand soll dabei durch eine Feldregelung konstant gehalten werden.



Die Regelung wird durch folgendes Gleichungssystem beschrieben:

$$(1) \quad u_{ist} = k_1 u_A$$

$$(2) \quad \Delta U = u_{soll} - u_{ist} = u_{soll} - k_1 u_A = u_{soll} - k_1 R_B i_A$$

$$(3) \quad u_F = f(\Delta U), \text{ sei als Meßkurve gegeben.}$$

$$(4) \quad \Psi_F = \int_0^t [u_F - i_F(\Psi_F) R_F] dt$$

$$(5) \quad i_F = f(\Psi_F), \text{ sei als Meßkurve gegeben.}$$

$$(6) \quad E_A = k_2 n \Psi_F$$

$$(7) \quad L_{Kr} \frac{di_A}{dt} + R_{Kr} i_A = E_A \quad \text{oder} \quad i_A = \int_0^t \left[\frac{1}{L_{Kr}} E_A - \frac{R_{Kr}}{L_{Kr}} i_A \right] dt$$

(L_{Kr} = Induktivität im Ankerkreis)

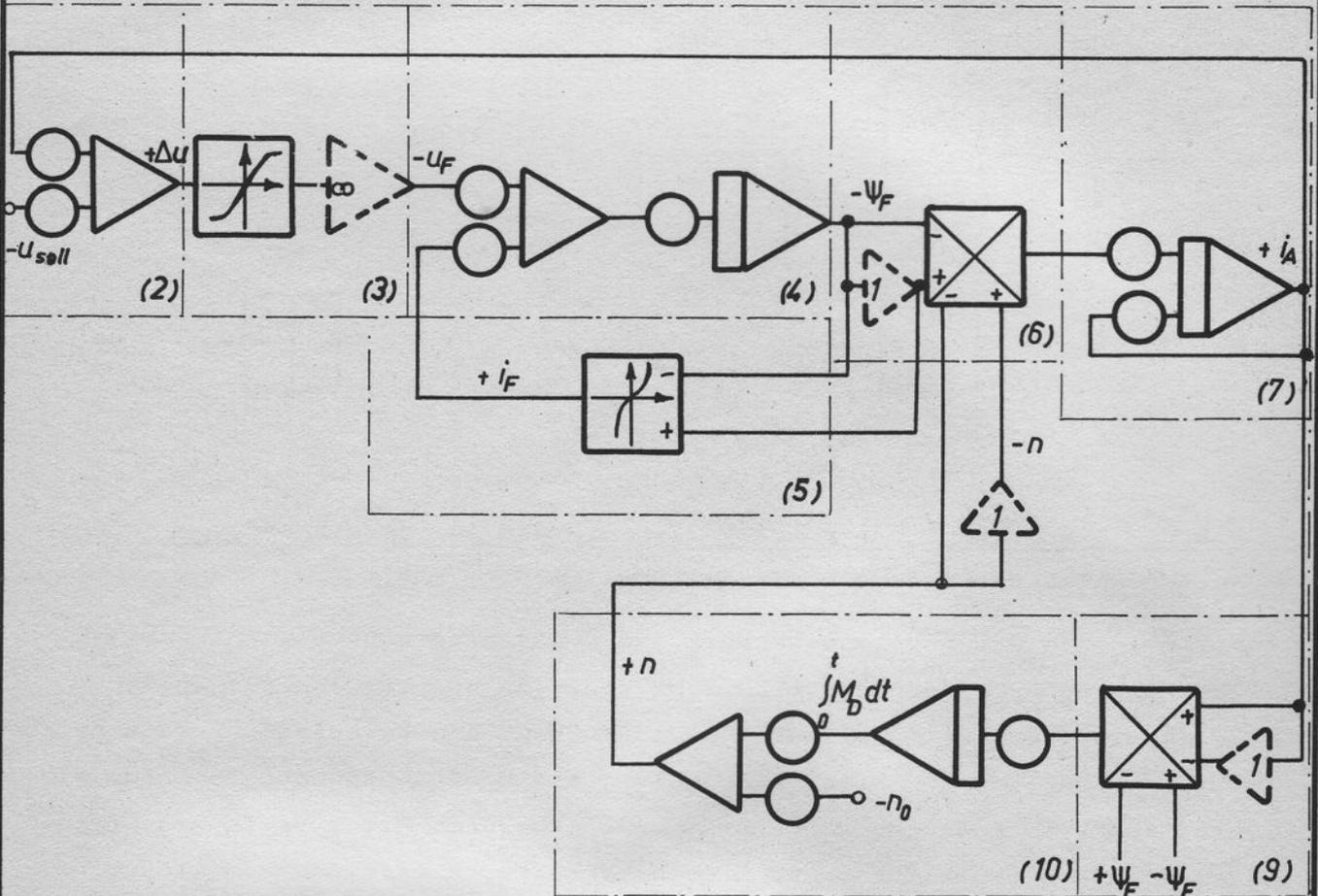
(R_{Kr} = Gesamtwiderstand im Ankerkreis)

$$(8) \quad u_A = i_A R_B$$

$$(9) \quad M_D = k_3 \Psi_F i_A$$

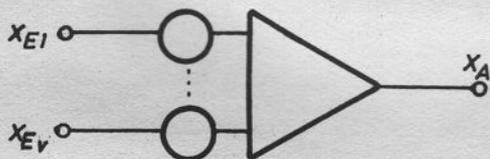
$$(10) \quad n = n_0 - k_4 \int_0^t M_D dt$$

Sieht man einmal davon ab, daß die Gleichungen noch normiert werden müssen - wodurch ja letztlich nur die Koeffizienten verändert werden - dann kann man bereits jetzt die Rechen-schaltung im Prinzip angeben (die strichpunktierten Bezirke geben die Gleichung an, die dort realisiert wurde):

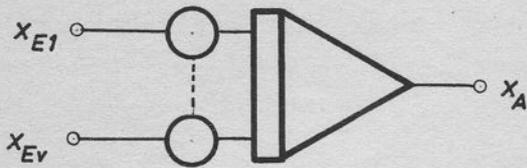


Die gestrichelt eingezeichneten Verstärker sind nur aus technischen Gründen notwendig und sind für das Prinzip der Schaltung unwichtig.

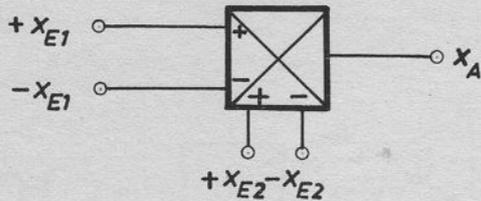
Verwendete Bausteine:



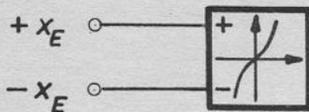
$$x_A = - \sum_V k_v x_{Ev}$$



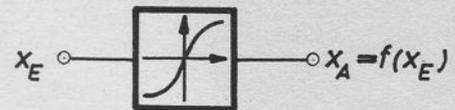
$$x_A = -\int_0^t (\sum k_v x_{Ev}) dt$$



$$x_A = x_{E1} x_{E2}$$



oder



2. Der industrielle Einsatz des Analogrechners, erläutert an verschiedenartigen technischen Problemen.

Vor allem in der Regelungstechnik ist der Analogrechner unentbehrlich zur Untersuchung des Zeitverhaltens einer Anlage bei Änderungen der Sollwerte oder bei Auftreten von Störgrößen. Ein Beispiel für eine solche Untersuchung ist die Spannungsregelung eines Synchrongenerators für ein Kraftwerk. Am Analogrechner wurden nachgebildet, die dynamischen Eigenschaften des Generators, der Erregermaschine, einer vorgeschalteten Amplidyne als Verstärkermaschine sowie einiger Magnetverstärker und elektronischer Verstärker, also der gesamte Regelkreis. Zunächst muß bei Regelungen allgemein der Regler so ausgelegt werden, daß die Anlage stabil ist (nicht zu Schwingungen neigt), und daß ein möglichst aperiodischer Einlauf bei Änderungen der Führungsgröße oder beim Ausregeln von Störgrößen entsteht. Zu diesem Zweck muß der Regler ebenfalls ein Zeitverhalten haben, das am Analogrechner so bestimmt werden soll und kann, daß die obigen Forderungen ^{erfüllt} werden. Nachdem der Regler für die Spannungsregelung mit Hilfe des Rechners ausgelegt war, wurden am Rechner Lastzu- und -abschaltungen nachgebildet und untersucht, welche Spannungseinbrüche - bzw. -spitzen auftraten und in welchen Zeiten diese Störungen ausgeregelt wurden.

Als Beispiel aus der Antriebsregelung werde hier die Untersuchung des Leonard-Antriebes für reversierendes Walzen angeführt. Außer der Bestimmung des Reglers nach den erwähnten Gesichtspunkten war u.a. zu untersuchen, wie sich die enormen Laständerungen beim Walzen, nämlich von Leerlauf bis sprunghafter Nennbelastung und umgekehrt auf die Drehzahl der Antriebsmaschine bzw. die Spannung des Generators auswirken würden, und welche Maßnahmen zu treffen seien, um einen möglichst geringen und nur kurzzeitigen Drehzahleinbruch zu erzielen. Weitere Fragen galten der Auslegung einer Strombegrenzung sowie der Dimensionierung der verschiedenen Hilfsmaschinen.

Der Einsatz des Analogrechners ist jedoch nicht nur auf die Untersuchung elektrischer Anlagen beschränkt. Beispielsweise hat man das dynamische Verhalten von Kernreaktoren und ihrer Regelung nachgebildet und studiert. Hierbei muß u.a. die sogenannte Neutronenkinetik, also der eigentliche Kernspaltungsprozeß nachgebildet werden, sowie die Entstehung des Dampfes, des Dampfdrucks und anderer Größen als Folge der freiwerdenden Spaltungsenergie.

Als Beispiel aus Mechanik und Thermodynamik sei die Nachbildung einer Turbine mit Zwischenüberhitzung genannt. Ein bekanntes Problem der Mechanik ist die Auslegung der Federung eines Autos, die ebenfalls mit Hilfe des Analogrechners geschehen kann.

Ein weiteres interessantes Problem ist die Bestimmung der Bahnkurven von Elementarteilchen unter dem Einfluß von Magnetfeldern im Zyklotron. Diese Liste bereits durchgeführter Untersuchungen ließe sich beliebig fortsetzen.

3. Gegenüberstellung der wesentlichen
Eigenschaften von Digital- und
Analogrechner

<u>Digitalrechner</u>	<u>Analogrechner</u>
ein Rechenwerk, das alle Rechenoperationen nacheinander erledigt	für jede Rechenoperation eigenes Bauelement (Baukasten), gleichzeitiger Betrieb aller Elemente
Rechenzeit vom Umfang des Problems u.U. verlangter Genauigkeit abhängig	Rechenzeit unabhängig von Problem und Genauigkeit
Genauigkeit kann auf Kosten der Rechenzeit erhöht werden	Genauigkeit von Konstruktion der Bauelemente abhängig, kann nicht verändert werden
Variationsbereich für Parameter praktisch unbegrenzt	beschränkter Variationsbereich
Speicherung der Programme möglich	Speicherung nur bei Vorhandensein eines Steckbrettes bedingt möglich
<u>Besonderheiten:</u>	
große Speicherfähigkeit für Zahlen	sehr begrenzte Speicherfähigkeit hinsichtlich Zahl und Güte der Speicher
	eigene Elemente für Integrationen

Folgerung:

1. Der Digitalrechner ist ein universelles Rechengerät zur Lösung von Aufgaben jeglicher Art; vor allem geeignet zur Verarbeitung großer Datenmengen (kaufmännische Rechnungen); Lösung algebraischer und transzendenter Gleichungen; Errechnung von Funktionswerten u.ä.. Da die Rechenschritte nacheinander ausgeführt werden und ein eigenes Element für Integration fehlt, ist er zur Lösung von Differentialgleichungen schlecht geeignet.
2. Der Analogrechner ist vornehmlich zur Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen geeignet, weil er Integratoren besitzt und die Gleichungen direkt, also ohne Auflösen in einzelne Rechenschritte lösen kann. Verarbeitung von Datenmaterial wegen begrenzter Speicherfähigkeit und auch nach dem Aufbau des Rechners nicht möglich.