

Beihefte zur Zeitschrift »Elektronische Rechenanlagen«

WERNER AMMON

Schaltungen der Analogrechentchnik

Mit 172 Bildern

Sammlung von 95 vollständig abgeleiteten
und praktisch erprobten Rechenschaltungen

R. OLDENBOURG · MÜNCHEN · WIEN



W. AMMON · SCHALTUNGEN DER ANALOGRECHENTECHNIK

BAND 9 der Beihefte zur Zeitschrift "Elektronische Rechenanlagen"

Schaltungen der Analogrechenteknik

Sammlung von 95 vollständig abgeleiteten und praktisch
erprobten Rechenschaltungen

Mit 172 Bildern

Von Dipl.-Ing. W. AMMON



R. OLDENBOURG · MÜNCHEN · WIEN 1966

Digitalisiert mit Zustimmung des Verlags. Weitergabe sowie wissenschaftliche und private Nutzung sind frei. Kommerzielle Nutzung, insb. der Verkauf von Digitalisaten und Ausdrucken, ist weiterhin untersagt.

© 1966 R. Oldenbourg, München

Alle Rechte vorbehalten. Ohne ausdrückliche Genehmigung des Verlages ist es auch nicht gestattet, das Buch oder Teile daraus auf photomechanischem Wege (Photokopie, Mikrokopie) zu vervielfältigen.

Inhaltsübersicht

BENUTZTE SYMBOLE	8
A. HINWEISE ZUR BENUTZUNG DES ANALOG-RECHNERS UND DER SCHALTUNGSBLÄTTER	11
B. SCHALTUNGSBLÄTTER	19
Abschn. 1 Allgemein wichtige und teilweise im folgenden benutzte Schaltungen	20
Abschn. 2 Realisierung ausgewählter rationaler Übertragungsfunktionen	22
Abschn. 3 Nachbildung von Totzeiten	28
Abschn. 4 Division, Wurzelziehen, Potenzbildung und mit diesen verknüpfte Rechenoperationen	37
Abschn. 5 Gebrochen rationale Funktionen mit mehreren Variablen	56
Abschn. 6 Bildung trigonometrischer Funktionen und Operationen mit ihnen	65
Abschn. 7 Koordinatentransformationen	72
Abschn. 8 Erzeugung von Sinus- und Cosinusfunktionen mit fester und mit variabler Frequenz	78
Abschn. 9 Nachbildung spezieller Kennlinien, insbesondere solcher mit Hysterese-Eigenschaften	96
Abschn. 10 Erzeugung von Dreieck- und Rechteckfunktionen und Impulsen	104
Abschn. 11 Abtaster und Schalter	108
Abschn. 12 Erzeugung spezieller Kennlinien mit freien Dioden	116
Abschn. 13 Sonstiges	139
C. LITERATURSAMMLUNG	145

Bei der Bearbeitung von Problemen mit Hilfe eines elektronischen Analogrechners sieht sich der Benutzer des Rechners in der Regel vor die Aufgabe gestellt, bestimmte Rechenoperationen oder Funktionen realisieren zu müssen, für die keine eigenen Bauelemente am Rechner zur Verfügung stehen. Er muß in diesem Fall spezielle Schaltungen entwerfen, die diese Operationen nachbilden. Oft können solche Schaltungen nur durch Kunstgriffe zu stabilem und zufriedenstellendem Verhalten gebracht werden. Die Kenntnis solcher Kunstgriffe genügt jedoch nicht allein, vielmehr muß man wissen, welche Genauigkeit eine bestimmte Schaltung erwarten läßt, in welchen Bereichen sie schlecht (z.B. ungenau oder mit unerwünschten Zeitkonstanten) arbeitet, und wie man Normierung und Zeittransformation auszuführen hat. Auch gibt es für ein und dieselbe Rechenoperation möglicherweise verschiedene Nachbildungen mit unterschiedlichen Eigenschaften und Qualitäten.

Die vorhandene Literatur über Analogrechner — so vorzüglich sie teilweise auch ist — befriedigt diese praktischen Erfordernisse nur wenig. Daher entstand aus langjähriger praktischer Arbeit am Analogrechner diese Schaltungssammlung. Für jede Schaltung wurden — was man in der Literatur z.B. nur in Ausnahmefällen findet — die beschreibenden Gleichungen abgeleitet bzw. angegeben sowie Normierung und Zeittransformation durchgeführt. Ferner wurden sie praktisch untersucht und die notwendigen Angaben über Güte, kritische Bereiche und dergleichen hinzugefügt.

Zur praktischen Erprobung wurden vor allem die Bauelemente des Telefunken-Rechners RA 463 sowie Servo-Resolver und Servo-Multiplikatoren von Electronic-Associates benutzt. Dies stellt jedoch keine wesentliche Einschränkung dar, denn die Ableitungen der Gleichungen für die einzelnen Schaltungen und ihre Normierung, sowie die Eigenschaften der Nachbildungen sind allgemeingültig, lediglich die angegebenen prozentualen Fehler können bei anderen Rechnertypen evtl. anders sein.

Diese Sammlung enthält keine Schaltungsanordnungen, mit denen bestimmte Rechnungen am Analogrechner vorgenommen werden (z.B. Erzeugung von Gleitfrequenzen zur automatischen Aufnahme von Resonanzkurven; Anordnungen durch Durchführung von Fourieranalysen oder zur Aufnahme von Ortskurven und dgl.). Solche Dinge hätten nicht in den Rahmen dieses Buches gepaßt und es wird hierzu auf die Literatur verwiesen. Es sei noch bemerkt, daß auch in dieser Sammlung einige Schaltungen in der einen oder anderen Weise variiert werden können, ohne daß dadurch die Eigenschaften der Nachbildungen verändert würden; außerdem können Schaltungsteile gelegentlich miteinander kombiniert werden, um weitere Rechenoperationen auszuführen. Dies gilt insbesondere für die Schaltungen mit Servomultiplikatoren und -Resolvern.

Die vorliegende Sammlung entstand im Rahmen meiner Arbeit in der AEG. Mein Dank gilt daher Herrn Direktor Dr. Krochmann, Herrn Dipl.-Ing. G. Gloede und Herrn Dr. O. Föllinger für die Unterstützung der Arbeit und die Bereitwilligkeit, sie einem breiten Leserkreis zugänglich zu machen. Ganz besonders verpflichtet bin ich

meinem Kollegen, Herrn Dr. Haberstock, der das Manuskript einer sehr sorgfältigen und kritischen Prüfung unterzog und dem ich viele wertvolle Hinweise und Diskussionen verdanke. Frau Kahl besorgte in vorbildlicher Weise das wegen der vielen Formeln nicht eben leichte Schreiben des Manuskriptes.

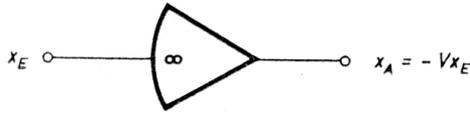
Da dieses Büchlein eine Sammlung vieler voneinander unabhängiger Teile, nämlich der Schaltungen, ist, hängt die Uebersichtlichkeit des Ganzen wesentlich von einer sinnvollen Ordnung und Kennzeichnung der Abschnitte und der darin enthaltenen Schaltungen ab. Der Verlag hat sich sehr um diese Uebersichtlichkeit und ein schönes Druckbild bemüht, und es sei ihm dafür ebenso herzlich gedankt, wie für die rasche Drucklegung und die gute Zusammenarbeit.

München, Juli 1965

W. Ammon

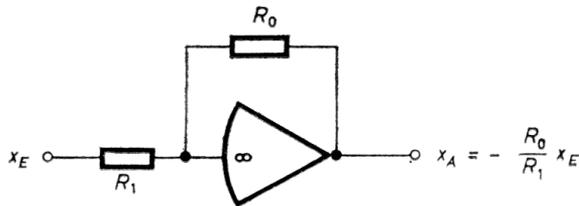
BENUTZTE SYMBOLE

1. Offener Verstärker ohne Eingangswiderstand

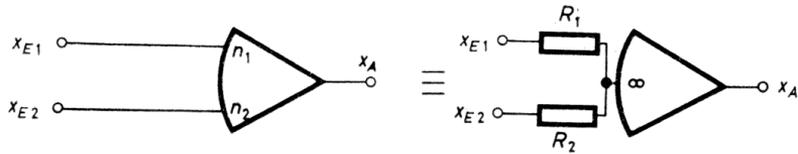


V = Verstärkung des *offenen* Verstärkers
 ∞ bezeichnet den sog. Summenpunkt

2. Rechenverstärker mit Angabe der Beschaltung, beispielsweise



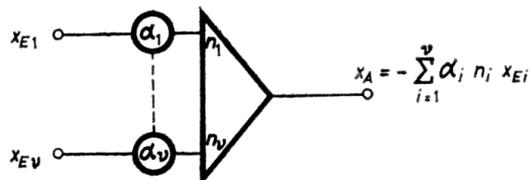
3. Rechenverstärker ohne Rückführung, beispielsweise



$$x_A = -\frac{V}{n_1 + n_2} [n_1 x_{E1} + n_2 x_{E2}]$$

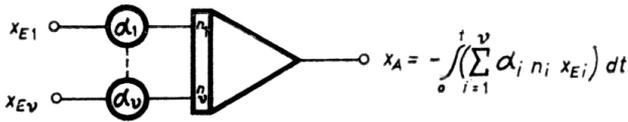
$$= -\frac{V}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \left[\frac{x_{E1}}{R_1} + \frac{x_{E2}}{R_2} \right]$$

4. Summator mit vorgeschalteten Potentiometern

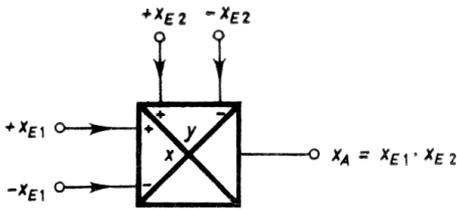


α_i = Stellung der Potentiometer
 n_i = Eingangswertigkeiten des Summators

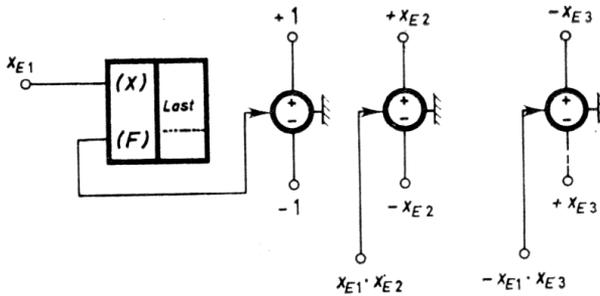
5. Integrator



6. Zwei-Parabel-Multiplikator

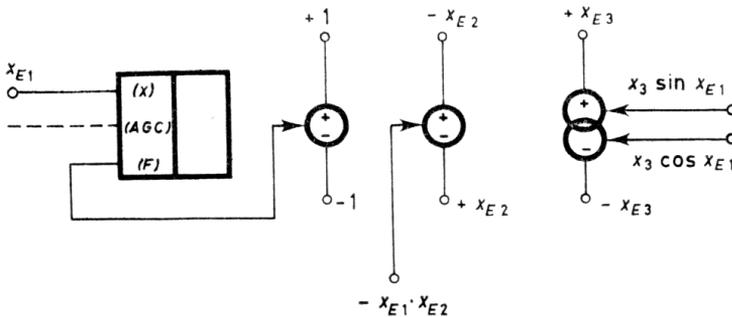


7. Servo-Multiplikator, beispielsweise



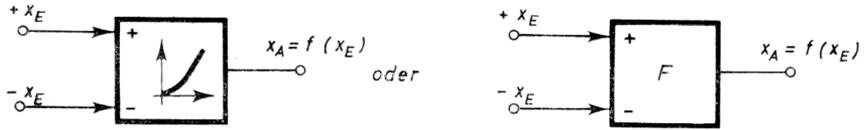
Bez. der Mittelanzapfung beachte man den Hinweis in Teil A

8. Servo-Resolver, beispielsweise



AGC = Automatic Gain Control (je größer AGC – Spannung, desto geringer die Verstärkung. AGC wird benutzt bei Divisionsschaltungen, Koordinatentransformationen u.a.)

9. Funktionsgeber mit Diodenstrecken



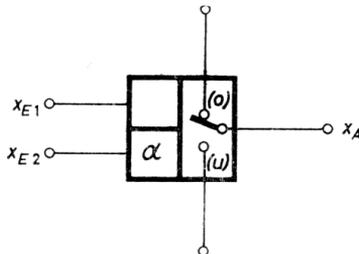
10. Spezieller Funktionsgeber mit Diodenstrecken, beispielsweise



$x_A = -4x_E$ im linearen Bereich;
Begrenzung bei $x_A = \pm \delta$

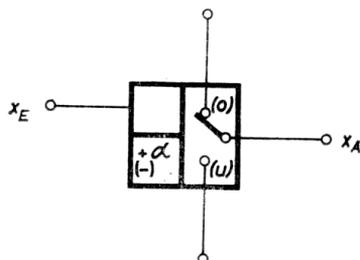
11. Relais (Komparator)

a) Vergleich zwischen x_{E1} und x_{E2}



Der Kontakt liegt auf (o), solange $x_{E1} < \alpha x_{E2}$ ist. (α wird an einem eingebauten Potentiometer eingestellt und ist kleiner als Eins.)

b) Vergleich zwischen x_{E1} und fester Spannung



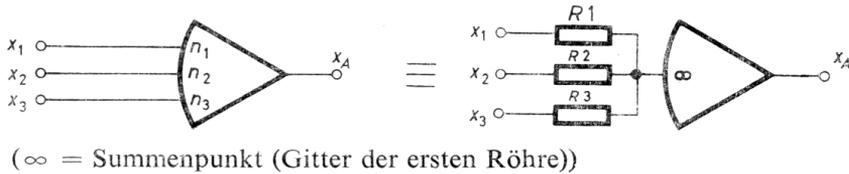
Der Kontakt liegt auf (o), solange $x_E < (\frac{+}{-})\alpha$ ist.

A. HINWEISE ZUR BENUTZUNG DES ANALOGRECHNERS UND DER SCHALTUNGSBLÄTTER

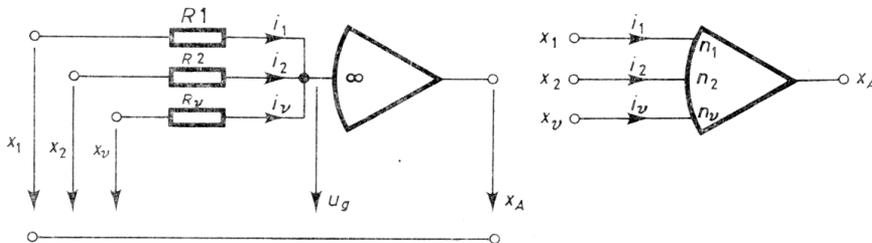
Aufbau und Wirkungsweise der üblichen Bauelemente werden als bekannt vorausgesetzt. Da in den folgenden Schaltungsblättern häufig offene Verstärker und Servomultiplikatoren und -Resolver benutzt werden, ist hierzu eine kurze Erläuterung zweckmäßig. Außerdem muß das hier benutzte Verfahren für Normierung und Zeittransformation erläutert werden.

Offener Verstärker

Als offener Verstärker wird ein Rechenverstärker ohne Rückkopplung bezeichnet:



Die Übertragungsfunktion des offenen Verstärkers wird wie folgt abgeleitet:



$$i_1 = \frac{x_1 - u_g}{R_1} \tag{1}$$

$$i_2 = \frac{x_2 - u_g}{R_2} \tag{2}$$

$$i_v = \frac{x_v - u_g}{R_v} \tag{3}$$

$$i_1 + i_2 + \dots + i_v = 0 \tag{4}$$

$$x_A = -Vu_g \tag{5} \quad (V = \text{Verstärkung des offenen Verstärkers}).$$

Gleichungen (1) bis (3) in (4) eingesetzt, ergibt

$$\frac{x_1}{R_1} + \frac{x_2}{R_2} + \dots + \frac{x_v}{R_v} = u_g \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_v} \right],$$

und mit (5) folgt

$$x_A = - \frac{V}{\sum_{i=1}^{\nu} \left(\frac{1}{R_i} \right)} \sum_{i=1}^{\nu} \left(\frac{x_i}{R_i} \right). \quad (6)$$

Die R_i und n_i stehen in einer Beziehung $R_i = \frac{k}{n_i}$, wobei k ein fester Faktor ist; daher kann man für (6) auch schreiben

$$x_A = - \frac{V}{\sum_{i=1}^{\nu} n_i} \sum_{i=1}^{\nu} n_i x_i. \quad (6a)$$

Wenn V genügend groß ist, kann man sagen, daß

$$\sum_{i=1}^{\nu} n_i x_i = 0 \quad (7)$$

sein muß. Speziell bezogen auf nur zwei Eingänge gilt

$$-n_1 x_1 = n_2 x_2. \quad (8)$$

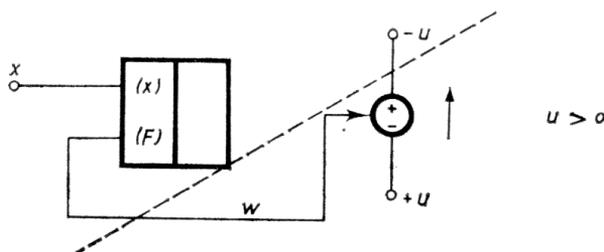
Da immer eine der Größen x_1 oder x_2 in irgendeiner Form aus der Ausgangsgröße x_A gewonnen wird, wird mit Hilfe des offenen Verstärkers also praktisch ein automatischer Abgleich zwischen x_1 und x_2 hergestellt.

Bei der Benutzung offener Verstärker besteht die Gefahr, daß infolge des unvollkommenen Frequenzganges der Bauelemente hochfrequente *Schwingungen* auftreten. Um solche Schwingungen zu unterbinden, wird daher meist eine kleine Kapazität (Größenordnung 20 bis 100 Picofarad) über den offenen Verstärker geschaltet (sog. »*Beruhigungskapazität*«).

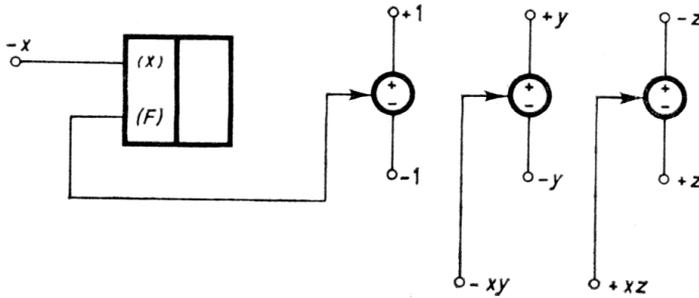
Servomultiplikatoren und Servoresolver

Bei der Benutzung von Servomultiplikatoren und -Resolvieren sind folgende Hinweise nützlich:

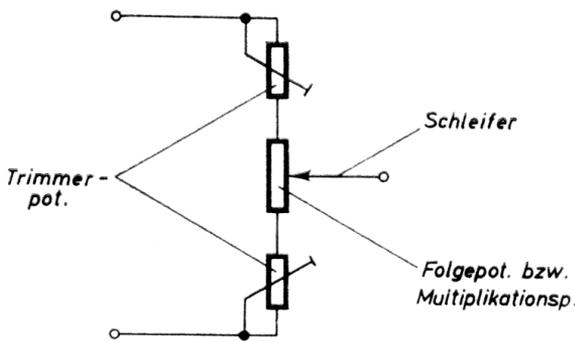
1. Wenn die Rückführspannung vom Folgepotentiometer bezogen wird, ist darauf zu achten, daß der Servo einen stabilen Abgleich finden kann, d.h. am Folgepotentiometer muß stets positive Spannung am positiven Ende und negative Spannung am negativen Ende liegen. Die Schaltung



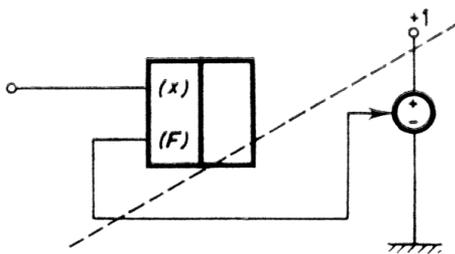
ist nicht möglich, weil bei z.B. positiver Spannungsdifferenz $\Delta = (x - w)$ der Schleifer in Pfeilrichtung bewegt wird, wodurch aber eine Vergrößerung statt Verringerung von Δ bewirkt wird. Dagegen ist es z.B. möglich, bei richtiger Polung des Folgepotentiometers auf (x) die negative Eingangsgröße zu schalten, deren Vorzeichen sich dann bei der Produktbildung auswirkt:



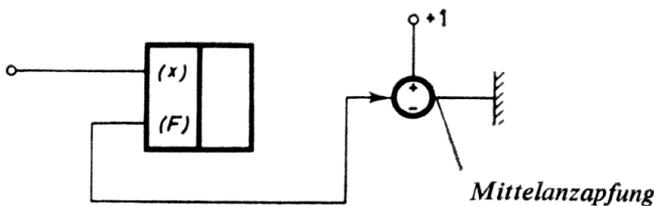
2. Bei Servo-Resolvem besitzen die linearen Potentiometer u.U. Trimmerpotentiometer in folgender Schaltung



Wegen der Trimmerpotentiometer ist deshalb bei Resolvem folgende bei *Servomultiplikatoren* mögliche Schaltung nicht ausführbar:

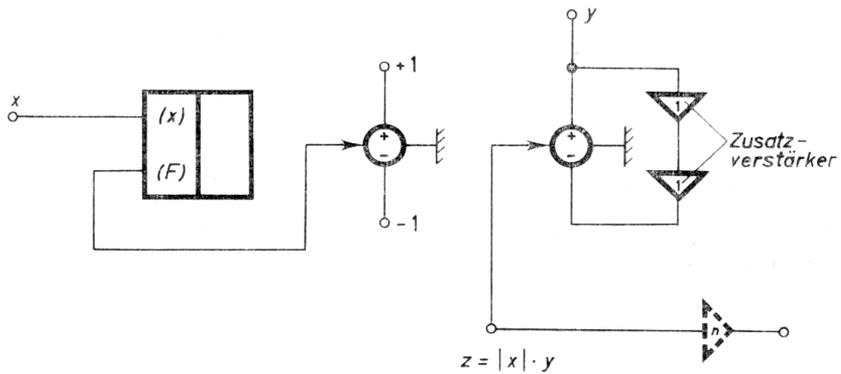


Die Schaltung müßte für Resolver wie folgt abgeändert werden:

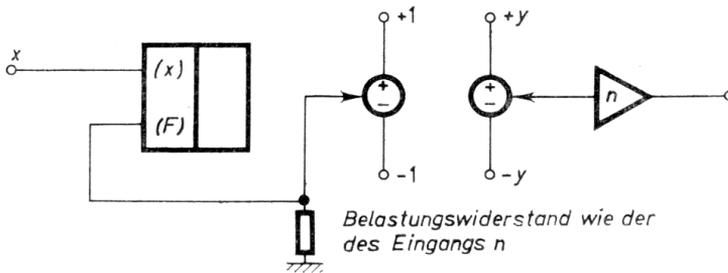


Wo in den Schaltungen des folgenden Teiles B anstelle von Servomultiplikatoren Servoresolver benutzt werden sollen, ist dieser Hinweis zu beachten.

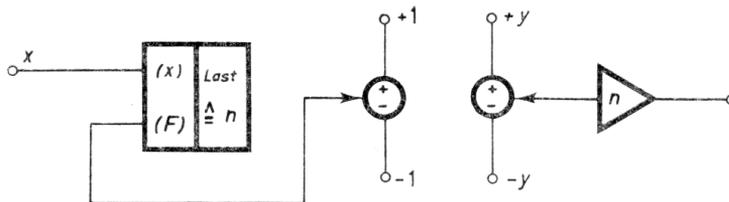
3. Die Potentiometer der Servos sind u.U. relativ niederohmig (z.B. nur 30 kΩ für den *gesamten* Umfang, d.h. der speisende Verstärker wird mit 15 kΩ belastet). Daher kann ein Verstärker u.U. nur mit einem Servopotentiometer belastet werden. Bei einigen Schaltungen sind aus diesem Grund zusätzliche Trennverstärker erforderlich, z.B.



4. Wenn der Schleifer eines Multiplikationspotentiometers durch den Eingang eines nachfolgenden Verstärkers belastet wird (wie z.B. in der obigen Schaltung durch den gestrichelten Verstärker), so entsteht durch die Belastung ein gewisser Rechenfehler. Dieser kann aufgehoben werden, wenn das Folgepotentiometer mit einem gleichen Belastungswiderstand belastet wird.



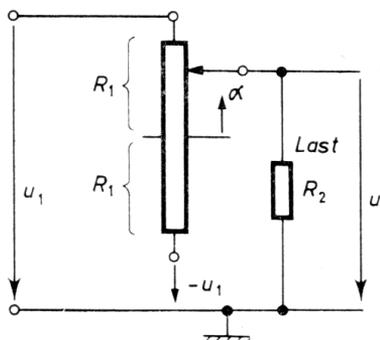
Symbolik:



Die Sinus/Cosinus-Potentiometer bei Resolvern sind meist schon für die Belastung durch einen Eingang »1« abgeglichen; man braucht also bei Benutzung dieser Potentiometer keine Last am Folgepotentiometer anzubringen.

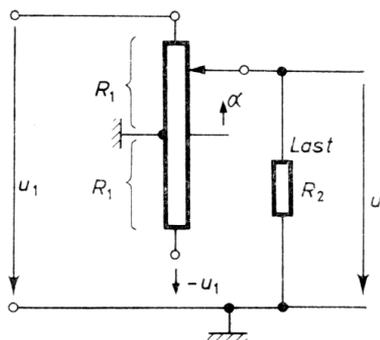
5. Wenn die Mittelanzapfung eines oder mehrerer Potentiometer an Erde gelegt werden soll, ist folgendes zu beachten:

Die abgegriffene Spannung eines belasteten aber nicht geerdeten Potentiometers ist



$$u = u_1 \frac{\alpha R_2}{R_2 + R_1 \frac{1 - \alpha^2}{2}}$$

an einem ebenso belasteten aber geerdeten Potentiometer dagegen



$$u = u_1 \frac{\alpha R_2}{R_2 + R_1 \alpha (1 - \alpha)}$$

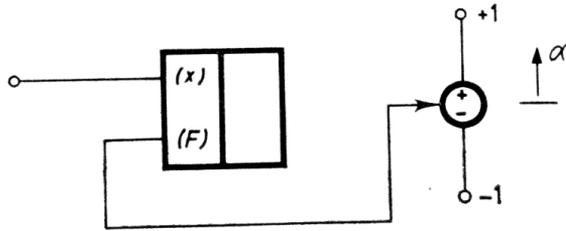
Wegen der offensichtlichen Differenz gilt die Regel, daß entweder keine oder alle Mittelanzapfungen einschließlich der des Folgepotentiometers geerdet werden sollen.

6. Bei Resolvern ist u.U. eine automatische Verstärkungsregelung (*AGC* = automatic gain control) vorgesehen. *AGC* wird nur bei einigen wenigen Schaltungen benutzt. Die Verstärkung des Servoverstärkers ist dann umgekehrt proportional zur *AGC*-Spannung. Es ist darauf zu achten, daß die *AGC*-Spannung stets positiv ist. Bei Benutzung von *AGC* müssen Verstärkung und Dämpfung neu eingestellt werden.
7. Bei den zur Untersuchung der Schaltungen des Abschnittes 2 benutzten Resolvern entsprechen

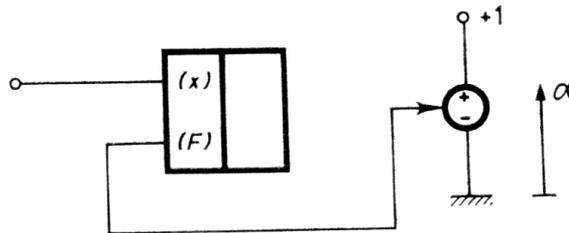
$$100V \cong 200^\circ$$

Aus dieser Äquivalenz stammen die für manche Schaltungen notwendigen Normierungswerte 200° bzw. $1,11\pi$.

8. Zur Ableitung der Gleichungen wird mitunter die Schleiferstellung α der Servopotentiometer benötigt. Hierbei wird α stets vom elektrischen Nullpunkt des Folgepotentiometers gerechnet, also entweder



oder



Bei den Schaltungsblättern, die Multiplikatoren enthalten, können — wo nicht ausdrücklich ausgeschlossen — Servo-Multiplikatoren gegen Zwei-Parabel-Multiplikatoren ausgetauscht werden und umgekehrt. Die Fehler sind von der verwendeten Art abhängig und unter »Bemerkungen« in den Schaltungsblättern angegeben. Time-Division-Multiplikatoren blieben unberücksichtigt.

Normierung und Zeittransformation:

Da aus der Literatur verschiedene Verfahren für Normierung und Zeittransformation von Gleichungen bekannt sind, werden die hier benutzten kurz angegeben.

Gegeben sei die Gleichung

$$a_2 \ddot{x}_A + a_1 \dot{x}_A + a_0 x_A + c = b x_E. \quad (9)$$

Es wird nach der höchsten Ableitung aufgelöst und integriert:

$$\dot{x}_A = \int_0^t \left[\frac{b}{a_2} x_E - \frac{a_1}{a_2} \dot{x}_A - \frac{a_0}{a_2} x_A - \frac{c}{a_2} \right] dt + \dot{x}_A(0), \quad (10)$$

$$x_A = \int_0^t \dot{x}_A dt + x_A(0). \quad (11)$$

Es werden für jede Variable *Normierungswerte* eingeführt, die so beschaffen sind, daß sie größer oder mindestens gleich dem Maximalwert sind, den die Variable dem Betrag nach im Verlauf der Rechnung annehmen kann; also z.B.

$$\left| \left(\frac{\dot{x}_A}{\dot{x}_{Am}} \right) \right| \leq 1 \quad (\dot{x}_{Am} = \text{Normierungswert für } \dot{x}_A).$$

Die Normierungswerte werden allgemein mit dem *Index m* (gelegentlich auch »max«) gekennzeichnet, in Anlehnung an Maximum.

Die Normierungswerte werden so in die Gleichungen eingeführt, daß nur noch *bezogene Größen* in den Gleichungen stehen. Auf diese Weise geht Gleichung (10) über in

$$\left(\frac{\dot{x}_A}{\dot{x}_{Am}}\right) = \left(\frac{dx_A}{dt}\right) = \int_0^t \left[\frac{bx_{Em}}{a_2 \dot{x}_{Am}} \left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) - \frac{a_1}{a_2} \left(\frac{\dot{x}_A}{\dot{x}_{Am}}\right) - \frac{a_0 x_{Am}}{a_2 \dot{x}_{Am}} \left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) - \frac{c}{a_2 \dot{x}_{Am}} \right] dt + \frac{\dot{x}_A(0)}{\dot{x}_{Am}}, \quad (12)$$

und Gleichung (11) in

$$\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) = \int_0^t \frac{\dot{x}_{Am}}{x_{Am}} \left(\frac{\dot{x}_A}{\dot{x}_{Am}}\right) dt + \frac{x_A(0)}{x_{Am}}. \quad (13)$$

Hierin sind die in Klammern gesetzten Größen die neuen (bezogenen) Variablen.

Für die *Zeittransformation* wird die Echtzeit t ersetzt durch die *Maschinenzeit* \bar{t} mit dem Zusammenhang

$$\bar{t} = \beta \cdot t \quad \text{oder} \quad t = \frac{\bar{t}}{\beta},$$

$$d\bar{t} = \beta dt \quad \text{oder} \quad dt = \frac{d\bar{t}}{\beta}.$$

Führt man diese Beziehungen in die Gleichungen (12) und (13) ein, so erhält man

$$\left(\beta \frac{dx_A}{d\bar{t}}\right) = \int_0^{\bar{t}} \left[\frac{bx_{Em}}{\beta a_2 \dot{x}_{Am}} \left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) - \frac{a_1}{\beta a_2} \left(\beta \frac{dx_A}{d\bar{t}}\right) - \frac{a_0 x_{Am}}{\beta a_2 \dot{x}_{Am}} \left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) - \frac{c}{\beta a_2 \dot{x}_{Am}} \right] d\bar{t} + \frac{\dot{x}_A(0)}{\dot{x}_{Am}}, \quad (14)$$

und

$$\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) = \int_0^{\bar{t}} \frac{\dot{x}_{Am}}{\beta x_{Am}} \left(\beta \frac{dx_A}{d\bar{t}}\right) d\bar{t} + \frac{x_A(0)}{x_{Am}}. \quad (15)$$

Bei einigen Schaltungen ist zur Errechnung notwendiger Normierungswerte der Minimalwert einer Größe erforderlich. Hierbei wird unter Minimalwert der dem *Betrag* nach kleinste Wert verstanden, den die Größe annehmen kann.

Beispiele: Wenn y zwischen $+2$ und $+20$ schwankt, ist

$$y_{\max} = 20,$$

$$y_{\min} = 2.$$

Wenn y zwischen -20 und $+2$ schwankt, ist ebenfalls

$$y_{\max} = 20,$$

$$y_{\min} = 2.$$

Einige wichtige Daten des benutzten Rechners

Rechenverstärker:

Verstärkung des offenen Verstärkers:	$2 \cdot 10^4$
Stat. Rechenfehler:	kleiner 0,5%
Eingangswiderstände:	1 M Ω bei Eingang „1“ 250 K Ω bei Eingang „4“ 100 K Ω bei Eingang „10“

Zweiparabel-Multiplikator:

Stat. Rechenfehler,

Nullpunktsfehler:	kleiner 0,4%
Produktfehler:	kleiner 0,4%

Eingangswiderstand von Aussteuerung abhängig, im ungünstigsten Fall 33 K Ω

Servomultiplikator:

Stat. Fehler des Nachlaufsystems bzw. Linearität des

Folgepotentiometers:	0,1%
Stat. Fehler der Potentiometer:	0,1%

Totaler Widerstand der Potentiometer (zwischen Plus- und Minusende bei *offener* Mittelanzapfung): 30 K Ω

Servoresolver:

Stat. Fehler des Nachlaufsystems, bzw. Linearität des

Folgepotentiometers:	0,1%
Stat. Fehler der Multiplikator-Potentiom.:	0,1%
Stat. Fehler der sin/cos-Potentiometer:	0,5%
Totaler Widerstand der Multiplikator-Potentiometer:	30 K Ω
Widerstand der sin/cos-Potentiometer:	20 K Ω pro Quadrant

Funktionsgeber:

Eingangswiderstand von Aussteuerung abhängig, im ungünstigsten Fall 45 K Ω .

Potentiometer: 50 K Ω

Die Belastbarkeit der Rechenverstärker, Multiplikatoren und Funktionsgeber ist

10 mA bei 100 V Ausgangsspannung

Referenzspannung: 100 V

B. SCHALTUNGSBLÄTTER

Die Sammlung von Schaltungen auf den folgenden Seiten ist geordnet nach Abschnitten gemäß Inhaltsverzeichnis.

Ein neuer Abschnitt beginnt mit der fett gedruckten Kennzeichnung »**ABSCHNITT** ... « am Kopf einer Seite.

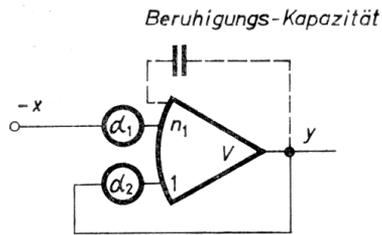
Jeder Abschnitt wiederum umfaßt mehrere Schaltungen, die jeweils mit der Ueberschrift »SCHALTUNG...« beginnen. Gehören zu einer Schaltung mehrere Seiten, so sind diese durch den Kleindruck auf den Seitenköpfen mit den zugehörigen Abschnitts- und Schaltungsnummern gekennzeichnet.

Die angegebenen Fehler sind stets relative Fehler, nämlich bezogen auf den jeweiligen Sollwert, den die betrachtete Größe gerade haben soll.

ABSCHNITT 1

SCHALTUNG 1. Verstärker mit hohen Gewichtungsfaktoren

In manchen Fällen kommt es vor, dass die vorhandenen Gewichtungsfaktoren n_v zu klein sind, um einen Faktor einstellen zu können. Bei Summatoren ist der höchste Wert n normalerweise 10. Bei Integratoren ist der höchste n -Wert meist 100; hier kann man sich helfen, in dem man einen anderen Integrationskondensator benutzt. Müssen bei Summatoren größere Werte als die genannten realisiert werden, verwendet man folgende Anordnung:

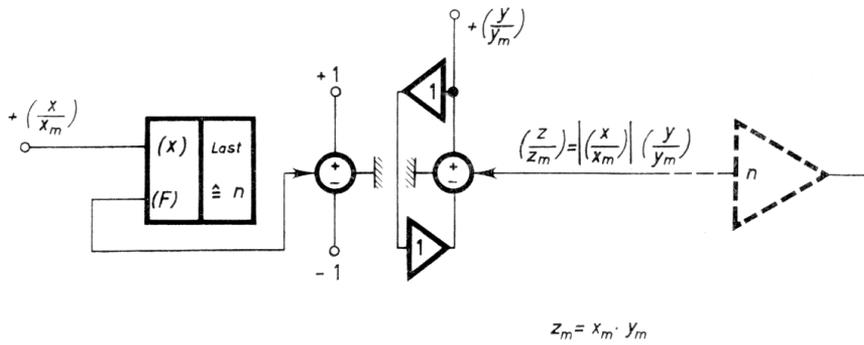


$$y \approx \frac{\alpha_1 n_1}{\alpha_2} x = \frac{\alpha_1 R_1}{\alpha_2 R_2} x$$

Ausgang eines offenen Verstärkers über Potentiometer rückführen.

Für Werte $\alpha_2 < 1$ können höhere Gewichtungsfaktoren als normalerweise vorhanden eingestellt werden. Kleine Beruhigungskapazität (einige pF) evtl. erforderlich.

SCHALTUNG 2. Betragbildung mit einem Servomultiplikator: $z = |x| \cdot y$

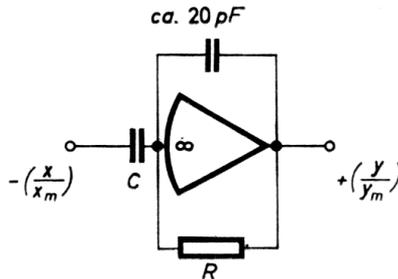


Bemerkungen

Bei $x \approx 0$ aber $y \neq 0$ geht der Justierfehler der Mittelanzapfung ($\frac{1}{11111}$) verstärkt ein.
Fehler bei $\left(\frac{x}{x_m}\right) > 0,05$ normal kleiner als 0,5 bis 1%.

ABSCHNITT 2

SCHALTUNG 1. Differentiation $y = \frac{dx}{dt}$



Ableitung mit Normierung

Es ist

$$\left(\frac{y}{y_m}\right) = \frac{x_m}{y_m} \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{x}{x_m}\right).$$

Zeittransformation

Die neue Zeit \bar{t} ist $\bar{t} = \beta t$

$$d\bar{t} = \beta dt.$$

Hiermit wird

$$\left(\frac{y}{y_m}\right) = \frac{x_m}{y_m} \beta \frac{d}{d\bar{t}} \left(\frac{x}{x_m}\right).$$

Die Schaltung bildet

$$\left(\frac{y}{y_m}\right) = CR \frac{d}{d\bar{t}} \left(\frac{x}{x_m}\right), \quad (\text{für den Rechner ist immer } \bar{t} \text{ die unabhängige Variable!})$$

folglich ist $CR = \frac{x_m}{y_m} \beta$.

Bemerkungen

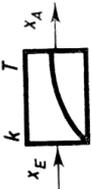
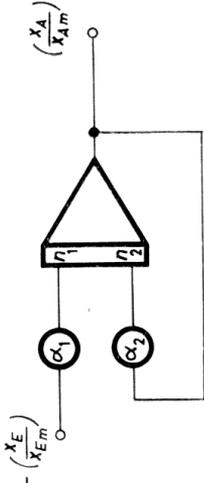
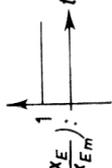
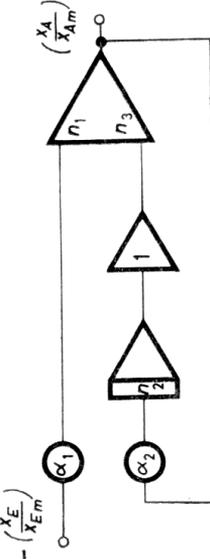
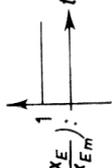
Wenn die Störwelligkeit zu groß ist, kann man Verbesserungen erzielen, indem man parallel zu R einen kleinen Kondensator oder in Reihe zu C einen kleinen Widerstand schaltet.

Angenäherte Differentiation ergibt die Schaltung nach Abschnitt 2, Schaltung 2: VD-Glied mit sehr kleinem T .

Ein Differenzierglied kann nicht benutzt werden, wenn x aus einem Multiplikator stammt, weil dann ein sehr hoher *Störpegel* zu erwarten ist. Dieser Störpegel wird durch folgende Dinge verursacht:

- a) bei Zwei-Parabel-Multiplikatoren durch Hf-Verschleifung,
- b) bei mech. Multiplikatoren durch Windungssprünge und Kontakt-Unsauberkeiten,
- c) bei Time-Division Multiplikatoren durch die nicht vollständig unterdrückten Oberwellen.

SCHALTUNG 2. Realisierung ausgewählter rationaler Übertragungsfunktionen

Strukturbildsymbol	Koppelplan	Notwendige Normierung der Ausgangsgrösse bei folgenden Eingangsfunktionen
 $G(p) = \frac{k}{1 + pT}$	 $\alpha_1 n_1 = \frac{k \cdot x_{Em}}{\beta T x_{Am}}; \quad \alpha_2 n_2 = \frac{1}{\beta T}$	 $x_{Am} = k x_{Em}$
 $G(p) = \frac{pkT}{1 + pT}$	 $\alpha_1 n_1 = k \frac{x_{Em}}{x_{Am}}; \quad \alpha_2 n_2 n_3 = \frac{1}{\beta T}$	 $x_{Am} = 2k x_{Em}$

Strukturbildsymbol	Koppelplan	Notwendige Normierung der Ausgangsgrösse bei folgenden Eingangsfunktionen
<p>bei $T_1 < T_2$:</p> <p>bei $T_1 > T_2$:</p> <p>$G(p) = k \frac{1 + pT_1}{1 + pT_2}$</p>	<p>Koppelplan</p> <p>$\alpha_1 n_1 = k \frac{T_1}{T_2} \frac{x_{Em}}{x_{Am}}$; $\alpha_3 n_3 = \frac{x_{Am}}{\beta T_2 x_{A1m}}$</p> <p>$\alpha_2 n_2 = \beta T_2 \frac{x_{Em}}{x_{A1m}}$; $n_4 = \frac{x_{A1m}}{x_{Am}}$</p>	<p>$\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) : t$</p> <p>$x_{Am} = k x_{Em}$</p> <p>$x_{Am} = k \left(2 \frac{T_1}{T_2} - 1\right) x_{Em}$</p>
<p>$G(p) = \frac{k}{1 + p2dT}$</p>	<p>$\alpha_1 n_1 = \frac{k x_{Em}}{T^2 \dot{x}_{Am} \beta}$; $\alpha_3 n_3 = \frac{2d}{T \beta}$</p> <p>$\alpha_2 n_2 = \frac{x_{Am}}{T^2 \dot{x}_{Am} \beta}$; $\alpha_4 n_4 = \frac{\dot{x}_{Am}}{x_{Am} \beta}$</p>	<p>$x_{Am} = 2k x_{Em}$</p> <p>$\dot{x}_{Am} = \frac{k}{T} x_{Em}$</p>

SCHALTUNG 3. Allgemeine Nachbildung einer linearen Differentialgleichung

Gegeben sei beispielsweise die Gleichung

$$a_3 \ddot{x}_A + a_2 \dot{x}_A + a_1 x_A + a_0 x_A + c = b_3 \ddot{x}_E + b_2 \dot{x}_E + b_1 x_E + b_0 x_E$$

mit beliebigem $x_E(t)$.

Es wird vorausgesetzt, daß $x_A(t = -0)$, $\dot{x}_A(t = -0) \dots$, $\ddot{x}_A(t = -0) = 0$ seien, das System also vor Auftreten der Störfunktion $x_E(t)$ keine Werte gespeichert hat. Die eigentlichen Anfangsbedingungen $x_A(t = +0)$; $\dot{x}_A(t = +0)$ und $\ddot{x}_A(t = +0)$ folgen automatisch aus der Funktion $x_E(t)$ bei $t = +0$ und brauchen nicht gesondert berücksichtigt zu werden.

Zur Erläuterung und für den Fall, daß $x_A(t = -0)$; $x_A^{(v)}(t = -0) \neq 0$ sind, wird auf die Literatur [13] verwiesen.

Umformung:

$$\begin{aligned} x_A = & \frac{b_3}{a_3} x_E + \int_0^t \left[\frac{b_2}{a_3} x_E - \frac{a_2}{a_3} x_A \right] dt + \int_0^t \int_0^t \left[\frac{b_1}{a_3} x_E - \frac{a_1}{a_3} x_A \right] dt dt + \\ & + \int_0^t \int_0^t \int_0^t \left[\frac{b_0}{a_3} x_E - \frac{a_0}{a_3} x_A - \frac{c}{a_3} \right] dt dt dt \end{aligned}$$

oder

$$\begin{aligned} x_A = & \frac{b_3}{a_3} x_E + \int_0^t \left\{ \frac{b_2}{a_3} x_E - \frac{a_2}{a_3} x_A + \int_0^t \left[\frac{b_1}{a_3} x_E - \frac{a_1}{a_3} x_A + \right. \right. \\ & \left. \left. + \int_0^t \left(\frac{b_0}{a_3} x_E - \frac{a_0}{a_3} x_A - \frac{c}{a_3} \right) dt \right] dt \right\} dt. \end{aligned}$$

Normierung und Zeittransformation:

$$\begin{pmatrix} x_A \\ x_{Am} \end{pmatrix} = \frac{b_3}{a_3} \frac{x_{Em}}{x_{Am}} \begin{pmatrix} x_E \\ x_{Em} \end{pmatrix} + \frac{u_m}{x_{Am}} \begin{pmatrix} u \\ u_m \end{pmatrix},$$

mit

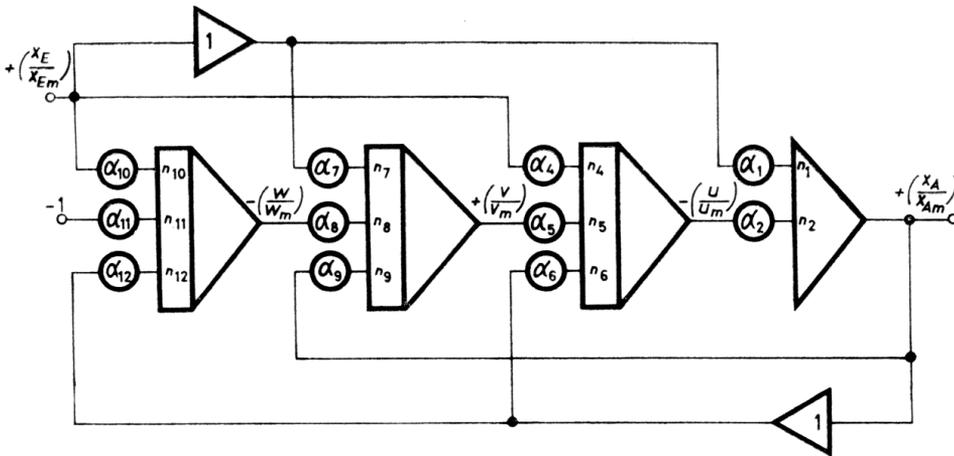
$$\begin{pmatrix} u \\ u_m \end{pmatrix} = \int_0^{\bar{t}} \left\{ \frac{b_2 x_{Em}}{a_3 \beta \cdot u_m} \begin{pmatrix} x_E \\ x_{Em} \end{pmatrix} - \frac{a_2 x_{Am}}{a_3 \beta u_m} \begin{pmatrix} x_A \\ x_{Am} \end{pmatrix} + \frac{v_m}{\beta u_m} \begin{pmatrix} v \\ v_m \end{pmatrix} \right\} d\bar{t},$$

mit

$$\left(\frac{v}{v_m}\right) = \int_0^{\bar{t}} \left[\frac{b_1 x_{Em}}{a_3 \beta \cdot v_m} \left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) - \frac{a_1 x_{Am}}{a_3 \beta v_m} \left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) + \frac{w_m}{\beta v_m} \left(\frac{w}{w_m}\right) \right] d\bar{t},$$

mit

$$\left(\frac{w}{w_m}\right) = \int_0^{\bar{t}} \left(\frac{b_0 x_{Em}}{a_3 \beta \cdot w_m} \left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) - \frac{a_0 x_{Am}}{a_3 \beta w_m} \left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) - \frac{c}{a_3 \beta w_m} \right) d\bar{t}.$$



$$\begin{aligned} \alpha_1 n_1 &= \frac{b_3 \cdot x_{Em}}{a_3 \cdot x_{Am}}; & \alpha_5 n_5 &= \frac{v_m}{\beta u_m}; & \alpha_9 n_9 &= \frac{a_1 x_{Am}}{a_3 \beta v_m}; \\ \alpha_2 n_2 &= \frac{u_m}{x_{Am}}; & \alpha_6 n_6 &= \frac{a_2 x_{Am}}{a_3 \beta u_m}; & \alpha_{10} n_{10} &= \frac{b_0 x_{Em}}{a_3 \beta w_m}; \\ & & \alpha_7 n_7 &= \frac{b_1 x_{Em}}{a_3 \beta v_m}; & \alpha_{11} n_{11} &= \frac{c}{a_3 \beta w_m}; \\ \alpha_4 n_4 &= \frac{b_2 x_{Em}}{a_3 \beta u_m}; & \alpha_8 n_8 &= \frac{w_m}{\beta v_m}; & \alpha_{12} n_{12} &= \frac{a_0 x_{Am}}{a_3 \beta w_m}. \end{aligned}$$

Nach dem gleichen Schema lassen sich beliebige andere lineare Differentialgleichungen aufbauen und normieren.

ABSCHNITT 3

Nachbildung von Totzeiten, allgemeines

Die folgenden Schaltungen zeigen Näherungen für die exakte Totzeit

$$x_A = x_E(t - T_t). \quad (1)$$

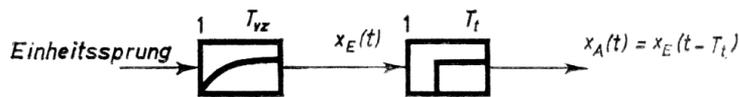
Die Güte der Näherung hängt ab von der verwendeten Schaltung und der Art der Eingangsfunktion x_E . Bei den hier angegebenen Näherungen wächst die Güte mit der Zahl der in der Schaltung verwendeten Integratoren, man ersieht das aus den in der Normierungstabelle angegebenen Überschwingwerten.

Die Normierungswerte sind bei gegebener Totzeit abhängig von der Art der Eingangsfunktion, genauer gesagt ihrer maximalen Steilheit.

Die angegebenen Normierungswerte gelten für den Fall, daß als Eingangsfunktion x_E für die Totzeit die Funktion

$$x_E = 1 - e^{-\frac{t}{T_{vz}}} \quad (2)$$

angelegt wird, im Strukturbild also folgende Darstellung

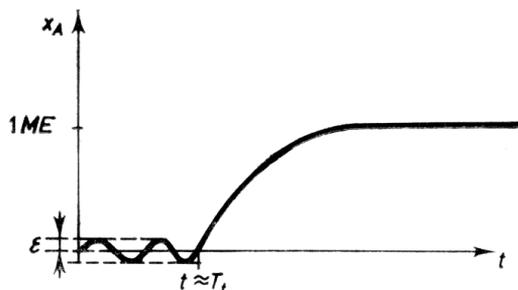


Das Verhältnis
$$v = \frac{\beta T_t}{\beta T_{vz}} \quad (3)$$

(wobei β der Faktor der Zeittransformation ist) bestimmt die Normierungswerte in diesem Fall.

Auf explizite Ableitung, Normierung und Zeittransformation wurde verzichtet und lediglich die notwendigen Potentiometereinstellungen sowie Hinweise zur zweckmäßigen Normierung der Zwischengrößen angegeben.

Der Einschwingvorgang bei Aufschaltung einer Eingangsfunktion nach Gleichung (2) verläuft prinzipiell wie im untenstehenden Bild, z.B.

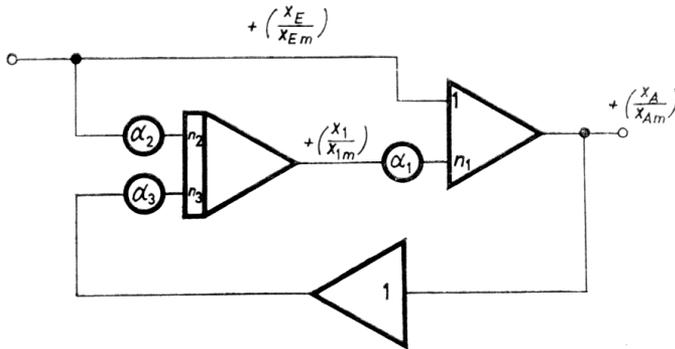


Die Zahl der Maxima und Minima ist gleich der Zahl der für die Nachbildung benutzten Integratoren. Die maximale Amplitude ϵ dieser unerwünschten Schwingung während der Zeit $t = 0$ bis $t = T_t$ ist in Maschineneinheiten auf den einzelnen Schaltungsblättern angegeben.

SCHALTUNG 1. Totzeit-Näherung.
Padé — Approximation 1. Ordnung

Übertragungsfunktion

$$\frac{x_A}{x_E} = \frac{1 - 0,5 \cdot T_t p}{1 + 0,5 \cdot T_t p}$$



Bei $x_{Am} = x_{Em}$ ist

$$\alpha_1 n_1 = x_{1m},$$

$$\alpha_2 n_2 = \alpha_3 n_3 = \frac{2}{x_{1m} \beta T_t}.$$

Mindestnormierung der Zwischengröße und max. Überschwingen:

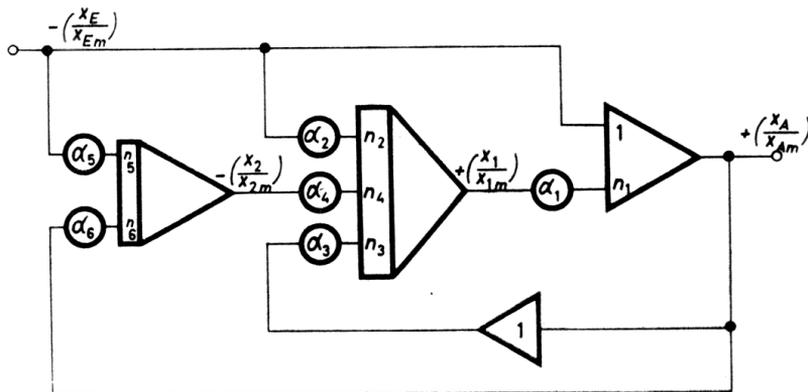
v	x_{1m}	max. Überschwingen in der Zeit von $t = 0$ bis T_t
0,1	2	-0,015 ME *)
0,2	2	-0,03
0,5	2	-0,07
1	2	-0,12
2	2	-0,21
5	2	-0,38
10	2	-0,5

*) 1 ME = Vollaussteuerung

SCHALTUNG 2. Totzeit-Näherung
Padé — Approximation 2. Ordnung

Übertragungsfunktion

$$\frac{x_A}{x_E} = \frac{1 - 0,5T_t p + 0,0833(T_t p)^2}{1 + 0,5T_t p + 0,0833(T_t p)^2}$$



Bei $x_{Am} = x_{Em}$ ist

$$\alpha_1 n_1 = x_{1m};$$

$$\alpha_2 n_2 = \alpha_3 n_3 = \frac{6}{x_{1m} \cdot \beta T_t};$$

$$\alpha_4 n_4 = \frac{x_{2m}}{x_{1m} \beta T_t};$$

$$\alpha_5 n_5 = \alpha_6 n_6 = \frac{12}{x_{2m} \cdot \beta T_t}.$$

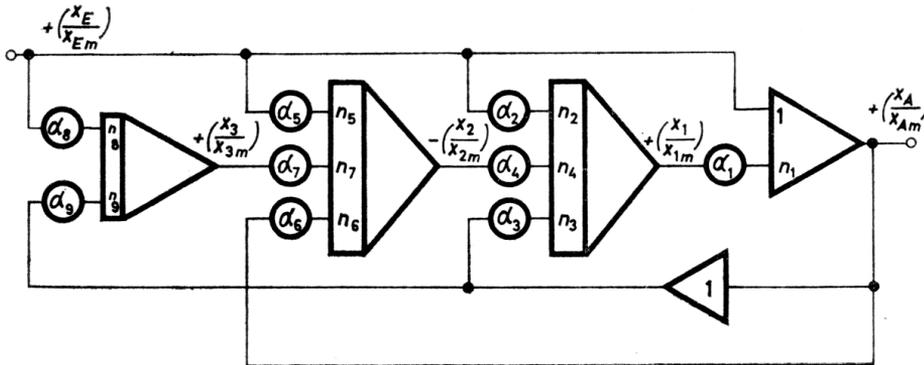
Mindestnormierung der Zwischengrößen und max. Überschwingen:

v	x_{1m}	x_{2m}	Max. Überschwingen in der Zeit von $t = 0$ bis T_t
0,1	0,1	12,5	$\pm 0,006$ ME
0,5	0,4	12,5	$\pm 0,03$
1	0,6	12,5	$\pm 0,06$
2	1	12,5	$\pm 0,1$
5	1,2	12,5	$\pm 0,2$
10	1,2	12,5	$\pm 0,3$

SCHALTUNG 3. Totzeit -Näherung
Padé — Approximation 3. Ordnung

Übertragungsfunktion:

$$\frac{x_A}{x_E} = \frac{1 - 0,5T_t p + 0,1(T_t p)^2 - 0,0083(pT_t)^3}{1 + 0,5T_t p + 0,1(T_t p)^2 + 0,0083(pT_t)^3}$$



Bei $x_{Am} = x_{Em}$ ist

$$\alpha_1 n_1 = x_{1m};$$

$$\alpha_2 n_2 = \alpha_3 n_3 = \frac{12}{x_{1m} \cdot \beta T_t};$$

$$\alpha_4 n_4 = \frac{x_{2m}}{x_{1m} \cdot \beta T_t};$$

$$\alpha_5 n_5 = \alpha_6 n_6 = \frac{60}{x_{2m} \cdot \beta T_t};$$

$$\alpha_7 n_7 = \frac{x_{3m}}{x_{2m} \cdot \beta T_t};$$

$$\alpha_8 n_8 = \alpha_9 n_9 = \frac{120}{x_{3m} \cdot \beta T_t};$$

Mindestnormierung der Zwischengrößen und max. Überschwängen:

v	x_{1m}	x_{2m}	x_{3m}	Max. Überschwängen in der Zeit von $t = 0$ bis T_t
0,1	2	1	125	$\pm 0,004$ ME
0,5	2	5	125	$\pm 0,02$
1	2	6	125	$\pm 0,04$
2	2	10	125	$\pm 0,08$
5	2	15	125	$\pm 0,15$
10	2	15	125	$\pm 0,2$

SCHALTUNG 4. Totzeit-Näherung

Padé — Approximation 4. Ordnung

Übertragungsfunktion:

$$\frac{x_A}{x_E} = \frac{1 - 0,5T_t p + 0,107(T_t p)^2 - 0,0119(T_t p)^3 + 5,95 \cdot 10^{-4}(T_t p)^4}{1 + 0,5T_t p + 0,107(T_t p)^2 + 0,0119(T_t p)^3 + 5,95 \cdot 10^{-4}(T_t p)^4}$$

Bei

$x_{Am} = x_{Em}$ ist:

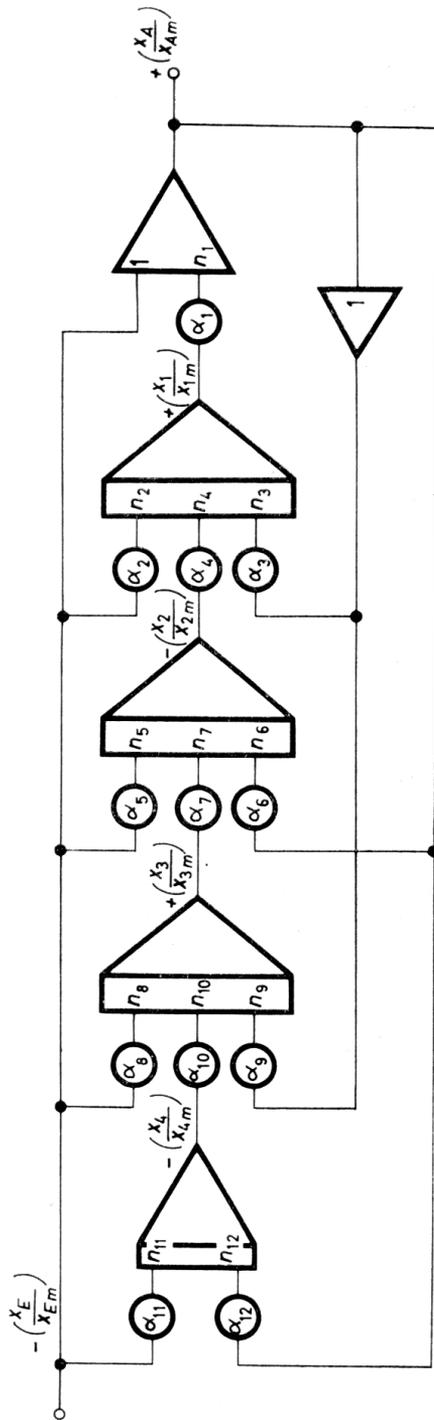
$$\alpha_1 n_1 = x_{1m}; \quad \alpha_5 n_5 = \alpha_6 n_6 = \frac{180}{x_{2m} \cdot \beta T_t}; \quad \alpha_{10} n_{10} = \frac{x_{4m}}{x_{3m} \cdot \beta T_t};$$

$$\alpha_2 n_2 = \alpha_3 n_3 = \frac{20}{x_{1m} \cdot \beta T_t}; \quad \alpha_7 n_7 = \frac{x_{3m}}{x_{2m} \cdot \beta T_t}; \quad \alpha_{11} n_{11} = \alpha_{12} n_{12} = \frac{1680}{x_{4m} \cdot \beta T_t};$$

$$\alpha_4 n_4 = \frac{x_{2m}}{x_{1m} \cdot \beta T_t}; \quad \alpha_8 n_8 = \alpha_9 n_9 = \frac{840}{x_{3m} \cdot \beta T_t}.$$

Mindestnormierung der Zwischengrößen und max. Überschwingen:

v	x_{1m}	x_{2m}	x_{3m}	x_{4m}	Max. Überschwingen in der Zeit von $t = 0$ bis T_t
0,1	0,1	40	20	2000	$\pm 0,003$ ME
0,5	0,4	40	60	2000	$\pm 0,012$
1	0,6	40	100	2000	$\pm 0,03$
2	1	40	150	2000	$\pm 0,05$
5	1,2	40	200	2000	$\pm 0,12$
10	1,2	40	200	2000	$\pm 0,17$



SCHALTUNG 5. Totzeit-Näherung
Padé-Approximation 5. Ordnung

Übertragungsfunktion:

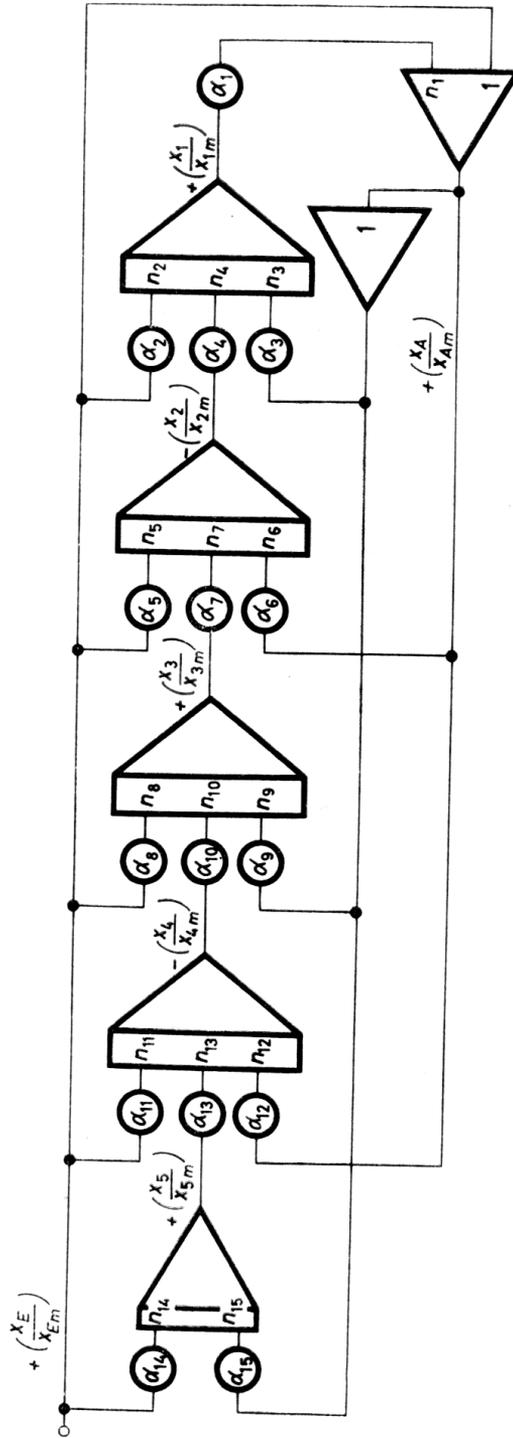
$$\frac{x_A}{x_E} = \frac{1 - 0,5pT_t + 0,111(pT_t)^2 - 0,0139(pT_t)^3 + 9,92 \cdot 10^{-4}(pT_t)^4 - 3,306 \cdot 10^{-5}(pT_t)^5}{1 + 0,5pT_t + 0,111(pT_t)^2 + 0,0139(pT_t)^3 + 9,92 \cdot 10^{-4}(pT_t)^4 + 3,306 \cdot 10^{-5}(pT_t)^5}$$

Bei $x_{Am} = x_E$ ist

$$\begin{aligned} \alpha_1 n_1 &= x_{1m}; & \alpha_5 n_5 = \alpha_6 n_6 &= \frac{420}{x_{2m} \cdot \beta T_t}; & \alpha_{10} n_{10} &= \frac{x_{4m}}{x_{3m} \cdot \beta T_t}; \\ \alpha_2 n_2 = \alpha_3 n_3 &= \frac{30}{x_{1m} \cdot \beta T_t}; & \alpha_7 n_7 &= \frac{x_{3m}}{x_{2m} \cdot \beta T_t}; & \alpha_{11} n_{11} = \alpha_{12} n_{12} &= \frac{60 \cdot 252}{x_{4m} \cdot \beta T_t}; \\ \alpha_4 n_4 &= \frac{x_{2m}}{x_{1m} \cdot \beta T_t}; & \alpha_8 n_8 = \alpha_9 n_9 &= \frac{3360}{x_{3m} \cdot \beta T_t}; & \alpha_{13} n_{13} &= \frac{x_{5m}}{x_{4m} \cdot \beta T_t}; \\ & & & & \alpha_{14} n_{14} = \alpha_{15} n_{15} &= \frac{120 \cdot 252}{x_{5m} \cdot \beta T_t}. \end{aligned}$$

Mindestnormierung der Zwischengrößen und max. Überschwingen:

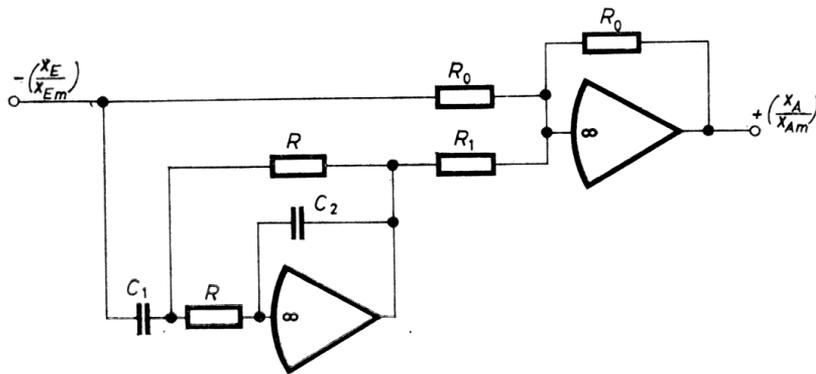
v	x_{1m}	x_{2m}	x_{3m}	x_{4m}	x_{5m}	Max. Überschwingen in der Zeit $t = 0$ bis T_t
0,1	2	3	800	300	30 000	$\pm 0,003$ ME
0,5	2	10	800	1000	30 000	$\pm 0,01$
1	2	20	800	2000	30 000	$\pm 0,02$
2	2	25	800	2500	30 000	$\pm 0,04$
5	2	35	800	3500	30 000	$\pm 0,1$
10	2	40	800	3500	30 000	$\pm 0,13$



SCHALTUNG 6. Totzeit – Näherung
Padé-Approximation 2. Ordnung mit Rechenverstärkern und RC-Netzwerken

Übertragungsfunktion:

$$\frac{x_A}{x_E} = \frac{1 - 0,5pT_t + 0,0833(pT_t)^2}{1 + 0,5pT_t + 0,0833(pT_t)^2}$$



Bei $x_{Am} = x_{Em}$ ist

$$R = k_0 \cdot T_t,$$

$$C_1 = \frac{0,333}{k_0},$$

$$C_2 = \frac{0,25}{k_0},$$

$$R_1 = R_0 \cdot 0,333.$$

T_t ist in Sekunden einzusetzen.

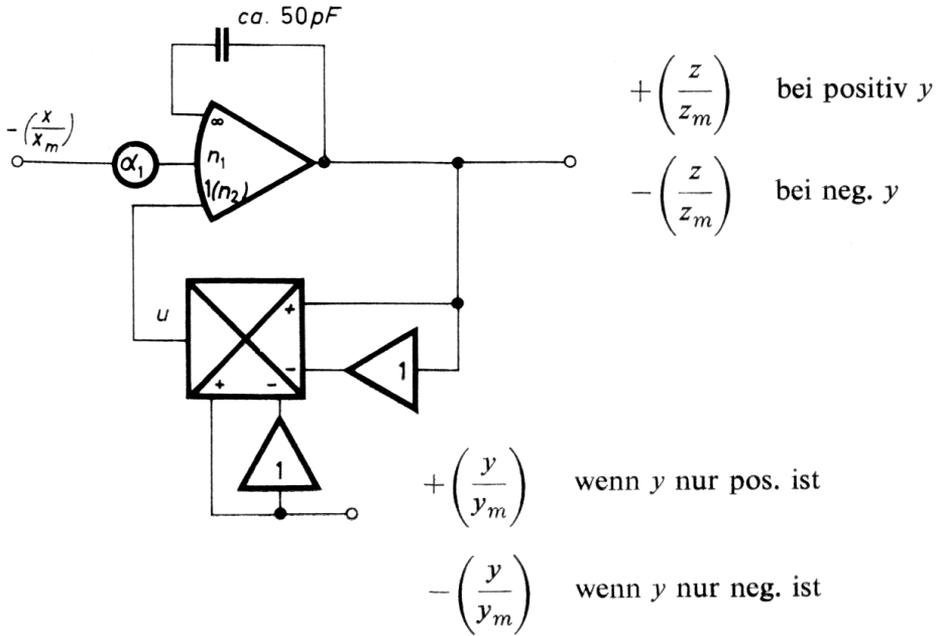
k_0 und R_0 sind frei wählbar.

Wenn R_0 in $M\Omega$ und k_0 zu 10^{+6} eingesetzt werden, erscheinen R und R_1 in $M\Omega$ und C_1 und C_2 in μF .

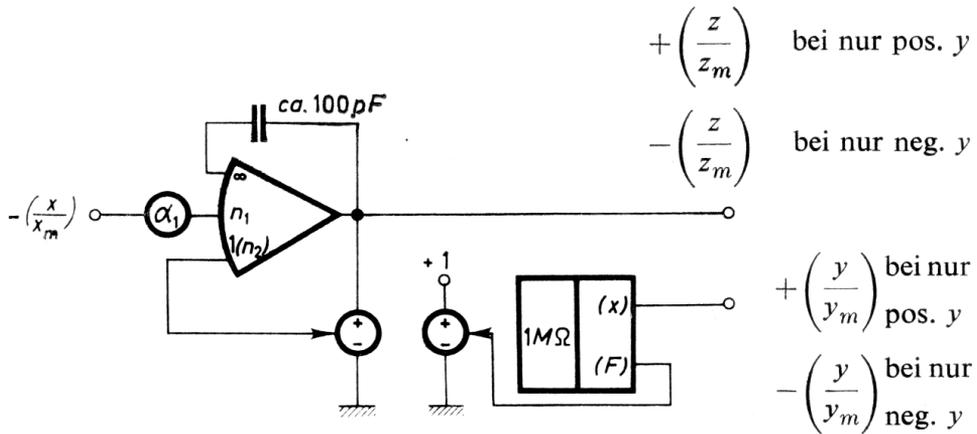
ABSCHNITT 4

SCHALTUNG 1. Division $\frac{x}{y}$, Vorzeichen von y beschränkt

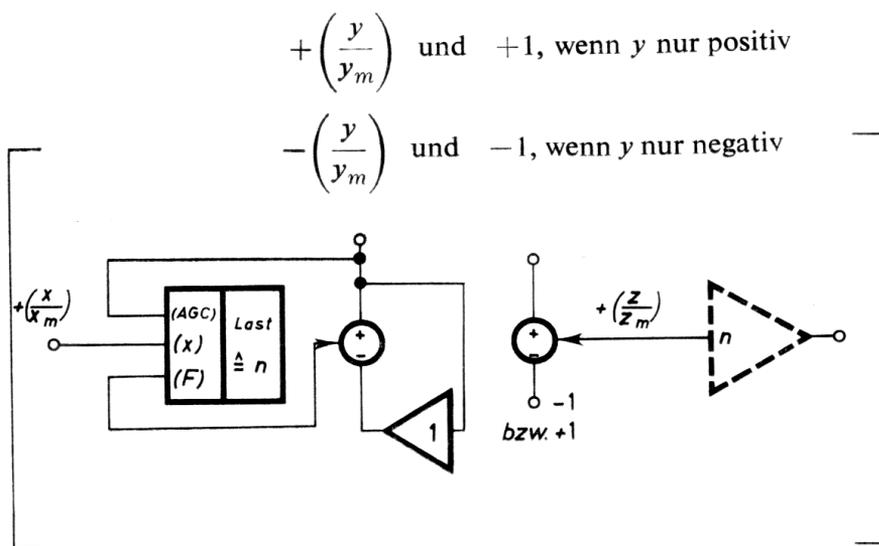
a)



oder b)



oder c)



notwendige Normierung $z_m = \frac{x_{\max}}{y_{\max}}$

Bei allen Schaltungen können die Größen auch mit anderen Vorzeichen als den angegebenen eingeführt werden, sofern die Schaltungen entsprechend angepaßt werden.

Ableitung und Normierung

(zu den Schaltungen mit Ausnahme der in Klammern gesetzten)

Wegen des offenen Verstärkers ist

$$-\left(\frac{z}{z_{\max}}\right) = \frac{V}{n_1 + n_2} \left[-\alpha_1 n_1 \left(\frac{x}{x_m}\right) + n_2 \left(\frac{y}{y_{\max}}\right) \left(\frac{z}{z_{\max}}\right) \right],$$

$$\left(\frac{z}{z_{\max}}\right) = \frac{\alpha_1 n_1 \left(\frac{x}{x_m}\right)}{\frac{n_1 + n_2}{V} + n_2 \left(\frac{y}{y_{\max}}\right)}.$$

Für $V \gg 1$:

$$\left(\frac{z}{z_{\max}}\right) \approx \frac{\alpha_1 n_1 \left(\frac{x}{x_{\max}}\right)}{n_2 \left(\frac{y}{y_{\max}}\right)}.$$

Damit $z = \frac{x}{y}$ wird, muß gelten $\frac{\alpha_1 n_1}{n_2} = \frac{x_{\max}}{y_{\max} \cdot z_{\max}}$.

Wenn z_{\max} zu $z_{\max} = \frac{x_{\max}}{y_{\min}}$ gewählt wird, ergibt sich $\frac{\alpha_1 n_1}{n_2} = \frac{y_{\min}}{y_{\max}}$.

Man wird zweckmäßig $n_2 = 1$ setzen, weil andere Werte keine Vorteile bringen, wohl aber z.B. bei $n_2 > 1$ wegen vergrößerter Kreisverstärkung eine größere Beruhigungskapazität notwendig ist.

Bemerkungen

Die Schaltung mit Zwei-Parabel-Multiplikatoren hat Fehler von ca. 1–5% (5% bei schlechter Aussteuerung des Multiplikators, also z.B. kleinem y oder kleinem z).

Der Fehler der Schaltung mit Servomultiplikatoren liegt bei 0,5% für beliebige $\left(\frac{x}{x_m}\right)$ und für $\left(\frac{y}{y_m}\right) > 0,1$; bei $\left(\frac{y}{y_m}\right) < 0,1$ wächst der Fehler u.U. bis auf 5% (Einstellungs- und Gleichlauffehler). Wenn Servo-Resolver benutzt werden, muß die Schaltung geändert werden; siehe unter Teil A.

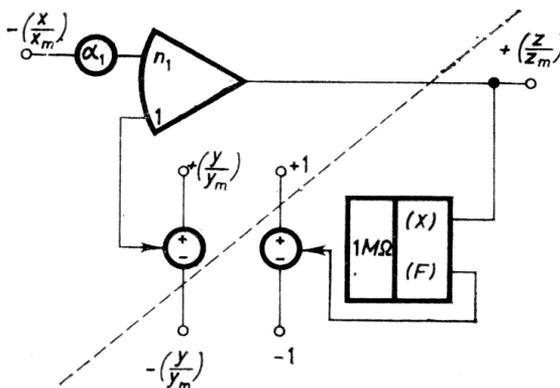
Die in Klammern gesetzte Schaltung c ist nicht zu empfehlen, da sie Fehler von ca. 3% hat, für $\left(\frac{z}{z_m}\right) < 0,2$ sogar bis 10%! Außerdem ist $\left(\frac{x}{x_m}\right)$ beschränkt auf

$$\left(\frac{x}{x_m}\right) < \left(\frac{y}{y_m}\right).$$

Sobald diese Bedingung nicht erfüllt ist, dreht der Servomultiplikator durch.

Wird die Schaltung dennoch benutzt, empfiehlt es sich, ab $\left(\frac{y}{y_m}\right) > 0,5$ die AGC abzuschalten. Im allgemeinen nützt AGC bei kleinem $\left(\frac{y}{y_m}\right)$ wenig, schadet dagegen bei großem $\left(\frac{y}{y_m}\right)$.

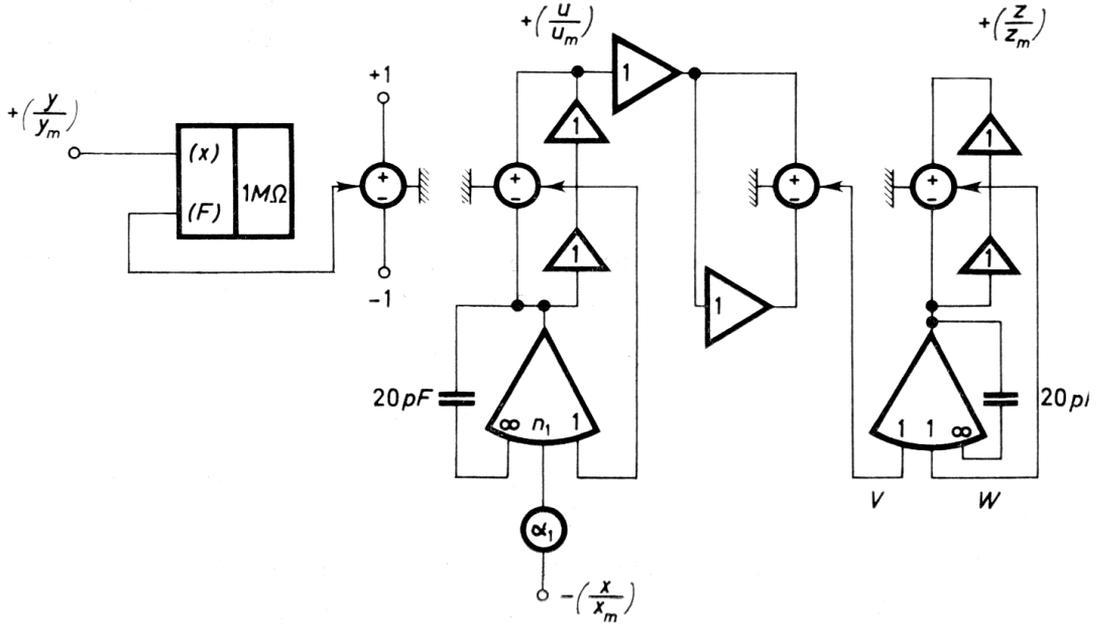
Nicht möglich ist eine Schaltung, bei der $\left(\frac{z}{z_m}\right)$ den Servo steuert:



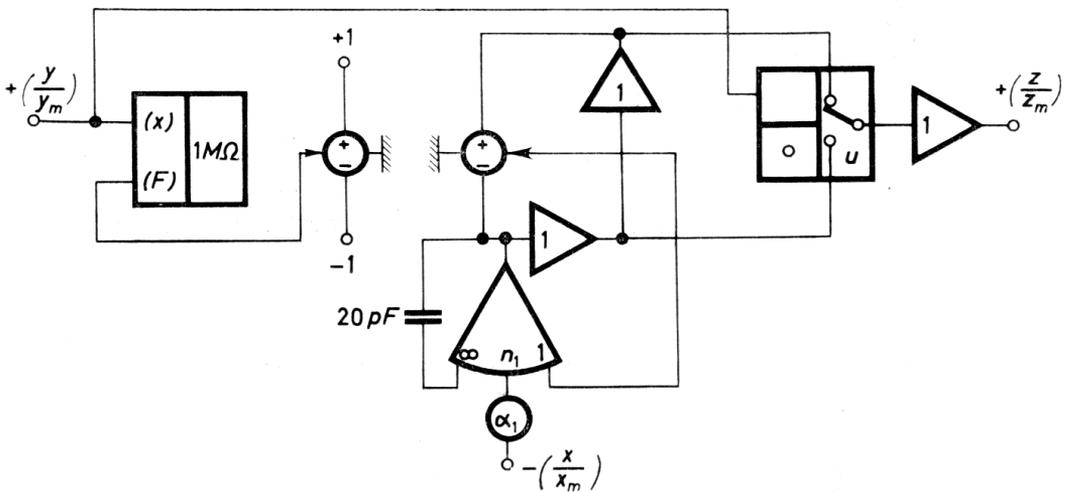
Bei normaler Einstellung der Dynamik des Servos ist die Schaltung instabil, weil das geringste Überschwingen eine Schwingung anfaßt. Um die Schaltung benutzen zu können, müßte der Servo auf aperiodisches Einschwingen eingestellt werden; dabei wird die Schaltung aber sehr ungenau.

SCHALTUNG 2. Division $\frac{x}{y}$, Vorzeichen von x und y beliebig

a.



b.



Ableitung und Normierung für Schaltung a

Infolge des offenen Verstärkers ist

$$\alpha_1 n_1 \left(\frac{x}{x_m} \right) \approx |\alpha| \left(\frac{u}{u_m} \right); \quad (\alpha = \text{Schleifer-Stellung})$$

Da $\alpha = \left(\frac{y}{y_m} \right)$ ist, folgt
$$\left(\frac{u}{u_m} \right) = \alpha_1 n_1 \frac{\left(\frac{x}{x_m} \right)}{|\alpha|} = \alpha_1 n_1 \frac{\left(\frac{x}{x_m} \right)}{\left| \left(\frac{y}{y_m} \right) \right|}.$$

Weiter ist $-v \approx w$,
$$v = -\left(\frac{u}{u_m}\right)\alpha, \quad w = |\alpha| \left(\frac{z}{z_m}\right).$$

Folglich ist
$$\left(\frac{z}{z_m}\right) = \frac{\alpha}{|\alpha|} \left(\frac{u}{u_m}\right) = \alpha_1 n_1 \frac{\left(\frac{x}{x_m}\right)}{\left|\left(\frac{y}{y_m}\right)\right|} \cdot \frac{\left(\frac{y}{y_m}\right)}{\left|\left(\frac{y}{y_m}\right)\right|}.$$

Dies ist jedoch gleich
$$\left(\frac{z}{z_m}\right) = \alpha_1 n_1 \frac{\left(\frac{x}{x_m}\right)}{\left(\frac{y}{y_m}\right)}.$$

Notwendige Einstellung für $\alpha_1 n_1$:
$$\alpha_1 n_1 = \frac{x_{\max}}{y_{\max} z_{\max}}.$$

Wenn $z_m = \frac{x_{\max}}{y_{\min}}$ ist, folgt
$$\alpha_1 n_1 = \frac{y_{\min}}{y_{\max}}.$$

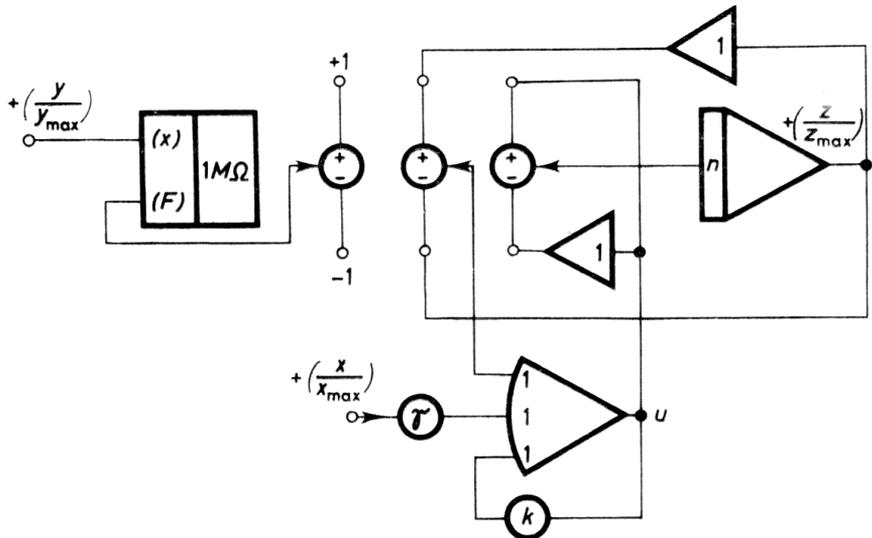
Bemerkungen

Schaltung a hat Fehler bis 20%, wenn $\left(\frac{y}{y_m}\right) < 0,05$ wird (Einstellungs- und Gleichlauffehler), darüber jedoch nur ca. 0,5–2% Fehler, weitgehend unabhängig von $\alpha \left(\frac{x}{x_m}\right)$.

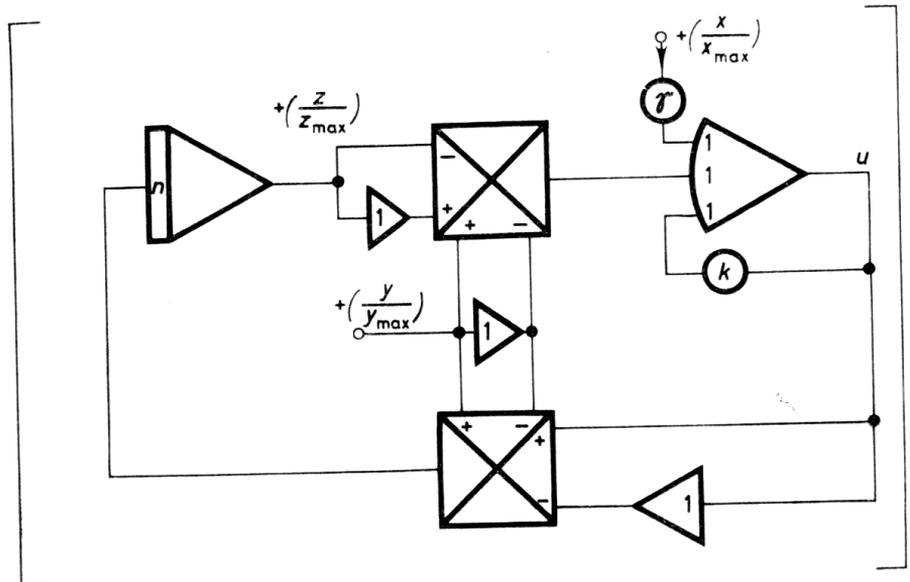
Schaltung b ist gegenüber a vorzuziehen, weil weniger Multiplikationspotentiometer benötigt werden und daher Einstellungsfehler weniger stark auffallen. Bis $\left(\frac{y}{y_m}\right) \geq 0,1$ kann mit Fehlern kleiner als 0,5% gerechnet werden, für kleinere $\left(\frac{y}{y_m}\right)$ wächst der Fehler bis ca. 5%. Die Grösse von $\left(\frac{x}{x_m}\right)$ geht nicht in die Genauigkeit ein, abgesehen von kleinsten Werten $\left(\alpha_1 n_1 \left(\frac{x}{x_m}\right) < 0,005\right)$.

Eine kurzzeitige Übersteuerung der Schaltung beim Vorzeichenwechsel von $\left(\frac{y}{y_m}\right)$ ist natürlich nicht zu vermeiden. Werden chopperstabilisierte Rechenverstärker benutzt, dann müssen diese künstlich auf etwa ± 1 ME begrenzt werden, da sonst wegen der Erholzeit der Verstärker nach einer Übersteuerung zeitweise Rechenfehler entstehen.

SCHALTUNG 3. Division $\frac{x}{y}$, Vorzeichen von x und y beliebig



oder



Vor der Benutzung von Zwei-Parabel-Multiplikatoren wird gewarnt wegen großer Ungenauigkeit des Ergebnisses (siehe Bemerkungen).

Ableitung und Normierung

Wegen des offenen Verstärkers ist

$$-u = \frac{V}{3} \left[\gamma \left(\frac{x}{x_m} \right) + ku - \left(\frac{y}{y_m} \right) \left(\frac{z}{z_m} \right) \right], \quad (1)$$

$$u = \frac{\left(\frac{z}{z_m}\right)\left(\frac{y}{y_m}\right) - \gamma\left(\frac{x}{x_m}\right)}{\frac{3}{V} + k}. \quad (2)$$

Ferner ist bei vernachlässigter Einstellzeit des Servos

$$-\left(\frac{z}{z_m}\right) = \int_0^t u\left(\frac{y}{y_m}\right) \cdot n \, dt = \int_0^t n\left(\frac{y}{y_m}\right) \frac{\left(\frac{z}{z_m}\right)\left(\frac{y}{y_m}\right) - \gamma\left(\frac{x}{x_m}\right)}{\frac{3}{V} + k} \, dt, \quad (3)$$

oder umgeschrieben

$$\left[\frac{3}{V} + k\right] \frac{d}{dt} \left(\frac{z}{z_m}\right) + n\left(\frac{y}{y_m}\right)^2 \left(\frac{z}{z_m}\right) = \gamma n \left(\frac{x}{x_m}\right) \left(\frac{y}{y_m}\right). \quad (4)$$

Im stationären Zustand ist dann $\left(\frac{z}{z_m}\right) = \gamma \frac{\left(\frac{x}{x_m}\right)}{\left(\frac{y}{y_m}\right)}$.

Da $z = \frac{x}{y}$ gebildet werden soll, muß $\gamma = \frac{x_{\max}}{y_{\max} z_{\max}}$

eingestellt werden.

Wenn man $z_{\max} = \frac{x_{\max}}{y_{\min}}$ wählt, so wird $\gamma = \frac{y_{\min}}{y_{\max}}$.

Bemerkungen

Es kann nicht anstelle des Potentiometers k eine Beruhigungskapazität — wie sonst üblich — benutzt werden, weil sonst die Schaltung schwingt.

Die Einschwingzeit wird durch k , n , y und die Einstellzeit des Servos beeinflusst, und zwar ist nach Gleichung (4) nach geringfügiger Umwandlung und für $V \rightarrow \infty$:

$$\frac{k}{n\left(\frac{y}{y_m}\right)^2} \frac{d}{dt} \left(\frac{z}{z_m}\right) + \left(\frac{z}{z_m}\right) = \gamma \frac{\left(\frac{x}{x_m}\right)}{\left(\frac{y}{y_m}\right)}.$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung für feste x und y ist eine Exponentialfunktion mit der Zeitkonstanten $T = \frac{k}{n \left(\frac{y}{y_m}\right)^2}$. Dieser Wert stellt allerdings nur eine

Näherung dar, weil das Einstellverhalten des Servos unberücksichtigt ist und die Schaltung in Wirklichkeit etwas anders arbeitet:

Der offene Verstärker übersteuert nämlich fast solange, bis $\left(\frac{z}{z_m}\right) \approx \gamma \left(\frac{x}{x_m}\right)$ ist; $\left(\frac{z}{z_m}\right)$ verläuft daher teilweise in Form einer Rampe mit der ungefähren Steilheit $n \left(\frac{y}{y_m}\right)$. Die Näherung durch die Zeitkonstante T gibt jedoch mehr Überblick. Danach ist es günstig, k möglichst klein und n möglichst groß zu wählen; beiden Werten sind jedoch Grenzen gesetzt. Bei zu kleinem k oder zu großem n schwingt die Schaltung, insbesondere für kleine $\left(\frac{y}{y_m}\right)$. Außerdem erfordert ein großes n ein großes k , welches die *Genauigkeit* beeinflusst.

Empfohlene Werte k ca. 0,005
 n ca. 1000.

Es muß jedoch darauf geachtet werden, daß die Schaltung auch für kleine $\left(\frac{y}{y_m}\right)$ nicht schwingt.

Die Einstellzeit τ ist mit dem obigen Wert k $\tau \approx \gamma \frac{\left(\frac{x}{x_m}\right)}{n \left(\frac{y}{y_m}\right)^2}$, wenn $\left(\frac{z}{z_m}\right)$ vor-

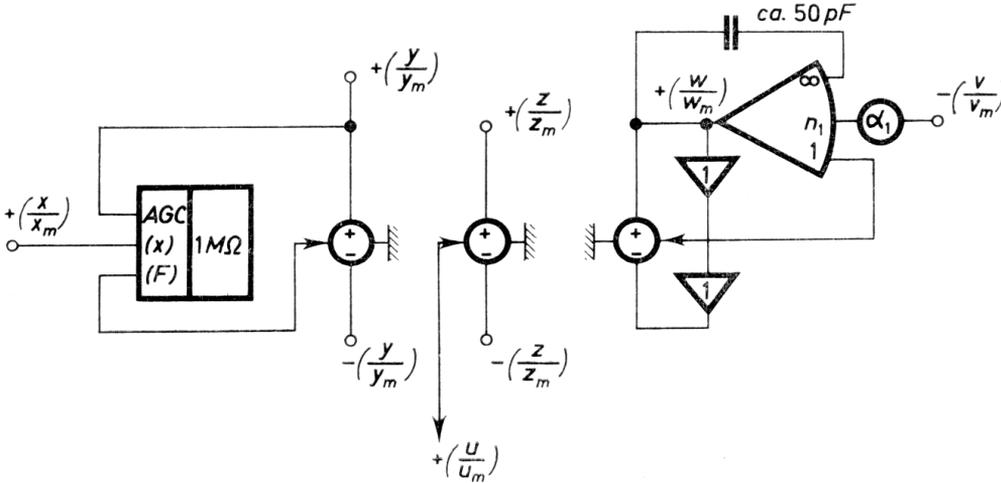
wiegend in einer Rampe zum Endwert ansteigt.

Die Genauigkeit des Ergebnisses ist von x , y und α (und bei zu großem k auch davon abhängig).

Ungenauigkeit bei Verwendung von Servomultiplikatoren im allgemeinen ca. 1%, nur bei kleinen Werten $\alpha \left(\frac{x}{x_m}\right)$ oder $\left(\frac{y}{y_m}\right) < 0,1$ ansteigend bis 5%. Fehler durch z kleines $\left(\frac{y}{y_m}\right)$ werden hauptsächlich durch Gleichlauffehler und Einstellungsfehler der Servopotentiometer verursacht. Ungenauigkeit bei Verwendung von Zweiparabel-Multiplikatoren ca. 1–2%, jedoch ab $\gamma \left(\frac{x}{x_m}\right)$ oder $\left(\frac{y}{y_m}\right) < 0,05$ steigt der Fehler bis 25% an.

SCHALTUNG 4. Multiplikation /Division und/ oder Kehrwertbildung mit einem

Servomultiplikator: $u = z \frac{x}{y}$ und/oder $w = \left| \frac{y}{x} \right| \cdot v$



Vorzeichen von x , z und v beliebig.

Vorzeichen von y bechränkt auf nur positiv oder nur negativ (Anschlüsse am Folgepotentiometer und bei $\left(\frac{z}{z_m}\right)$ vertauschen).

Ableitung und Normierung

Der Servomultiplikator setzt automatisch gleich

$$\left(\frac{x}{x_m}\right) = \alpha \left(\frac{y}{y_m}\right). \quad (\alpha = \text{Schleifer-Stellung})$$

Also ist

$$\left(\frac{u}{u_m}\right) = \left(\frac{z}{z_m}\right) \frac{\left(\frac{x}{x_m}\right)}{\left(\frac{y}{y_m}\right)},$$

mit der notwendigen Normierung

$$u_m = z_m \cdot \frac{x_m}{y_m}.$$

Ferner ist

$$-\left(\frac{w}{w_m}\right) = \frac{V}{1+n_1} \left[-\alpha_1 n_1 \left(\frac{v}{v_m}\right) + |\alpha| \left(\frac{w}{w_m}\right) \right].$$

Hieraus folgt für $V \rightarrow \infty$

$$\left(\frac{w}{w_m}\right) = \alpha_1 n_1 \frac{\left(\frac{v}{v_m}\right)}{|\alpha|},$$

$$\alpha = \frac{\left(\frac{x}{x_m}\right)}{\left(\frac{y}{y_m}\right)}.$$

Daher ist

$$\left(\frac{w}{w_m}\right) = \alpha_1 n_1 \left| \frac{\left(\frac{y}{y_m}\right)}{\left(\frac{x}{x_m}\right)} \right| \left(\frac{v}{v_m}\right).$$

$\alpha_1 n_1$ ist dabei wie folgt einzustellen:

$$\alpha_1 n_1 = \frac{y_m \cdot v_m}{x_m \cdot w_m}.$$

Bemerkungen

Die Schaltung zur Erzeugung von u arbeitet nur mit größeren Fehlern (vgl. auch Abschn. 4 Schaltung 1); daher wird auch der Wert w stark mit Fehlern behaftet (ca. 5%, bei kleinen Werten $\left(\frac{u}{u_m}\right) < 0,2$ u.U. bis zu 10%).

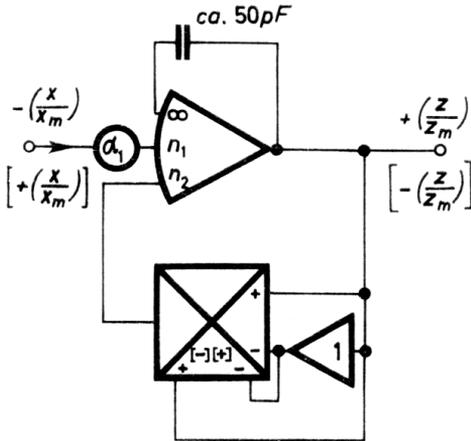
Außerdem ist $\left(\frac{x}{x_m}\right)$ beschränkt auf $\left(\frac{x}{x_m}\right) < \left(\frac{y}{y_m}\right)$.

Von dieser Schaltung ist abzuraten.

SCHALTUNG 5. Quadratwurzel $z = \sqrt{x}$

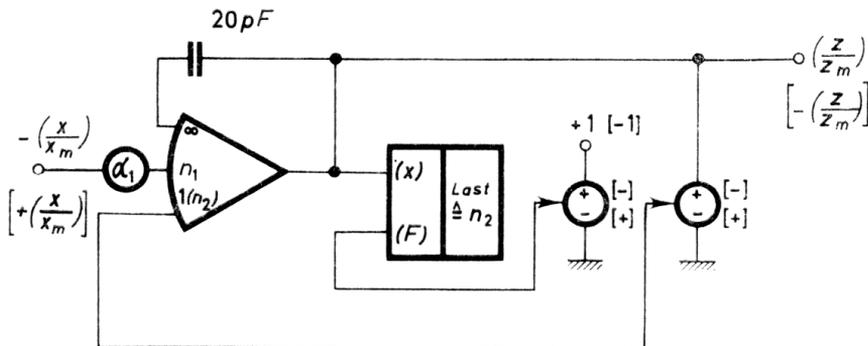
(Kubikwurzel und andere durch weitere Multiplikationen im Rückführzweig)

a.

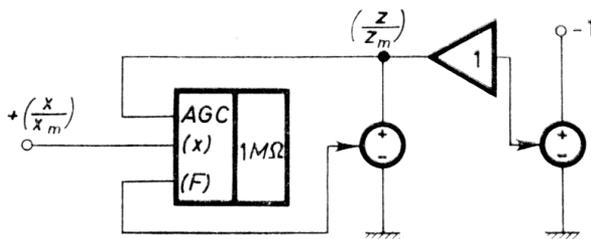


Es können wahlweise auch die in eckige Klammern gesetzten Vorzeichen benutzt werden.

b.



c.



$$\left(\frac{z}{z_m}\right) = \sqrt{\left(\frac{x}{x_m}\right)}; \text{ notwendige Normierung } z_m = \sqrt{x_m}$$

Ableitung und Normierung

Für die Schaltungen a und b gilt:

$$-\left(\frac{z}{z_m}\right) = \frac{V}{n_1+n_2} \left[-\alpha_1 n_1 \left(\frac{x}{x_m}\right) + n_2 \left(\frac{z}{z_m}\right)^2 \right],$$

$$\left(\frac{z}{z_m}\right) = \frac{\alpha_1 n_1 \left(\frac{x}{x_m}\right)}{\frac{n_1+n_2}{V} + n_2 \left(\frac{z}{z_m}\right)}.$$

Für $V \gg 1$ folgt hieraus:

$$\left(\frac{z}{z_m}\right) \approx \sqrt{\frac{\alpha_1 n_1}{n_2}} \sqrt{\left(\frac{x}{x_m}\right)}.$$

Da $\left(\frac{z}{z_m}\right) = \frac{\sqrt{x_m}}{z_m} \sqrt{\frac{x}{x_m}}$ sein soll muß

$$\frac{\alpha_1 n_1}{n_2} = \frac{x_m}{z_m^2} \text{ gemacht werden.}$$

Für Schaltung c gilt folgendes:

Der Servomultiplikator setzt gleich

$$\left(\frac{x}{x_m}\right) = \alpha \left(\frac{z}{z_m}\right),$$

außerdem ist $\left(\frac{z}{z_m}\right) = \alpha$.

Also folgt

$$\left(\frac{z}{z_m}\right) = \sqrt{\left(\frac{x}{x_m}\right)}.$$

Notwendige Normierung:

$$z_m = \sqrt{x_m}.$$

Bemerkungen

Zu den Schaltungen a bzw. b:

Nach Möglichkeit ist $n_2 = 1$ zu setzen, denn je größer n_2 , desto schlechter wird der Multiplikator angesteuert, außerdem muß für $n_2 > 1$ die Beruhigungskapazität erhöht werden.

Wenn statt eines Servomultiplikators ein Resolver benutzt werden soll, muß Schaltung b entsprechend abgeändert werden (siehe unter Abschnitt A).

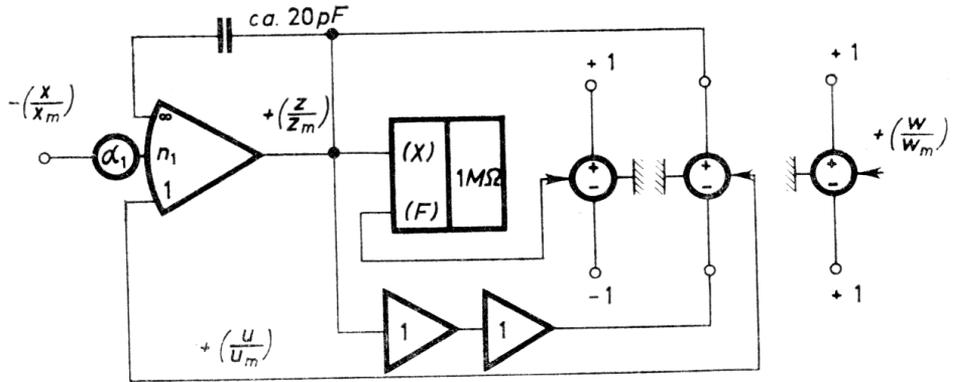
Die Ungenauigkeit der Schaltung a beträgt bis $\left(\frac{x}{x_m}\right) \alpha_1 n_1 > 0,025$ ca. 2%, darunter steigt der Fehler an auf 10–20%.

Die Ungenauigkeit der Schaltung b beträgt bis $\left(\frac{x}{x_m}\right) \alpha_1 n_1 > 0,005$ ca. 1% darunter steigt der Fehler an. Bei $x=0$ wird $\left(\frac{z}{z_m}\right)$ von der Driftspannung des offenen Verstärkers beeinflusst.

Zur Schaltung c:

Die Ungenauigkeit der Schaltung beträgt bei $\left(\frac{x}{x_m}\right) > 0,05$ ca. 2%, darunter steigt der Fehler stark an. *AGC* ist an sich nur für Werte $\left(\frac{x}{x_m}\right) > 0,3$ erforderlich, kann bei geringer Reduzierung der Verstärkung des Servos aber auch ganz weggelassen werden, ohne daß dadurch der Fehler bei kleinen Werten $\left(\frac{x}{x_m}\right)$ wesentlich vergrößert würde. Wenn *AGC* vorhanden ist, kann es u.U. vorkommen, daß der Servo bei $x=0$ oder in der Rechenpause durchdreht. In solchen Fällen ist *AGC* wegzulassen und die Verstärkung des Servos geringfügig zu reduzieren.

SCHALTUNG 6. Quadratwurzeln $w = \pm \sqrt{|x|}$ und $z = \text{sign } x \sqrt{|x|}$



Ableitung und Normierung

Wegen des offenen Verstärkers ist

$$-\left(\frac{z}{z_m}\right) = \frac{V}{1+n_1} \left[-\alpha_1 n_1 \left(\frac{x}{x_m}\right) + \left(\frac{u}{u_m}\right) \right],$$

$$\left(\frac{u}{u_m}\right) = \text{sign } z \left(\frac{z}{z_m}\right)^2.$$

Also

$$\left(\frac{z}{z_m}\right) \left[1 + \frac{V}{1+n_1} \left(\frac{z}{z_m}\right) \text{sign } z \right] = \frac{V}{1+n_1} \left(\frac{x}{x_m}\right) \alpha_1 n_1 \quad \text{und}$$

für $V \gg 1$:

$$\left(\frac{z}{z_m}\right)^2 = \frac{\left(\frac{x}{x_m}\right)}{\text{sign } z} \alpha_1 n_1.$$

Da aber gemäß Schaltung $\text{sign } z = \text{sign } x$ ist, andererseits auch für negative x z ree ist, muß

$$\left(\frac{z}{z_m}\right) = \text{sign } x \sqrt{\alpha_1 n_1} \sqrt{\left|\frac{x}{x_m}\right|}$$

sein, wobei

$$\sqrt{\alpha_1 n_1} = \frac{\sqrt{x_m}}{z_m} \quad \text{bzw.} \quad \alpha_1 n_1 = \frac{x_m}{z_m^2}$$

sein muß.

Die Größe $\left(\frac{w}{w_m}\right)$ ist gemäß Schaltung

$$\left(\frac{w}{w_m}\right) = \left|\left(\frac{z}{z_m}\right)\right|, \quad \text{so daß folgt}$$

$$\left(\frac{w}{w_m}\right) = +\frac{\sqrt{x_m}}{z_m} \sqrt{\left|\left(\frac{x}{x_m}\right)\right|}. \quad \text{Notwendige Normierung: } w_m = z_m.$$

Bemerkungen

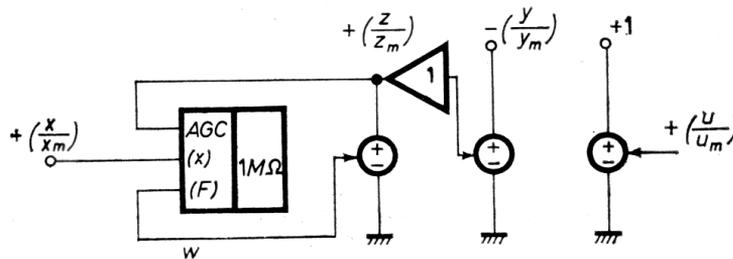
Die Ungenauigkeit der Schaltung beträgt bis $\left(\frac{x}{x_m}\right)_{\alpha_1 n_1} > 0,005$ ca. 1%, darunter steigt der Fehler an.

Bei $x = 0$ wird $\left(\frac{z}{z_m}\right)$ von der Driftspannung des offenen Verstärkes beeinflusst.

SCHALTUNG 7. Quadratwurzel mit verschiedenen Operationen unter der Wurzel

$$z = \sqrt{x \cdot y}; \quad u = \sqrt{\frac{x}{y}}; \quad z = \sqrt{v^2 - w^2}.$$

x und y müssen gleiche Vorzeichen haben. Die Schaltung ist angegeben für x und y positiv



Ableitung und Normierung

Der Multiplikator setzt automatisch gleich

$$\left(\frac{x}{x_m} \right) = w$$

Weiter ist

$$w = \alpha \left(\frac{z}{z_m} \right); \quad \alpha = \text{Schleifer-Stellung}$$

$$\left(\frac{z}{z_m} \right) = \alpha \left(\frac{y}{y_m} \right).$$

Hieraus folgt

$$\alpha = \sqrt{\frac{\left(\frac{x}{x_m} \right)}{\left(\frac{y}{y_m} \right)}} = \left(\frac{u}{u_m} \right)$$

und

$$\left(\frac{z}{z_m} \right) = \sqrt{\left(\frac{x}{x_m} \right) \cdot \left(\frac{y}{y_m} \right)}.$$

Die notwendige Normierung ergibt sich aus folgender Überlegung: Es soll sein

a)
$$u = \sqrt{\frac{x}{y}}$$

$$\left(\frac{u}{u_m}\right) = \frac{1}{u_m} \sqrt{\frac{x_m}{y_m}} \sqrt{\frac{\frac{x}{x_m}}{\left(\frac{y}{y_m}\right)}},$$

also muß

$$u_m = \sqrt{\frac{x_m}{y_m}} \text{ sein.}$$

b) $z = \sqrt{x \cdot y}$

$$\left(\frac{z}{z_m}\right) = \frac{\sqrt{x_m \cdot y_m}}{z_m} \sqrt{\left(\frac{x}{x_m}\right) \cdot \left(\frac{y}{y_m}\right)},$$

also muß

$$z_m = \sqrt{x_m \cdot y_m} \text{ sein.}$$

Wenn $\left(\frac{x}{x_m}\right) = \left(\frac{v+w}{x_m}\right)$ und

$$\left(\frac{y}{y_m}\right) = \left(\frac{v-w}{y_m}\right) \text{ eingegeben werden, wird}$$

$$\left(\frac{z}{z_m}\right) = \sqrt{\frac{v^2 - w^2}{x_m \cdot y_m}}$$

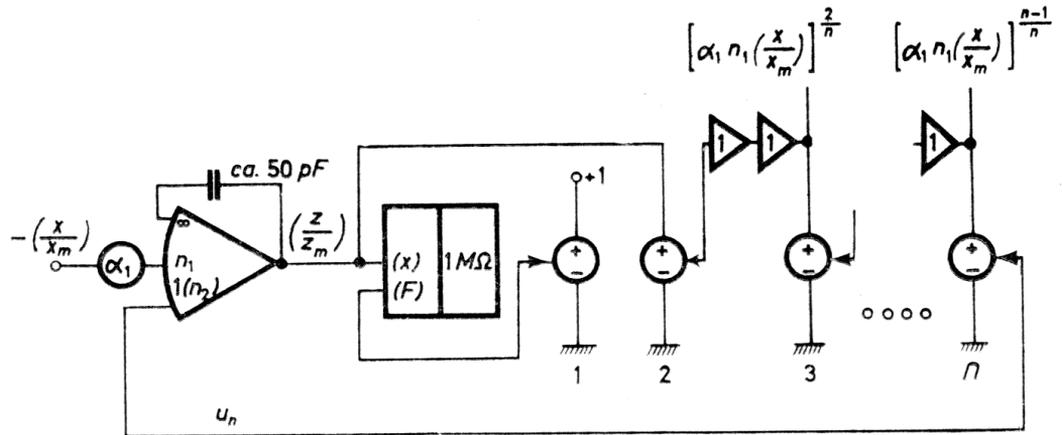
Notwendige Normierung:

$$z_m = \sqrt{x_m \cdot y_m}.$$

Bemerkungen

Die Ungenauigkeit der Schaltung beträgt für $\left(\frac{x}{x_m}\right) > 0,05$ ca. 2%, darunter steigt der Fehler an, ist aber praktisch unabhängig von y . Bezüglich der AGC gilt dasselbe, wie bei Abschnitt 4, Schaltung 5 angegeben. Außerdem ist $\left(\frac{x}{x_m}\right)$ beschränkt auf $\left(\frac{x}{x_m}\right) < \left(\frac{y}{y_m}\right)$.

SCHALTUNG 8. Bildung von Wurzeln höheren Grades und gebrochener Potenzen der Form $u = \sqrt[n]{x^m}$, ($m < n$), und $z = \sqrt[n]{x}$



Ableitung und Normierung

Der Servomultiplikator setzt automatisch gleich

$$\alpha_1 n_1 \left(\frac{x}{x_m} \right) = u_n$$

Es ist aber

$$u_n = \alpha^{n-1} \left(\frac{z}{z_m} \right), \quad (\alpha = \text{Potentiometerstellung})$$

also

$$\left(\frac{z}{z_m} \right) = \alpha_1 n_1 \left(\frac{x}{x_m} \right) \frac{1}{\alpha^{n-1}};$$

und da

$$\alpha = \left(\frac{z}{z_m} \right) \text{ ist,}$$

folgt

$$\left(\frac{z}{z_m} \right) = \sqrt[n]{\alpha_1 n_1} \sqrt[n]{\left(\frac{x}{x_m} \right)}.$$

Notwendige Normierung:

$$\alpha_1 n_1 = \frac{x_m}{z_m^n}.$$

z_m kann frei gewählt werden innerhalb $z_m \geq \sqrt[n]{x_m}$. Für die Normierung einer Zwischengröße

$$\left(\frac{u}{u_m}\right) = \left[\sqrt[n]{\alpha_1 n_1 \left(\frac{x}{x_m}\right)} \right]^m \quad \text{gilt}$$

$$w_m = \sqrt[n]{\left(\frac{x_m}{\alpha_1 n_1}\right)^m}$$

Wird $\alpha_1 n_1 = \frac{x_m}{z_m^n}$ berücksichtigt, so ergibt sich

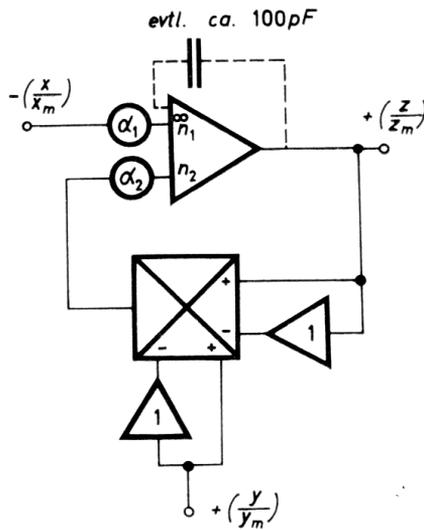
$$w_m = z_m^m.$$

Bemerkungen

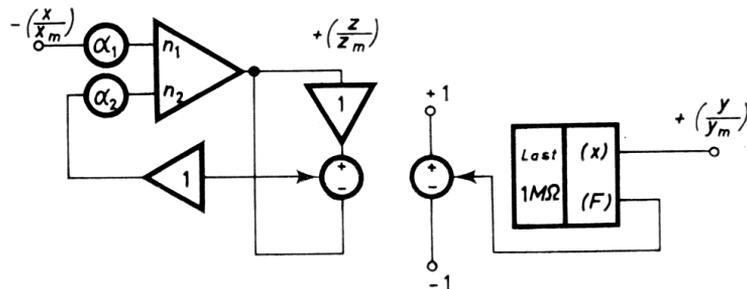
Sowohl z als auch die Zwischengrößen $\left(\alpha_1 n_1 \left(\frac{x}{x_m}\right)\right)^{\frac{n-1}{n}}$ werden bei sorgfältig justiertem Servomultiplikator mit guter Genauigkeit errechnet, und zwar $\left(\frac{z}{z_m}\right)$ mit einer Ungenauigkeit $\leq 0,5\%$, alle übrigen Größen mit einer Ungenauigkeit $\leq 1\%$.

ABSCHNITT 5

SCHALTUNG 1. Gebrochen rationale Funktion $z = \frac{ax}{1+by}$, für $by > (-1)$ und sign x beliebig, ($b > 0$)



oder



Ableitung und Normierung

Es gilt

$$-\left(\frac{z}{z_m}\right) = -\alpha_1 n_1 \left(\frac{x}{x_m}\right) + \alpha_2 n_2 \left(\frac{y}{y_m}\right) \left(\frac{z}{z_m}\right),$$

$$\left(\frac{z}{z_m}\right) = \frac{\alpha_1 n_1 \left(\frac{x}{x_m}\right)}{1 + \alpha_2 n_2 \left(\frac{y}{y_m}\right)}.$$

Da $z = \frac{ax}{1+by}$ sein soll, folgt

$$\alpha_1 n_1 = a \frac{x_m}{z_m},$$

$$\alpha_2 n_2 = by_{\max}.$$

z_{\max} kann frei gewählt werden innerhalb folgender Grenzen

$$z_{\max} \geq \frac{ax_{\max}}{1+by_{\min}} \quad \text{für } by > 0,$$

$$z_{\max} \geq \frac{ax_m}{1-b|y_N|} \quad \text{für } (-1) < by < 0,$$

wobei y_N der negativste Wert sein soll, den y im Verlauf der Rechnung annehmen kann.

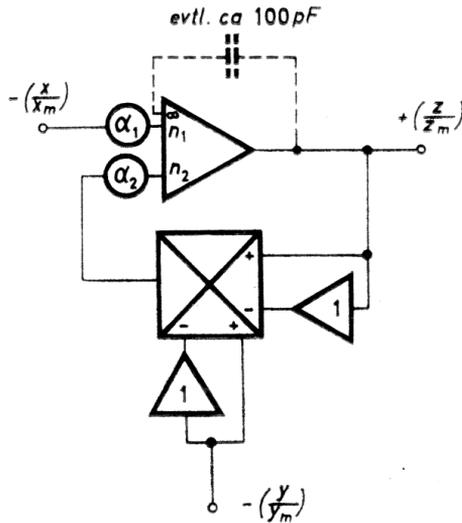
Bemerkungen

Für $by < (-1)$ ist die Schaltung übersteuert bzw. instabil.

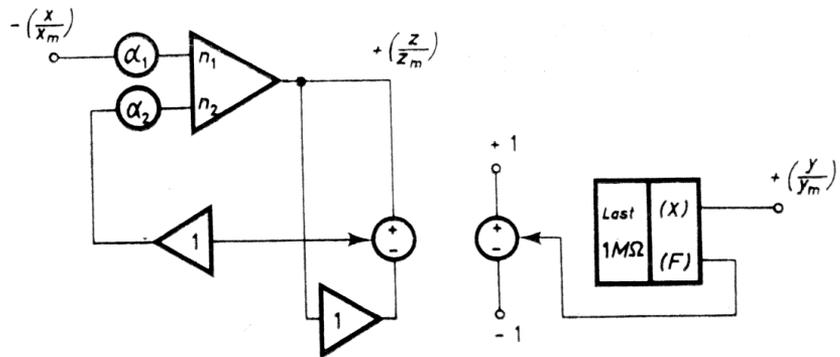
Wenn $\alpha_2 n_2 \left(\frac{y}{y_m} \right)$ größer als etwa 1 wird, muß eine Beruhigungskapazität benutzt werden.

Genauigkeit der Schaltung bei Verwendung von Servomultiplikatoren oder Zwei-Parabel-Multiplikatoren besser als 1%.

SCHALTUNG 2. Gebrochen rationale Funktion $z = \frac{ax}{1-by}$ für $by < 1$ und $\text{sign } x$ beliebig, ($b > 0$).



oder



Ableitung und Normierung

Es gilt:

$$-\left(\frac{z}{z_m}\right) = -\alpha_1 n_1 \left(\frac{x}{x_m}\right) - \alpha_2 n_2 \left(\frac{y}{y_m}\right) \left(\frac{z}{z_m}\right),$$

$$\left(\frac{z}{z_m}\right) = \frac{\alpha_1 n_1 \left(\frac{x}{x_m}\right)}{1 - \alpha_2 n_2 \left(\frac{y}{y_m}\right)}.$$

Da

$$z = \frac{ax}{1-by} \quad \text{sein soll, folgt}$$

$$\alpha_1 n_1 = a \frac{x_m}{z_m},$$

$$\alpha_2 n_2 = by_{max}.$$

z_{max} kann frei gewählt werden innerhalb folgender Grenzen:

$$z_{max} \geq \frac{ax_{max}}{1-by_{max}} \quad \text{für } 0 < by < 1,$$

$$z_{max} \geq \frac{ax_{max}}{1+b|y_{min}|} \quad \text{für } by < 0.$$

Bemerkungen

Für $by > 1$ ist die Schaltung übersteuert. Wenn $\alpha_2 n_2 \left(\frac{y}{y_m} \right)$ größer als etwa 1 wird,

muß eine Beruhigungskapazität benutzt werden.

Genauigkeit der Schaltung besser als 1% bei Servo- oder Zwei-Parabel-Multiplikatoren.

SCHALTUNG 3. Bildung von gebrochenen Funktionen

Die Schaltung bildet Funktionen folgender Art:

$$s = \frac{x}{\pm k_1 y \pm k_2 u \pm \dots},$$

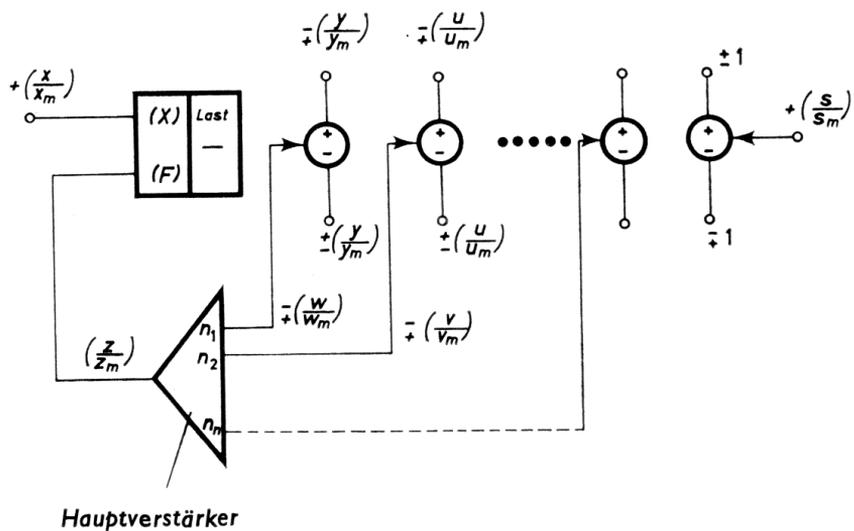
$$v = \frac{x \cdot u}{\pm k_1 y \pm k_2 u \pm \dots} = s \cdot u,$$

$$w = \frac{x \cdot y}{\pm k_1 y \pm k_2 u \pm \dots} = s \cdot y$$

usw.

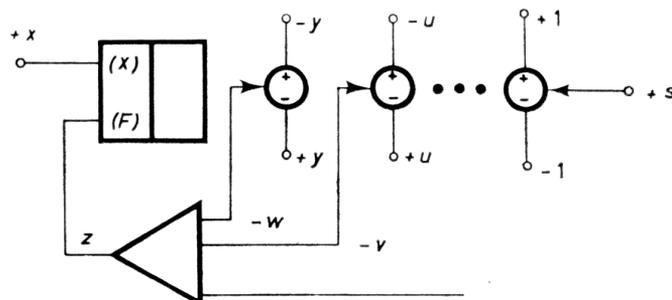
Vorzeichen des Gesamtenners beschränkt!

Schaltung allgemein:

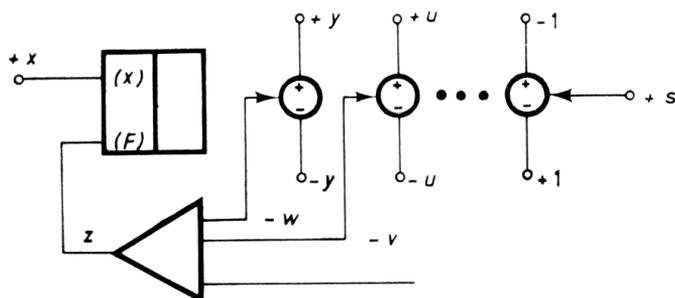


Verschiedene Prinzipschaltungen für verschiedene Fälle:

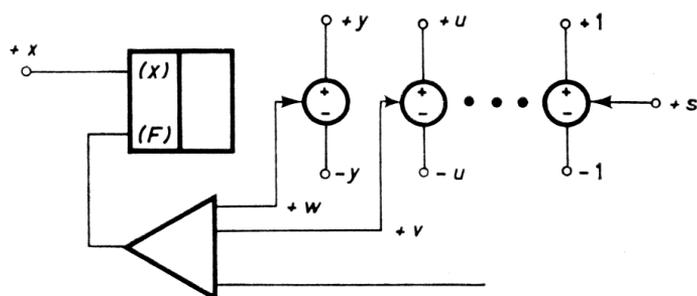
a. $s = \frac{x}{k_1 y + k_2 u + \dots}$ Nenner > 0



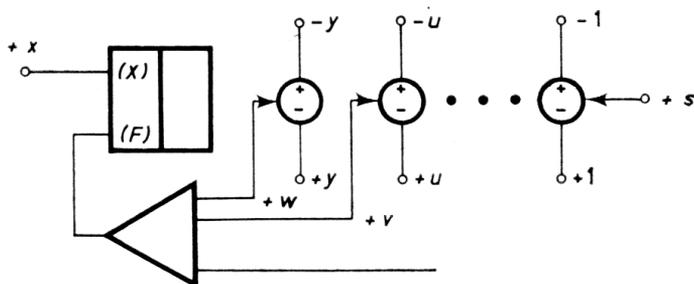
b. $s = \frac{x}{k_1 y + k_2 u + \dots}$ Nenner < 0



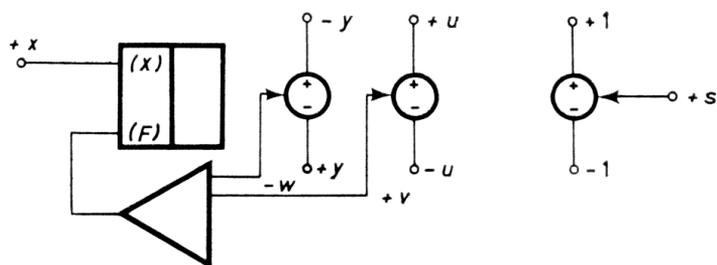
c. $s = \frac{x}{-k_1 y - k_2 u - \dots}$ Nenner > 0



d. $s = \frac{x}{-k_1 y - k_2 u - \dots}$ Nenner < 0



e. $s = \frac{x}{k_1 y - k_2 u}$ Nenner > 0



Ableitung und Normierung (für Schaltung a)

Der Multiplikator setzt automatisch gleich

$$\left(\frac{x}{x_m}\right) = \left(\frac{z}{z_m}\right).$$

Es ist aber

$$-\left(\frac{z}{z_m}\right) = -n_1\alpha\left(\frac{y}{y_m}\right) - n_2\alpha\left(\frac{u}{u_m}\right) - \dots$$

Aus beiden Gleichungen folgt die Potentiometerstellung α

$$\alpha = \left(\frac{s}{s_m}\right) = \frac{\left(\frac{x}{x_m}\right)}{n_1\left(\frac{y}{y_m}\right) + n_2\left(\frac{u}{u_m}\right) + \dots}$$

Ferner ist

$$\left(\frac{v}{v_m}\right) = \alpha\left(\frac{u}{u_m}\right) = \frac{\left(\frac{x}{x_m}\right)\left(\frac{u}{u_m}\right)}{n_1\left(\frac{y}{y_m}\right) + n_2\left(\frac{u}{u_m}\right) + \dots}$$

usw.

Normierungsbedingungen:

$$n_1 = k_1 y_m; \quad n_2 = k_2 u_m \quad \text{usw.}$$

$$s_m = x_m = z_m;$$

$$v_m = x_m \cdot u_m; \quad w_m = x_m \cdot y_m \quad \text{usw.}$$

Bemerkungen

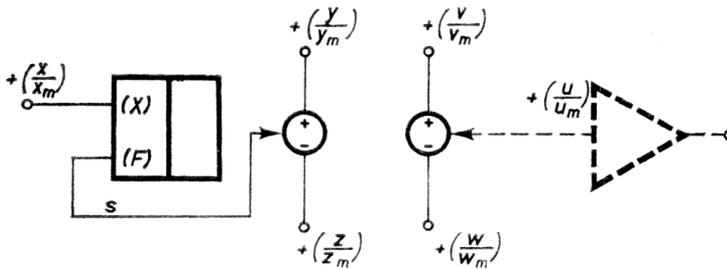
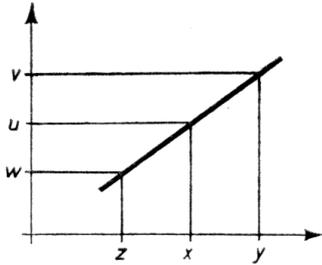
Wie die Schaltung angegeben ist, müssen $n_1 = n_2 = n_n$ sein, damit die Servopotentiometer alle gleiche Last haben; andernfalls müssen zwischen Schleifer und Eingänge des Hauptverstärkers zusätzliche Verstärker und Potentiometer geschaltet werden.

Die Genauigkeit ist bei $\left(\frac{y}{y_m}\right); \left(\frac{u}{u_m}\right) \dots > 0,1$ besser als 1%. AGC kann nicht benutzt werden.

SCHALTUNG 4. Interpolation

Es wird gebildet

$$u = w + (v - w) \frac{x - z}{y - z}$$



Ableitung und Normierung

Der Servomultiplikator setzt automatisch gleich:

$$\left(\frac{x}{x_m} \right) = s.$$

Weiter ist

$$s = \left(\frac{z}{z_m} \right) + \frac{\left(\frac{y}{y_m} \right) - \left(\frac{z}{z_m} \right)}{2} (1 + \alpha) = \left(\frac{x}{x_m} \right)$$

(α = Schleifer-Stellung, von Mitte gerechnet).

Hieraus ergibt sich

$$1 + \alpha = 2 \frac{\left(\frac{x}{x_m} \right) - \left(\frac{z}{z_m} \right)}{\left(\frac{y}{y_m} \right) - \left(\frac{z}{z_m} \right)}.$$

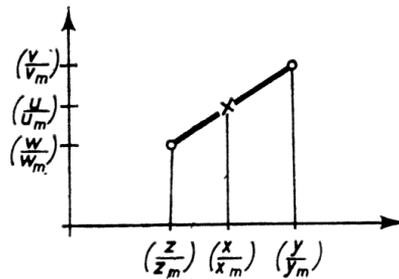
Ferner ist

$$\left(\frac{u}{u_m}\right) = \left(\frac{w}{w_m}\right) + \frac{\left(\frac{v}{v_m}\right) - \left(\frac{w}{w_m}\right)}{2} (1 + \alpha)$$

und mit obigem Ausdruck für α :

$$\left(\frac{u}{u_m}\right) = \left(\frac{w}{w_m}\right) + \left[\left(\frac{v}{v_m}\right) - \left(\frac{w}{w_m}\right) \right] \cdot \frac{\left(\frac{x}{x_m}\right) - \left(\frac{z}{z_m}\right)}{\left(\frac{y}{y_m}\right) - \left(\frac{z}{z_m}\right)}.$$

Dies entspricht z.B. der Errechnung eines interpolierten Wertes:



Bemerkungen

Die selbstverständlichen Bedingungen sind

$$\left(\frac{y}{y_m}\right) > \left(\frac{z}{z_m}\right),$$

$$\left(\frac{z}{z_m}\right) < \left(\frac{x}{x_m}\right) < \left(\frac{y}{y_m}\right).$$

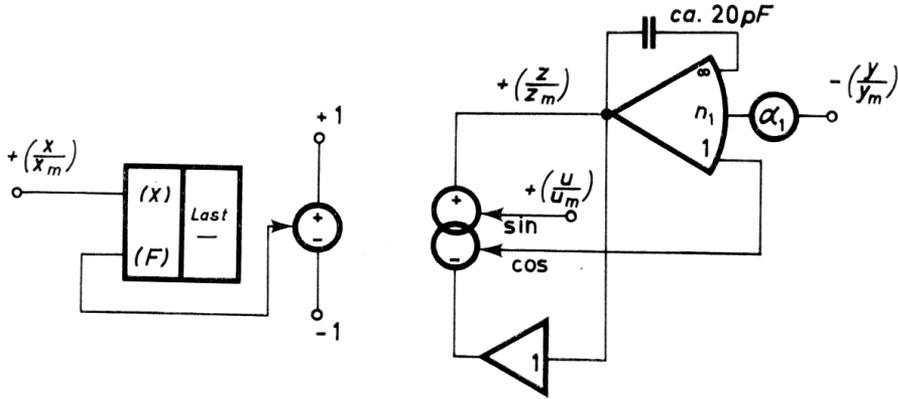
Der Fehler ist von $\left(\frac{y}{y_m}\right)$ und $\left(\frac{z}{z_m}\right)$ abhängig. Je kleiner $\left(\frac{y}{y_m}\right)$ und $\left(\frac{z}{z_m}\right)$, desto größer der Fehler.

Bei $\left(\frac{y}{y_m}\right)$ und $\left(\frac{z}{z_m}\right) > 0,1$ ist der Fehler etwa 1 bis 3%. AGC kann nicht benutzt werden.

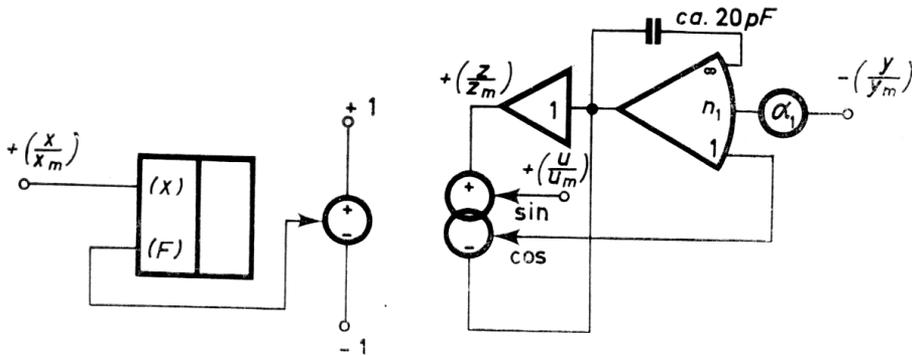
ABSCHNITT 6

SCHALTUNG 1. Bildung der Funktionen $u = y \cdot \operatorname{tg} x$ und $z = \frac{y}{\cos x}$

a) für $(-90^\circ) < x < 90^\circ$



b) für $90^\circ < x < 180^\circ$



Ableitung und Normierung

Wegen des offenen Verstärkers ist

$$\alpha_1 n_1 \left(\frac{y}{y_m} \right) = \left(\frac{z}{z_m} \right) \cos x.$$

Hieraus folgt

$$\left(\frac{z}{z_m} \right) = \alpha_1 n_1 \frac{\left(\frac{y}{y_m} \right)}{\cos x}.$$

Es soll sein

$$z = \frac{y}{\cos x}.$$

Die Normierungsbedingungen sind daher

$$x_m = 1,11\pi \quad \text{oder} \quad 200^\circ,$$

$$\alpha_1 n_1 = \frac{y_m}{z_m}.$$

Wenn $z_m = \frac{y_m}{(\cos x)_{\min}}$ gewählt wird, folgt

$$\alpha_1 n_1 = (\cos x)_{\min}.$$

An dem sin-Abgriff steht dann zur Verfügung

$$\begin{aligned} \left(\frac{u}{u_m} \right) &= \left(\frac{z}{z_m} \right) \sin x, \\ &= \alpha_1 n_1 \left(\frac{y}{y_m} \right) \operatorname{tg} x, \\ &= \frac{y_m}{z_m} \left(\frac{y}{y_m} \right) \operatorname{tg} x. \end{aligned}$$

Damit $u = y \operatorname{tg} x$ ist, ist die notwendige Normierung demnach

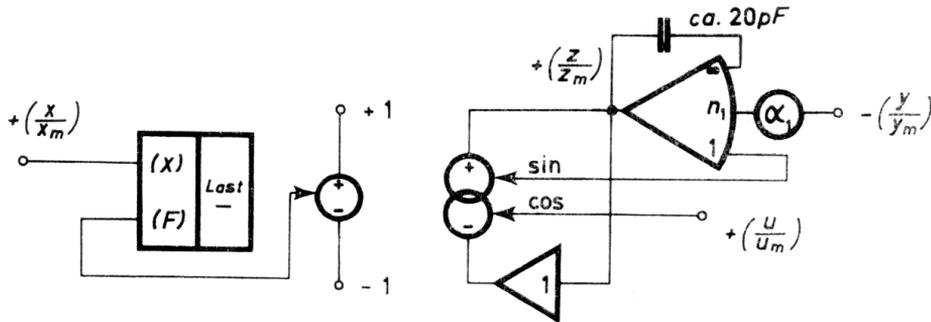
$$u_m = z_m.$$

Bemerkungen

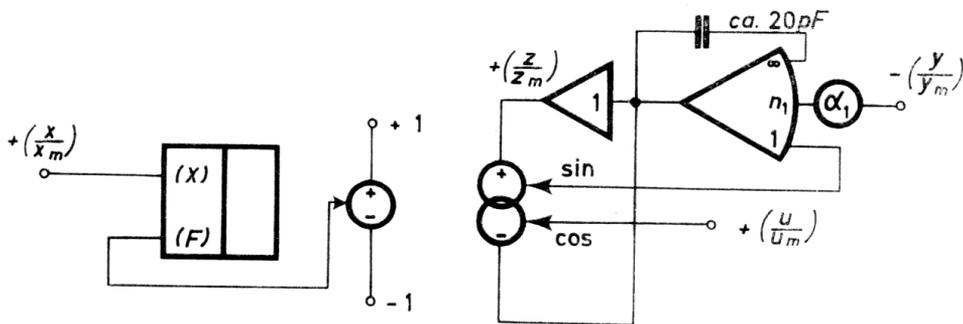
Bis $x = 70^\circ$ ist die Genauigkeit besser als 2%, für $x > 70^\circ$ steigt der Fehler an. Genauigkeit bei $x = 80^\circ$ z.B. nur ca. 8%.

SCHALTUNG 2. Bildung der Funktionen $u = y \cdot \text{ctg } x$ und $z = \frac{y}{\sin x}$

a) für $0 < x < 180^\circ$



b) für $0 > x > (-180^\circ)$



Ableitung und Normierung

Wegen des offenen Verstärkers ist

$$\alpha_1 n_1 \left(\frac{y}{y_m} \right) = \left(\frac{z}{z_m} \right) \sin x.$$

Hieraus folgt

$$\left(\frac{z}{z_m} \right) = \alpha_1 n_1 \frac{\left(\frac{y}{y_m} \right)}{\sin x}.$$

Die notwendige Normierung ist

$$x_m = 1,11\pi \quad \text{oder} \quad 200^\circ.$$

$$\alpha_1 n_1 = \frac{y_m}{z_m}.$$

Wenn $z_{\max} = \frac{y_m}{(\sin x)_{\min}}$ gewählt wird, folgt

$$\alpha_1 n_1 = (\sin x)_{\min}.$$

An dem cos-Abgriff steht dann zur Verfügung

$$\begin{aligned} \left(\frac{u}{u_m} \right) &= \left(\frac{z}{z_m} \right) \cos x \\ &= \alpha_1 n_1 \left(\frac{y}{y_m} \right) \operatorname{ctg} x. \end{aligned}$$

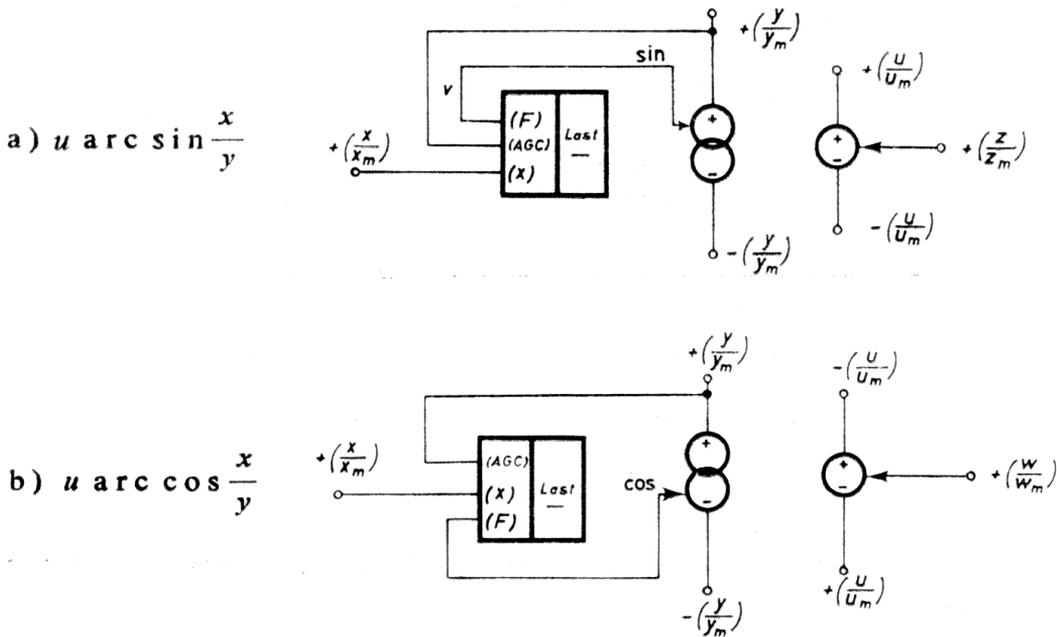
Notwendige Normierung:

$$u_m = z_m.$$

Bemerkungen

Genauigkeit besser als 2% für $|x| > 20^\circ$. Unter $|x| \leq 20^\circ$ steigt der Fehler stark an und kann z.B. bei $x = 10^\circ$ bis zu 8% betragen.

SCHALTUNG 3. Bildung der Funktionen $z = u \cdot \arcsin \frac{x}{y}$ und $w = u \cdot \arccos \frac{x}{y}$



Ableitung und Normierung

Der Servomultiplikator setzt automatisch gleich $\left(\frac{x}{x_m}\right) = v$,

$$v = \left(\frac{y}{y_m}\right) \sin \alpha \quad (\alpha = \text{Schleifer-Stellung}).$$

Hieraus folgt: $\alpha = \arcsin \frac{\left(\frac{x}{x_m}\right)}{\left(\frac{y}{y_m}\right)}$;

und $\left(\frac{z}{z_m}\right) = \left(\frac{u}{u_m}\right) \cdot \alpha = \left(\frac{u}{u_m}\right) \arcsin \frac{\left(\frac{x}{x_m}\right)}{\left(\frac{y}{y_m}\right)}$.

Notwendige Normierung:

$$x_m = y_m, \\ z_m = u_m \cdot 1,11\pi \quad \text{oder} \quad z_m = u_m \cdot 200^\circ,$$

je nachdem, ob z in Bogen oder Grad ausgegeben werden soll.

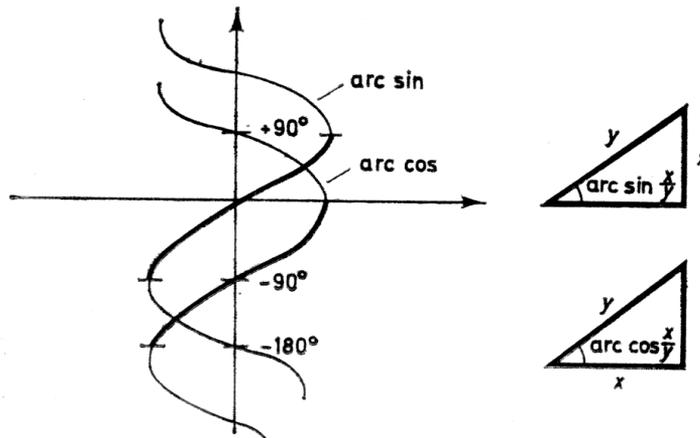
Wenn statt des sin-Abgriffes der cos-Abgriff nach F zurückgeführt wird, erhält man

$$\left(\frac{w}{w_m}\right) = \left(\frac{u}{u_m}\right) \arccos \frac{\left(\frac{x}{x_m}\right)}{\left(\frac{y}{y_m}\right)}$$

mit denselben Normierungsbedingungen wie oben.

Bemerkungen

Die Funktionen arc sin und arc cos sind vieldeutig.



Bei der Bildung von arc sin wird nur der Bereich $\pm 90^\circ$ genutzt, und zwar ist bei stets positivem y

$$\text{bei positivem } x \quad 0 \leq \varphi \leq 90^\circ,$$

$$\text{bei negativem } x \quad 0 \geq \varphi \geq (-90^\circ)$$

(φ = Winkelstellung der sin/cos - Potentiometer).

Bei der Bildung von arc cos wird nur der Bereich 0° bis -180° genutzt (im Bereich 0 bis $+180^\circ$) kann der Servo nicht stabil abgleichen, siehe Bemerkung in Teil A), und zwar ist bei stets positivem y

$$\text{bei positivem } x \quad 0 \leq \varphi \leq -90^\circ,$$

$$\text{bei negativem } x \quad (-90^\circ) \geq \varphi \geq (-180^\circ).$$

(Bei den eingezeichneten Vorzeichen und Anschlüssen von u wird der arc cos jedoch positiv angezeigt.)

Zum Betrieb der Schaltungen gilt folgendes:

Die Benutzung von AGC in der angegebenen Weise ist zweckmäßig. Die AGC-Spannung muß stets positiv sein. Bei Benutzung von AGC müssen Verstärkung und Dämpfung des Servos neu eingestellt werden.

Die Genauigkeit beider Schaltungen liegt bei 1 bis 3% mit Ausnahme der Bereiche um

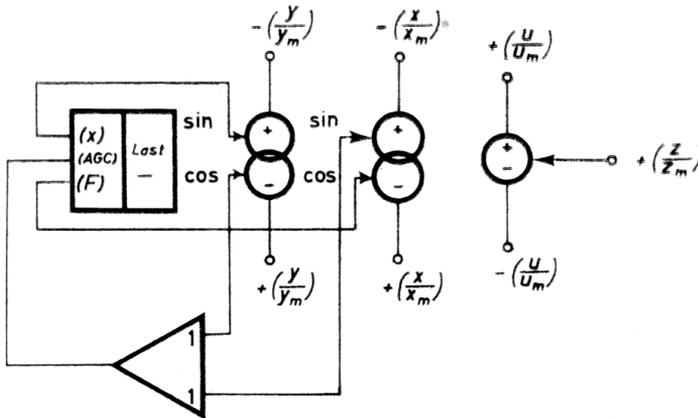
$$\begin{array}{ll} \pm 90^\circ & \text{bei arc sin,} \\ 0 \text{ und } -180^\circ & \text{bei arc cos,} \end{array}$$

wo der Fehler sehr stark ansteigt.

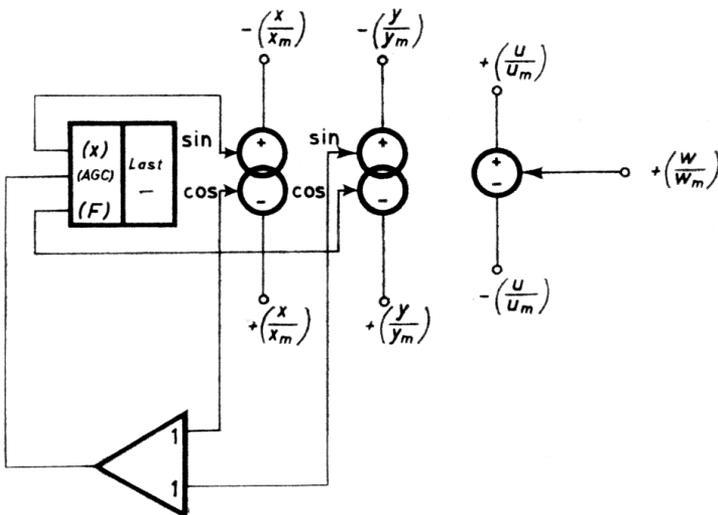
Bei $\left(\frac{y}{y_m}\right) < 0,1$ steigt der Fehler trotz AGC ebenfalls stark an.

SCHALTUNG 4. Bildung der Funktionen $z = u \cdot \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$ und $w = u \cdot \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$

a) $z = u \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$



b) $w = u \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$



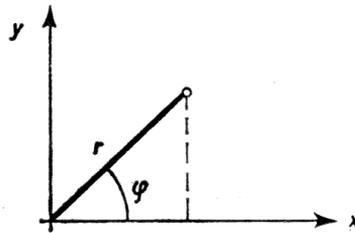
Genauere Beschreibung für beide Schaltungen, siehe unter Koordinatentransformation:
Abschnitt 7, Schaltung 1.

ABSCHNITT 7

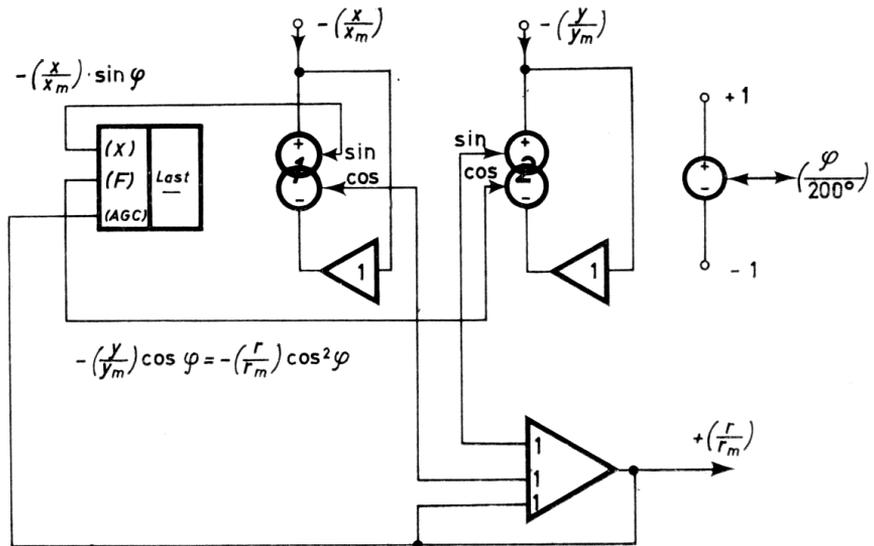
SCHALTUNG 1. Koordinatentransformation, Rechtwinklige Koordinaten in Polarkoordinaten

Gegeben: $x; y,$

zu errechnen: $r; \varphi.$



$$r = \sqrt{x^2 + y^2}; \quad \varphi = \arctg \frac{y}{x}$$



Ableitung und Normierung

Der Resolver setzt automatisch gleich

$$\left(\frac{x}{x_m}\right) \sin z = \left(\frac{y}{y_m}\right) \cos z,$$

wobei z die Stellung der Schleifer ist.

Es ist also

$$z = \arctg \frac{\left(\frac{y}{y_m}\right)}{\left(\frac{x}{x_m}\right)}, \quad (1)$$

und

$$z = \varphi \quad \text{sofern} \quad x_m = y_m. \quad (2)$$

φ ist zu normieren auf 200° oder $1,11\pi$.

Ferner ist nach der Schaltung

$$\left(\frac{r}{r_m}\right) = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{x}{x_m}\right) \cos z + \left(\frac{y}{y_m}\right) \sin z \right]. \quad (3)$$

Da

$$\sin \varphi = \frac{y}{r} \quad \text{und} \quad \cos \varphi = \frac{x}{r} \quad \text{ist, folgt mit (2) und unter Vorwegnahme}$$

von (4):

$$\sin z = \sin \varphi = \frac{\left(\frac{y}{y_m}\right)}{2\left(\frac{r}{r_m}\right)}; \quad \cos z = \cos \varphi = \frac{\left(\frac{x}{x_m}\right)}{2\left(\frac{r}{r_m}\right)}.$$

Dann ergibt sich für (3)

$$\left(\frac{r}{r_m}\right) = \frac{\left(\frac{x}{x_m}\right)^2}{4\left(\frac{r}{r_m}\right)} + \frac{\left(\frac{y}{y_m}\right)^2}{4\left(\frac{r}{r_m}\right)},$$

oder

$$\left(\frac{r}{r_m}\right) = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{x}{x_m}\right)^2 + \left(\frac{y}{y_m}\right)^2}.$$

Damit

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \text{ist, mu\ss}$$

$$x_m = y_m = \frac{r_m}{2} \quad \text{sein.} \quad (4)$$

Würde man $r_m = x_m = y_m$ wählen, so entfiere die direkte Gegenkopplung des Summierverstärkers, aber dann würde dieser Verstärker für $\left(\frac{x}{x_m}\right) = 1$ und gleichzeitig $\left(\frac{y}{y_m}\right) = 1$ übersteuert.

Ferner sind folgende Größen an den verschiedenen Bürsten der Potentiometer 1 und 2 abzugreifen:

Pot. 1 sin-Bürste:

$$-\left(\frac{x}{x_m}\right) \sin \varphi = -\left(\frac{r}{r_m}\right) \sin \varphi \cos \varphi,$$

da

$$\left(\frac{x}{x_m}\right) = \left(\frac{r}{r_m}\right) \cos \varphi.$$

Pot. 1 cos-Bürste:

$$-\left(\frac{x}{x_m}\right) \cos \varphi = -\left(\frac{r}{r_m}\right) \cos^2 \varphi.$$

Pot. 2 sin-Bürste:

$$-\left(\frac{y}{y_m}\right) \sin \varphi = -\left(\frac{r}{r_m}\right) \sin^2 \varphi,$$

da

$$\left(\frac{y}{y_m}\right) = \left(\frac{r}{r_m}\right) \sin \varphi.$$

Pot. 2 cos-Bürste:

$$-\left(\frac{y}{y_m}\right) \cos \varphi = -\left(\frac{r}{r_m}\right) \sin \varphi \cos \varphi.$$

Bemerkungen

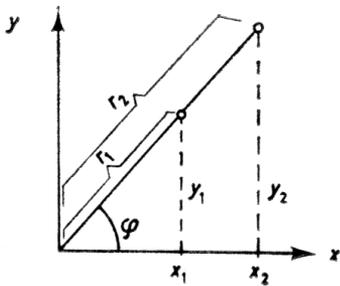
Bei Benutzung von *AGC* müssen Verstärkung und Dämpfung des Resolvers im Vergleich zum Betrieb ohne *AGC* neu eingestellt werden. Die Benutzung von *AGC* ist sehr zu empfehlen. Der relative Fehler bei der Errechnung von r und φ liegt bei ca. 1%.

Bei kleinen $\left(\frac{r}{r_m}\right)$ ist wegen der *AGC* – welche für große $\left(\frac{r}{r_m}\right)$ eingestellt wird – die Verstärkung zu schwach, daher treten größere Fehler auf, wenn $\left(\frac{r}{r_m}\right) < 0,05$ ist

(Fehler bis ca. 3%). Noch ungünstiger ist es, wenn zusätzlich zu kleinem $\left(\frac{r}{r_m}\right)$ der Winkel φ im Bereich 0 oder 180° liegt, Fehler in φ und r bis 20% sind dann möglich.

Die Koordinatenumwandlung ist nur bis $(-180^\circ) \leq \varphi \leq 180^\circ$ möglich wegen der Art des Abgriffs von φ . Ein Winkel $+270^\circ$ wird z.B. als -90° interpretiert. Würde man für den Abgriff von φ ein n -gängiges Potentiometer benutzen, könnte man auch $\varphi = \pm n 180^\circ$ abgreifen.

SCHALTUNG 2. Koordinatentransformation,
Polarkoordinaten in rechtwinklige Koordinaten



Gegeben:

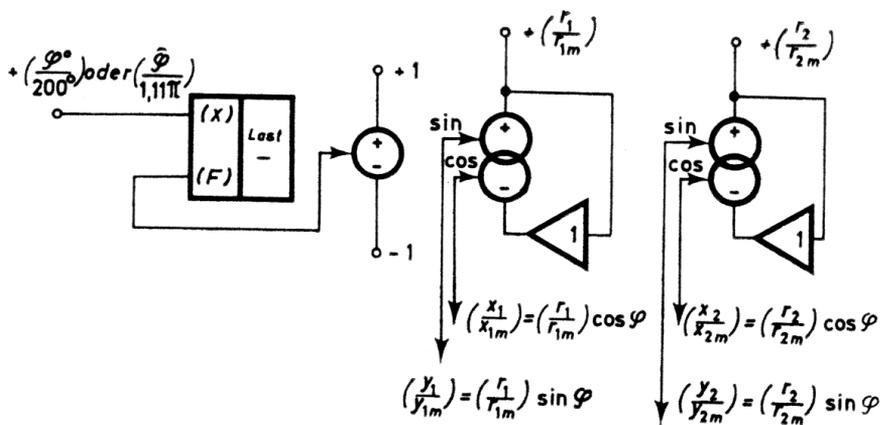
$$r_1; \quad \varphi,$$

$$r_2; \quad \varphi,$$

zu errechnen:

$$x_1; \quad y_1,$$

$$x_2; \quad y_2.$$



Normierung

$$r_{1m} = x_{1m} = y_{1m},$$

$$r_{2m} = x_{2m} = y_{2m},$$

$$\varphi_m = 200^\circ \quad \text{oder} \quad 1,11\pi.$$

Bemerkungen

Die Genauigkeit ist für beliebige φ und r besser als 1%.

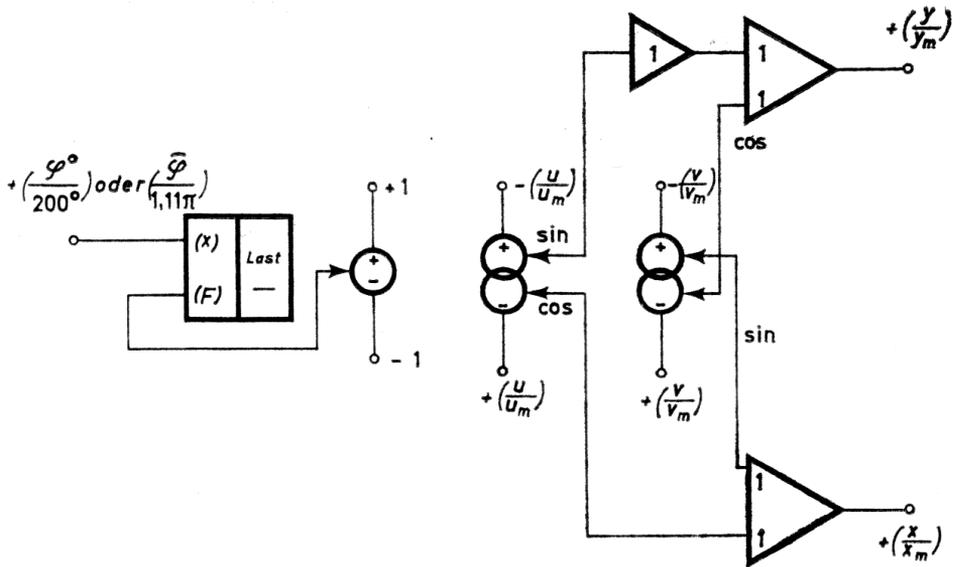
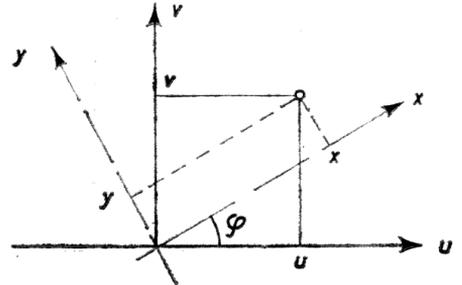
**SCHALTUNG 3. Koordinatentransformation,
Drehung des Koordinatensystems**

Gegeben:

$$u; \quad v; \quad \varphi,$$

zu errechnen:

$$x; \quad y.$$



Ableitung und Normierung

Die Beziehungen zwischen den gegeneinander verdrehten Koordinatensystemen sind gegeben durch:

$$x = u \cos \varphi + v \sin \varphi,$$

$$y = -u \sin \varphi + v \cos \varphi;$$

normiert:

$$\left(\frac{x}{x_m}\right) = \left(\frac{u}{u_m}\right) \cos \varphi + \left(\frac{v}{v_m}\right) \sin \varphi,$$

$$\left(\frac{y}{y_m}\right) = -\left(\frac{u}{u_m}\right) \sin \varphi + \left(\frac{v}{v_m}\right) \cos \varphi.$$

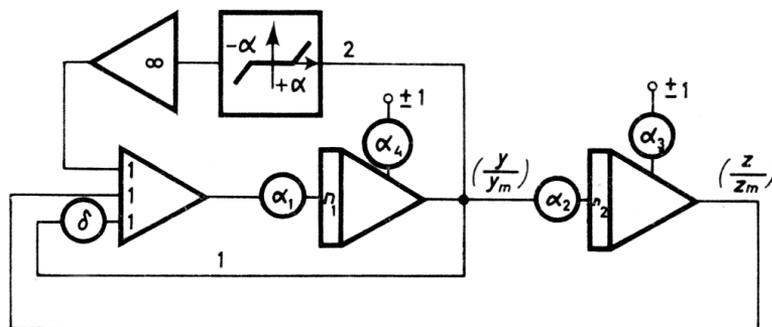
Notwendigerweise muß $x_m = y_m = u_m = v_m$ sein. Andere Verstärkereingänge als 1 sind nicht möglich, da die sin/cos-Potentiometer für eine Belastung von 1 M Ω gewickelt sind.

Bemerkungen

Genauigkeit für beliebige Werte von φ ; u ; v besser als 1%, ausgenommen solche Wertekombinationen, bei denen x oder y Null sein sollen (z.B. $\varphi = \pm 45^\circ$; $u = v = 1$ soll y bzw. $x = \text{Null}$ ergeben, ist jedoch fehlerhaft wegen unvermeidlicher Abgleichfehler der Servo-Potentiometer u.ä.).

ABSCHNITT 8

SCHALTUNG 1. Erzeugung von $y = a \cdot \sin(\omega t + \varphi)$ und $z = a \cdot \cos(\omega t + \varphi)$ mit Amplitudenstabilisierung



$$\left(\frac{y}{y_m}\right) = \frac{a}{y_m} \sin\left(\frac{\omega}{\beta} \bar{t} + \varphi\right); \quad \left(\frac{z}{z_m}\right) = \frac{a}{z_m} \cos\left(\frac{\omega}{\beta} \bar{t} + \varphi\right)$$

Ableitung und Normierung mit Zeittransformation

Zunächst wird die Schaltung ohne die Zweige 1 und 2 betrachtet. Man will die Funktionen

$$y = a \sin(\omega t + \varphi) \quad \text{und} \quad (1)$$

$$z = a \cos(\omega t + \varphi) \quad (2)$$

erzeugen.

Durch Differenzieren erhält man

$$\dot{y} = \omega a \cos(\omega t + \varphi) = \omega z,$$

$$\dot{z} = -\omega a \sin(\omega t + \varphi) = -\omega y,$$

bzw.

$$y = \int_0^t \omega z \, dt + y(0); \quad y(0) = a \sin \varphi, \quad (3)$$

$$z = \int_0^t -\omega y \, dt + z(0); \quad z(0) = a \cos \varphi. \quad (4)$$

In normierter Form und mit einer Zeittransformation $\bar{t} = \beta \cdot t$ gehen die Gleichungen (3) und (4) über in

$$\left(\frac{y}{y_m}\right) = \int_0^{\bar{t}} \frac{\omega}{\beta} \frac{z_m}{y_m} \left(\frac{z}{z_m}\right) d\bar{t} + \left(\frac{a \sin \varphi}{y_m}\right), \quad (5)$$

$$\left(\frac{z}{z_m}\right) = \int_0^{\bar{t}} -\frac{\omega}{\beta} \frac{y_m}{z_m} \left(\frac{y}{y_m}\right) d\bar{t} + \left(\frac{a \cos \varphi}{z_m}\right). \quad (6)$$

Aus diesen beiden Beziehungen entsteht die angegebene Schaltung ohne die Zweige 1 und 2. Da die Schaltung liefert

$$\begin{aligned} \left(\frac{y}{y_m}\right) &= \int_0^{\bar{t}} \alpha_1 n_1 \left(\frac{z}{z_m}\right) d\bar{t} + \alpha_4, \\ -\left(\frac{z}{z_m}\right) &= \int_0^{\bar{t}} \alpha_2 n_2 \left(\frac{y}{y_m}\right) d\bar{t} + \alpha_3, \end{aligned}$$

ergeben sich die notwendigen Einstellungen von $\alpha_v n_v$, wie folgt

$$\begin{aligned} \alpha_1 n_1 &= \frac{\omega}{\beta} \frac{z_m}{y_m}, & \alpha_2 n_2 &= \frac{\omega}{\beta} \frac{y_m}{z_m}, \\ \alpha_3 &= \frac{a \cos \varphi}{z_m}, & \alpha_4 &= \frac{a \sin \varphi}{y_m}, & \alpha &= \frac{a}{y_m}. \end{aligned}$$

Normalerweise wird man $y_m = z_m$ machen.

Betrachtung der Amplitudenstabilisierung, Zweige 1 und 2:

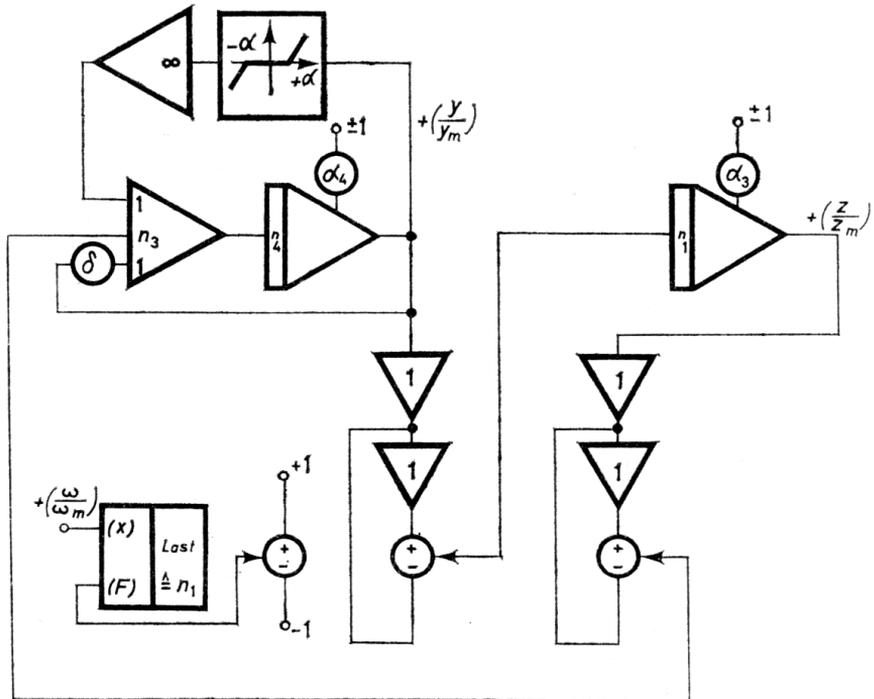
Durch die positive Rückkopplung über Zweig 1 kann die stets vorhandene natürliche Dämpfung der Amplitude von $\left(\frac{y}{y_m}\right)$ und damit auch $\left(\frac{z}{z_m}\right)$ beseitigt werden. Man stellt δ so ein, daß die Amplituden von $\left(\frac{y}{y_m}\right)$ und $\left(\frac{z}{z_m}\right)$ mit der Zeit leicht zunehmen (δ ca. 0,002).

Die tote Zone – Zweig 2 – wird so eingestellt, daß $\alpha = \frac{a}{y_m}$ ist. Sobald die Amplitude von y infolge der kleinen Mitkopplung δ über ihren Sollwert wachsen will, setzt über Zweig 2 eine Dämpfung ein, so daß insgesamt die Amplitude auf dem Wert a bzw. $\frac{a}{y_m}$ gehalten wird. Die Einstellung von δ soll so sein, dass die Amplitude gerade konstant bleibt. Ein zu großes δ bringt nichtlineare Verzerrungen der sin-Form.

Bemerkungen

Die Schaltung hält die Amplitude auf besser als 1% konstant auch für kleinste Werte von $\alpha_1 n_1$, sofern δ sorgfältig nach Experiment eingestellt wurde.

Schaltung mit Servomultiplikator für $\omega(t) < \omega^*$, ($\omega^* =$ Grenzfrequenz des Servos)



$$\left(\frac{y}{y_m}\right) = \left(\frac{a}{y_m}\right) \sin \left(\int_0^t \frac{\omega}{\beta} d\bar{t} + \varphi \right); \quad \left(\frac{z}{z_m}\right) = \frac{a}{z_m} \cos \left(\int_0^t \frac{\omega}{\beta} d\bar{t} + \varphi \right)$$

$$n_3 n_1 = n_1 = \frac{\omega_m}{\beta};$$

$$y_m = z_m \text{ Bedingung}$$

$$\alpha_3 = \frac{a \cos \varphi}{z_m}$$

$$\alpha_1 = \frac{a \sin \varphi}{y_m}$$

$$\alpha = \frac{a}{y_m}$$

δ ca. $0,002 \div 0,005$ nach Versuch einzustellen. Eingangswiderstände von n_1 und n_3 müssen gleich sein.

Ableitung und Normierung mit Zeittransformation

Die Schaltung mit elektronischen Multiplikatoren wird zunächst ohne die Zweige 1 und 2 betrachtet.

Man will die Funktionen

$$y = a \sin \left[\left(\int_0^t \omega(t) dt \right) + \varphi \right] = a \sin (\alpha(t) + \varphi), \quad (1)$$

$$z = a \cos \left[\left(\int_0^t \omega(t) dt \right) + \varphi \right] = a \cos (\alpha(t) + \varphi) \quad (2)$$

erzeugen.

Durch Differenzieren erhält man

$$\dot{y} = a\omega(t) \cos \left[\left(\int_0^t \omega(t) dt \right) + \varphi \right] = \omega z,$$

$$\dot{z} = -a\omega(t) \sin \left[\left(\int_0^t \omega(t) dt \right) + \varphi \right] = -\omega y,$$

bzw.

$$y = \int_0^t \omega(t)z dt + y(0); \quad y(0) = a \sin \varphi, \quad (3)$$

$$z = \int_0^t -\omega(t)y dt + z(0); \quad z(0) = a \cos \varphi. \quad (4)$$

In normierter Form und mit einer Zeittransformation $\bar{t} = \beta \cdot t$ gehen die Gleichungen (3) und (4) über in

$$\left(\frac{y}{y_m} \right) = \int_0^{\bar{t}} \frac{\omega_m z_m}{y_m \beta} \left(\frac{\omega}{\omega_m} \right) \left(\frac{z}{z_m} \right) d\bar{t} + \frac{a \sin \varphi}{y_m}, \quad (5)$$

$$\left(\frac{z}{z_m} \right) = - \int_0^{\bar{t}} \frac{\omega_m y_m}{z_m \beta} \left(\frac{\omega}{\omega_m} \right) \left(\frac{y}{y_m} \right) d\bar{t} + \frac{a \cos \varphi}{z_m}. \quad (6)$$

Aus diesen beiden Beziehungen entsteht die angegebene Schaltung ohne die Zweige 1 und 2.

Eine Analyse der Schaltung liefert (ohne diese Zweige)

$$\left(\frac{y}{y_m} \right) = \int_0^{\bar{t}} \alpha_1 n_1 \left(\frac{\omega}{\omega_m} \right) \left(\frac{z}{z_m} \right) d\bar{t} + \alpha_4, \quad (7)$$

$$- \left(\frac{z}{z_m} \right) = \int_0^{\bar{t}} \alpha_2 n_2 \left(\frac{\omega}{\omega_m} \right) \left(\frac{y}{y_m} \right) d\bar{t} + \alpha_3. \quad (8)$$

Aus einem Vergleich der Gleichungen (5) bis (8) ergibt sich

$$\alpha_1 n_1 = \frac{\omega_m z_m}{y_m \beta}, \quad \alpha_2 n_2 = \frac{\omega_m y_m}{z_m \beta},$$

$$\alpha_3 = \frac{a \cos \varphi}{z_m}, \quad \alpha_4 = \frac{a \sin \varphi}{y_m},$$

$$\alpha = \frac{a}{y_m}.$$

Normalerweise wird man $y_m = z_m$ machen.

Die Einstellungen für die Schaltungen mit Servomultiplikatoren sind auf den jeweiligen Blättern angegeben.

Die Amplitudenstabilisierung arbeitet wie bei Abschnitt 8, Schaltung 1 angegeben.

Bemerkungen

Bei $\left(\frac{\omega}{\omega_m}\right) > 0,1$ und $\alpha_1 n_1 > 0,1$ hält die Schaltung die Amplitude auf besser als 1% konstant. Dies gilt sowohl bei Verwendung von elektronischen wie von Servomultiplikatoren.

Bei kleineren $\left(\frac{\omega}{\omega_m}\right)$ bzw. $\alpha_1 n_1$ treten auch bei sorgfältiger Einstellung von δ zunehmende Amplitudenfehler auf (bis 10%), vornehmlich bei Verwendung elektronischer Multiplikatoren. Sie sind vor allem zurückzuführen auf Ungenauigkeiten der Multiplikatoren.

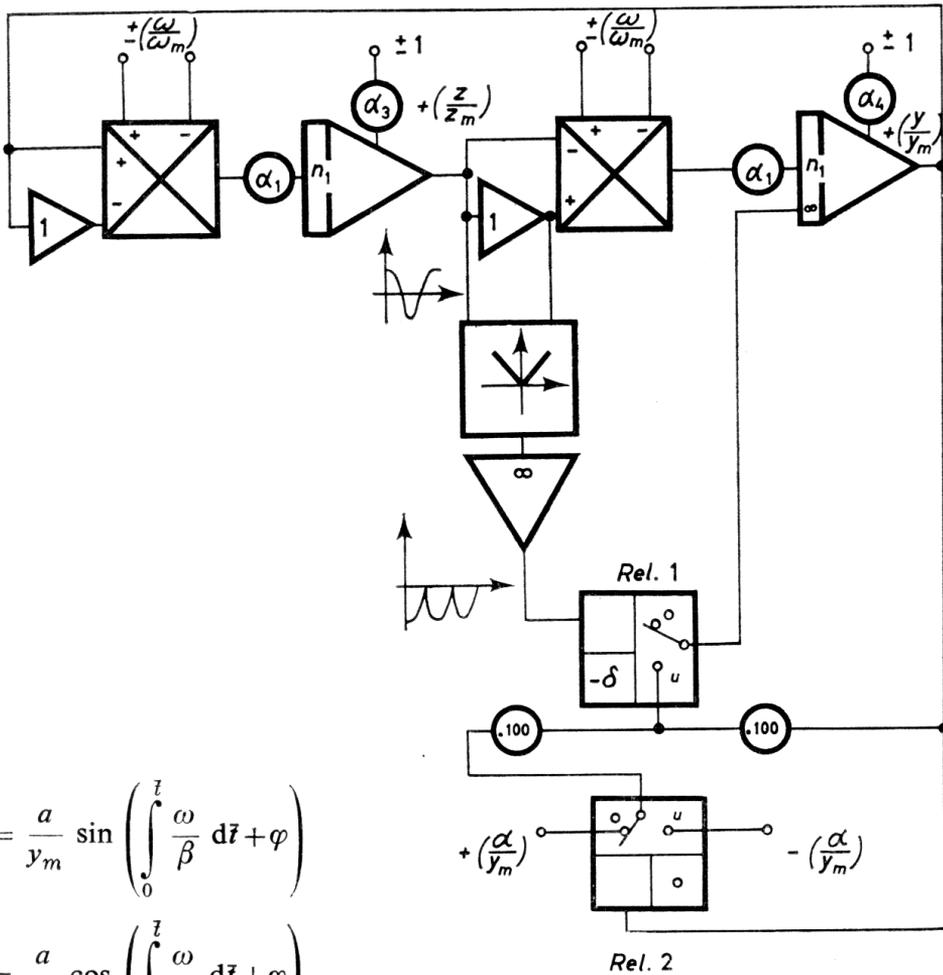
Wenn die Schaltung den Ansprüchen auf Amplitudenkonstanz nicht genügt, wird die nach Abschnitt 8, Schaltung 4 empfohlen.

Auch bei sehr großen sprungförmigen Änderungen von $\left(\frac{\omega}{\omega_m}\right)$ wird die Amplitude innerhalb der angegebenen Genauigkeit gehalten.

Zu beachten ist noch, dass bei Verwendung elektronischer Multiplikatoren und $\left(\frac{\omega}{\omega_m}\right) < 0,2$ die Sinusform verzerrt wird. Bei $\left(\frac{\omega}{\omega_m}\right) < 0,1$ verzerren auch Servomultiplikatoren die Kurvenform leicht.

Ein für $\left(\frac{\omega}{\omega_m}\right) \approx 0,5$ eingestelltes δ ist gut für $\left(\frac{\omega}{\omega_m}\right) > 0,1$; darunter treten Kurvenformverzerrungen auf, wenn δ nicht nachgestellt wird.

SCHALTUNG 3. Erzeugung von $y = a \sin \left(\int_0^t \omega dt + \varphi \right)$ und
 $z = a \cos \left(\int_0^t \omega dt + \varphi \right)$ mit Amplitudenstabilisierung



$$\left(\frac{y}{y_m} \right) = \frac{a}{y_m} \sin \left(\int_0^t \frac{\omega}{\beta} d\tau + \varphi \right)$$

$$\left(\frac{z}{z_m} \right) = \frac{a}{z_m} \cos \left(\int_0^t \frac{\omega}{\beta} d\tau + \varphi \right)$$

$y_m = z_m$ Bedingung

$$\alpha_1 n_1 = \frac{\omega_m}{\beta}$$

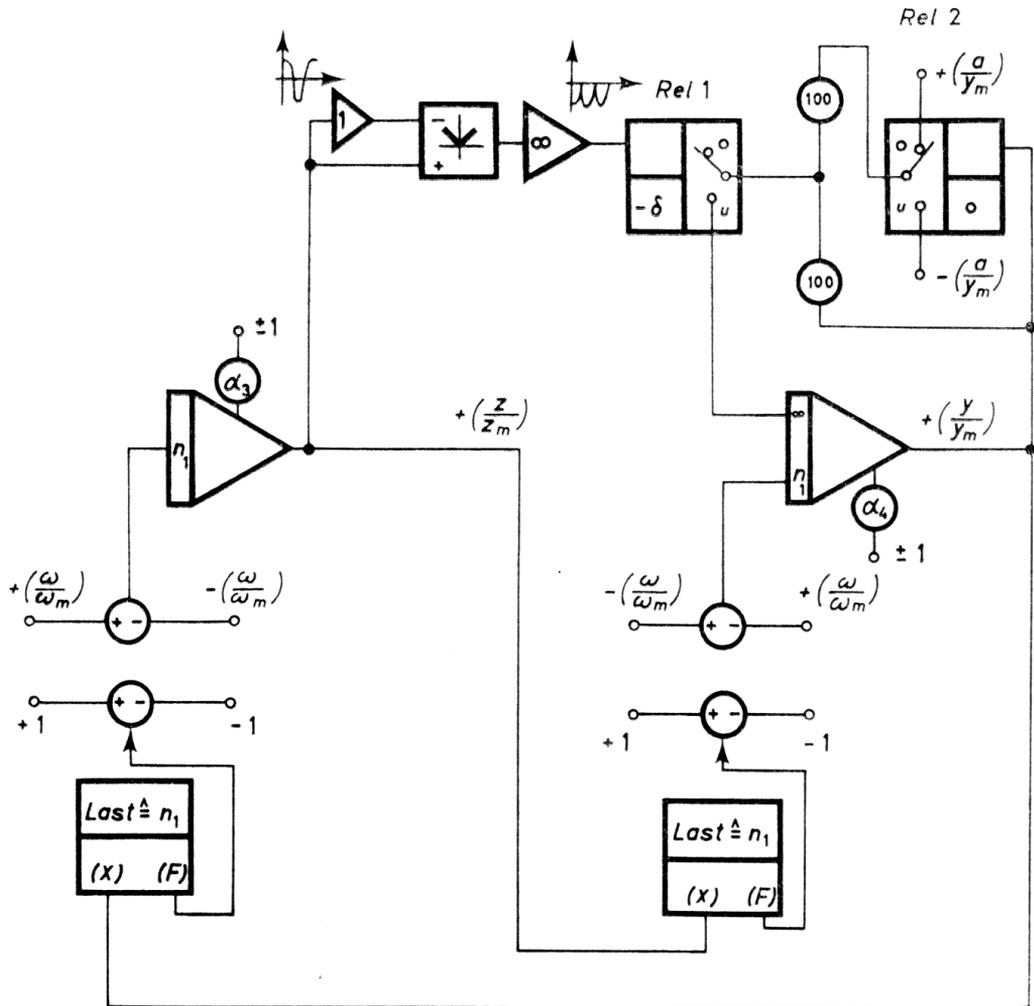
$$\alpha_3 = \frac{a}{z_m} \cos \varphi$$

$$\alpha_4 = \frac{a}{y_m} \sin \varphi$$

$$\delta \approx 0,010$$

Bei diesem Relais ist zu beachten, daß $\pm \left(\frac{a}{y_m} \right)$ u.U. $\pm 100V$ sein kann und es muß geprüft werden, ob die Kontakte nicht evtl. einen Kurzschluß verursachen, wenn $\pm 100V$ angelegt werden (zu kleiner Kontaktabstand und Schaltfunken!)

Schaltung mit Servomultiplikatoren



$$\left(\frac{y}{y_m}\right) = \frac{a}{y_m} \sin \left(\int_0^t \frac{\omega}{\beta} d\bar{t} + \varphi \right);$$

$y_m = z_m$ Bedingung

$$\left(\frac{z}{z_m}\right) = \frac{a}{z_m} \cos \left(\int_0^t \frac{\omega}{\beta} d\bar{t} + \varphi \right);$$

$$n_1 = \frac{\omega_m}{\beta}$$

$$\alpha_3 = \frac{a}{z_m} \cos \varphi; \quad \alpha_4 = \frac{a}{y_m} \sin \varphi; \quad \delta \approx 0,010.$$

Für langsame Änderungen von $\frac{\omega}{\beta}$ kann die Schaltung mit nur einem Servomultiplikator aufgebaut werden; vgl. auch Abschnitt 8, Schaltung 2.

Die Wirkungsweise des Schaltungsteils ohne Stabilisierung ist bereits bei Abschnitt 8, Schaltung 2 beschrieben.

Wirkungsweise der Stabilisierung

Bei jedem Nulldurchgang der cos-Funktion wird mit Rel 2 an dem mit $\left(\frac{y}{y_m}\right)$ bezeichneten Integrator die exakte Amplitude (Maximum oder Minimum) der sin-Funktion bei $\left(\frac{y}{y_m}\right)$ hergestellt. Im Einzelnen ist die Wirkungsweise wie folgt:

Die Betragskennlinie hat als Eingangsgröße die cos-Funktion. Wenn der Cosinus dem Betrag nach kleiner als der Wert δ wird, schließt Relais 1. Zu dieser Zeit hat $\left(\frac{y}{y_m}\right)$ den Wert $\pm\left(\frac{a}{y_m}\right)$ (evtl. mit kleinem Fehler). Sobald Relais 1 kurzzeitig schließt, wird bei $\left(\frac{y}{y_m}\right)$ der Wert $\pm\left(\frac{a}{y_m}\right)$ — also der exakte Extremwert — über den ∞ — Eingang des zweiten Integrators hergestellt. Mit Relais 2 wird die Spannung umgepolt. Die Amplitudenkorrektur findet also im Extremwert jeder Sinus-Halbwelle statt.

Bemerkungen

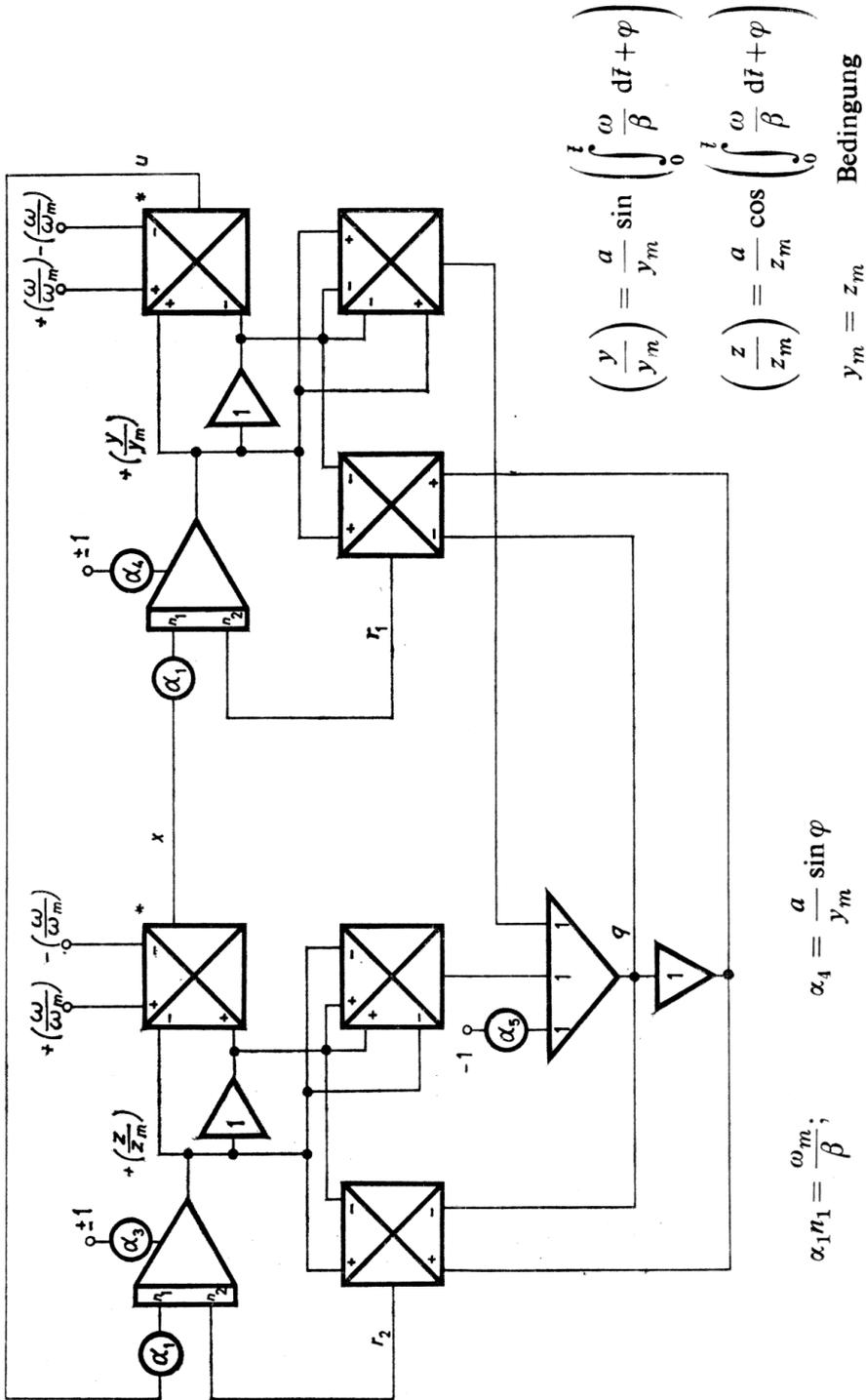
Bei sorgfältiger Einstellung der Relais und der Werte $\left(\frac{a}{y_m}\right)$ arbeitet die Schaltung bis zu *kleinsten* Werten $\left(\frac{\omega}{\omega_m}\right)$ mit einer Amplitudenkonstanz besser 2%, und zwar

a) bei Benutzung von elektronischen Multiplikatoren bis herunter zu etwa $\left(\frac{\omega}{\omega_m}\right) \approx 0,1$,

b) bei Benutzung von Servomultiplikatoren bis herunter zu etwa $\left(\frac{\omega}{\omega_m}\right) \approx 0,01$.

Für Werte $\left(\frac{\omega}{\omega_m}\right)$ kleiner als die angegebenen wird der Fehler grösser als 2%; für große $\left(\frac{\omega}{\omega_m}\right)$ ist lediglich die obere Grenzfrequenz der Servomultiplikatoren zu beachten. Mit elektronischen Multiplikatoren kann $\left(\frac{\omega}{\omega_m}\right)$ praktisch beliebig groß gemacht werden.

SCHALTUNG 4. Erzeugung von $y = a \sin \left(\int_0^t \omega dt + \varphi \right)$ und $z = a \cos \left(\int_0^t \omega dt + \varphi \right)$
mit Amplitudenstabilisierung (Amplitude a veränderbar)

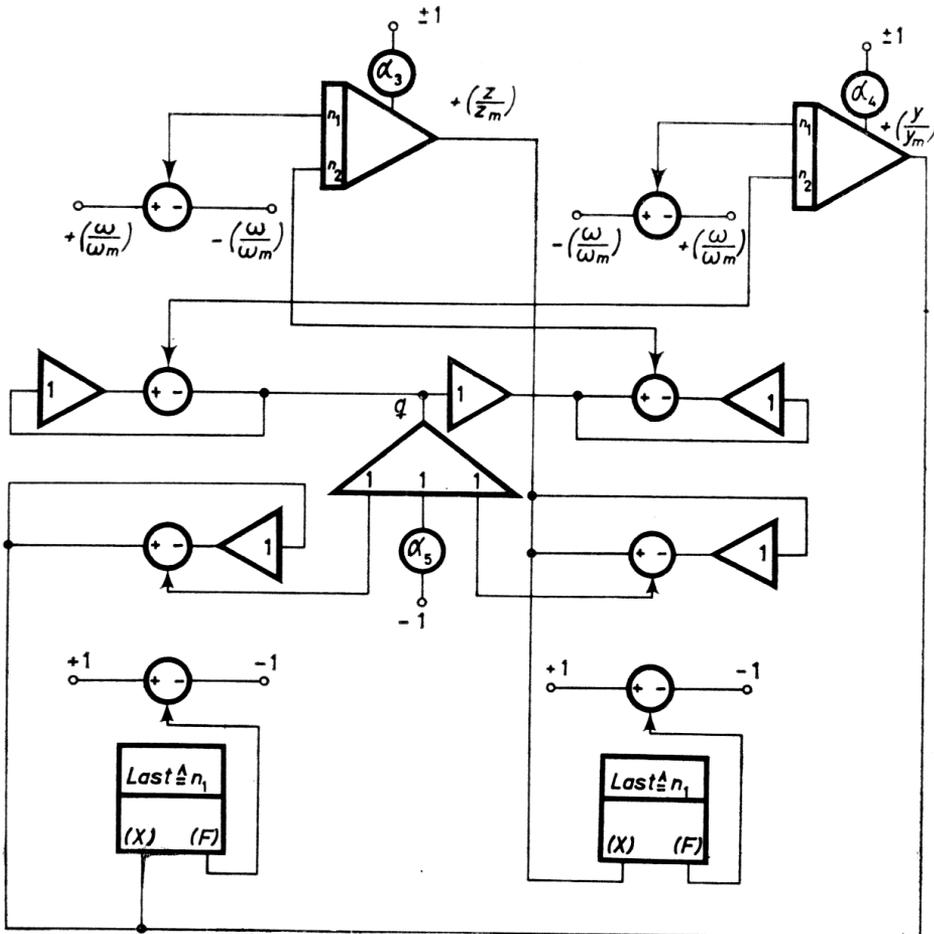


$$\alpha_1 \alpha_3 = \frac{\omega_m}{\beta}; \quad \alpha_4 = \frac{a}{y_m} \sin \varphi$$

$$\alpha_3 = \frac{a}{z_m} \cos \varphi; \quad \alpha_5 = \frac{a^2}{z_m^2} = \frac{a^2}{y_m^2}$$

(Bei $\omega = \text{const}$ können die mit * bezeichneten Multiplikatoren entfallen)

Schaltung mit Servomultiplikatoren



Obere Grenzfrequenz der Servos beachten!

$$\left(\frac{y}{y_m}\right) = \frac{a}{y_m} \sin \left(\int_0^t \frac{\omega}{\beta} d\tau + \varphi \right); \quad \left(\frac{z}{z_m}\right) = \frac{a}{z_m} \cos \left(\int_0^t \frac{\omega}{\beta} d\tau + \varphi \right)$$

$y_m = z_m$ **Bedingung**

$$n_1 = \frac{\omega_m}{\beta}$$

$$\alpha_3 = \frac{a}{z_m} \cos \varphi; \quad \alpha_4 = \frac{a}{y_m} \sin \varphi; \quad \alpha_5 = \frac{a^2}{y_m^2} = \frac{a^2}{z_m^2}$$

Ableitung und Normierung

Für die Analyse der Schaltung wird zweckmäßig so vorgegangen, wie dies in der Quelle [9] beschrieben ist. Die Ausgangsgrößen der einzelnen Bauelemente sind durch folgende Beziehungen verknüpft:

$$\begin{aligned}
 -\frac{d}{d\bar{t}} \left(\frac{z}{z_m} \right) &= \alpha_1 n_1 u + n_2 r_2, \\
 -\frac{d}{d\bar{t}} \left(\frac{y}{y_m} \right) &= \alpha_1 n_1 x + n_2 r_1, \\
 x &= -\left(\frac{\omega}{\omega_m} \right) \left(\frac{z}{z_m} \right), \\
 u &= \left(\frac{\omega}{\omega_m} \right) \left(\frac{y}{y_m} \right), \\
 r_1 &= -q \left(\frac{y}{y_m} \right); & -q &= \left(\frac{z}{z_m} \right)^2 + \left(\frac{y}{y_m} \right)^2 - \alpha_5; \\
 r_2 &= -q \left(\frac{z}{z_m} \right).
 \end{aligned}$$

Die Zusammenfassung dieser Gleichungen ergibt:

$$-\frac{d}{d\bar{t}} \left(\frac{z}{z_m} \right) = \alpha_1 n_1 \left(\frac{\omega}{\omega_m} \right) \left(\frac{y}{y_m} \right) + n_2 \left(\frac{z}{z_m} \right) \left[\left(\frac{z}{z_m} \right)^2 + \left(\frac{y}{y_m} \right)^2 - \alpha_5 \right] \quad (1)$$

$$-\frac{d}{d\bar{t}} \left(\frac{y}{y_m} \right) = -\alpha_1 n_1 \left(\frac{\omega}{\omega_m} \right) \left(\frac{z}{z_m} \right) + n_2 \left(\frac{y}{y_m} \right) \left[\left(\frac{z}{z_m} \right)^2 + \left(\frac{y}{y_m} \right)^2 - \alpha_5 \right] \quad (2)$$

Die Schaltung soll ja $y = a \sin \left(\int_0^{\bar{t}} \frac{\omega}{\beta} d\bar{t} + \varphi \right)$ und $z = a \cos \int_0^{\bar{t}} \left(\frac{\omega}{\beta} d\bar{t} + \varphi \right)$ liefern.

daher wird zur Lösung der obigen Gleichungen der Ansatz gemacht

$$\left(\frac{z}{z_m} \right) = R(\bar{t}) \cos (\Phi(\bar{t}) + \varphi), \quad (3)$$

$$\left(\frac{y}{y_m} \right) = R(\bar{t}) \sin (\Phi(\bar{t}) + \varphi). \quad (4)$$

Sofern

$$R(\bar{t}) = \frac{a}{y_m} = \frac{a}{z_m}, \quad (y_m = z_m) \quad (5)$$

und

$$\Phi(\bar{t}) = \int_0^{\bar{t}} \frac{\omega}{\beta} d\bar{t} \quad (6)$$

sind, hat man dann die erstrebten Funktionen

$$z = a \cos \left(\int_0^{\bar{t}} \frac{\omega}{\beta} d\bar{t} + \varphi \right) \quad \text{und} \quad y = a \sin \left(\int_0^{\bar{t}} \frac{\omega}{\beta} d\bar{t} + \varphi \right).$$

Die Einführung von (3) und (4) in (1) und (2) liefert

$$\begin{aligned} -R' \cos(\Phi + \varphi) + R\Phi' \sin(\Phi + \varphi) &= \alpha_1 n_1 \left(\frac{\omega}{\omega_m} \right) R \sin(\Phi + \varphi) + \quad (7) \\ &+ n_2 R \cos(\Phi + \varphi) [R^2 - \alpha_5], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -R' \sin(\Phi + \varphi) - R\Phi' \cos(\Phi + \varphi) &= -\alpha_1 n_1 \left(\frac{\omega}{\omega_m} \right) R \cos(\Phi + \varphi) + \quad (8) \\ &+ n_2 R \sin(\Phi + \varphi) [R^2 - \alpha_5]. \end{aligned}$$

Multipliziert man (7) mit $\sin(\Phi + \varphi)$ und (8) mit $\cos(\Phi + \varphi)$ und subtrahiert dann, so erhält man

$$R\Phi' = \alpha_1 n_1 \left(\frac{\omega}{\omega_m} \right) R$$

oder

$$\Phi = \int_0^{\bar{t}} \alpha_1 n_1 \left(\frac{\omega}{\omega_m} \right) d\bar{t}. \quad (9)$$

Multipliziert man (7) mit $\cos(\Phi + \varphi)$ und (8) mit $\sin(\Phi + \varphi)$ und addiert, so ergibt sich

$$-R' = n_2 R(R^2 - \alpha_5). \quad (10)$$

Die Gleichung (9) ist identisch mit (6), wenn

$$\alpha_1 n_1 = \frac{\omega_m}{\beta} \quad \text{gemacht wird.}$$

Damit ist die eine Forderung erfüllt.

Nun wird (10) weiter betrachtet: Statt R wird $\varepsilon = R^2 - \alpha_5$ in (10) eingeführt:

$$\frac{d}{d\bar{t}} \sqrt{(\varepsilon + \alpha_5)} = \frac{1}{2} (\varepsilon + \alpha_5)^{-\frac{1}{2}} \frac{d\varepsilon}{d\bar{t}} = -n_2 \varepsilon \sqrt{(\varepsilon + \alpha_5)}.$$

Da $\varepsilon \ll \alpha_5$ sein wird, gilt annähernd

$$\frac{d\varepsilon}{d\bar{t}} = -n_2 2\varepsilon \alpha_5.$$

Die Lösung dieser Gleichung ergibt

$$\varepsilon = k e^{-2n_2 \alpha_5 \bar{t}}.$$

Für $\bar{t} = 0$ ist ε gleich dem Anfangsfehler ε_0

$$\varepsilon = \varepsilon_0 e^{-2n_2 \alpha_5 \bar{t}},$$

$$R^2 = \varepsilon_0 e^{-2n_2 \alpha_5 \bar{t} + \alpha_5}.$$

(11)

Man sieht, daß bei großem n_2 der Fehler ε schnell ausgeregelt wird und dann ist

$$R^2 = \alpha_5.$$

Macht man

$$\alpha_5 = \left(\frac{a}{y_m} \right)^2 = \left(\frac{a}{z_m} \right)^2,$$

so wird bei verschwindendem ε tatsächlich

$$\left(\frac{y}{y_m} \right) = \left(\frac{a}{y_m} \right) \sin \left(\int_0^{\bar{t}} \frac{\omega}{\beta} d\bar{t} + \varphi \right),$$

$$\left(\frac{z}{z_m} \right) = \frac{a}{z_m} \cos \left(\int_0^{\bar{t}} \frac{\omega}{\beta} d\bar{t} + \varphi \right),$$

$y_m = z_m$ ist Voraussetzung.

$\alpha_5 = \frac{a^2}{y_m^2}$ bestimmt demnach die Amplitude der Schwingung.

Ferner ist

$$\alpha_1 n_1 = \frac{\omega_m}{\beta}.$$

n_2 bestimmt die »Ausregelzeit« und ist daher möglichst groß zu machen.

$$\alpha_3 = \frac{a}{z_m} \cos \varphi,$$

$$\alpha_4 = \frac{a}{y_m} \sin \varphi.$$

Für die Schaltung mit Servomultiplikatoren gilt diese Ableitung auch, nur ist $\alpha_1 = 1$ zu wählen.

Bemerkungen

Die Amplitude wird — auch bei Verwendung elektronischer Multiplikatoren — für alle Werte $\alpha_1 n_1$ und $\left(\frac{\omega}{\omega_m}\right)$ bis auf ca. 2 Promille stabil gehalten. Bei Verwendung elektronischer Multiplikatoren ist jedoch zu beachten, daß bei $\left(\frac{\omega}{\omega_m}\right) \approx 0$ erhebliche Fehler in der *Frequenz* auftreten, wogegen die Schaltung mit Servomultiplikatoren bis $\left(\frac{\omega}{\omega_m}\right) = 0$ exakt arbeitet.

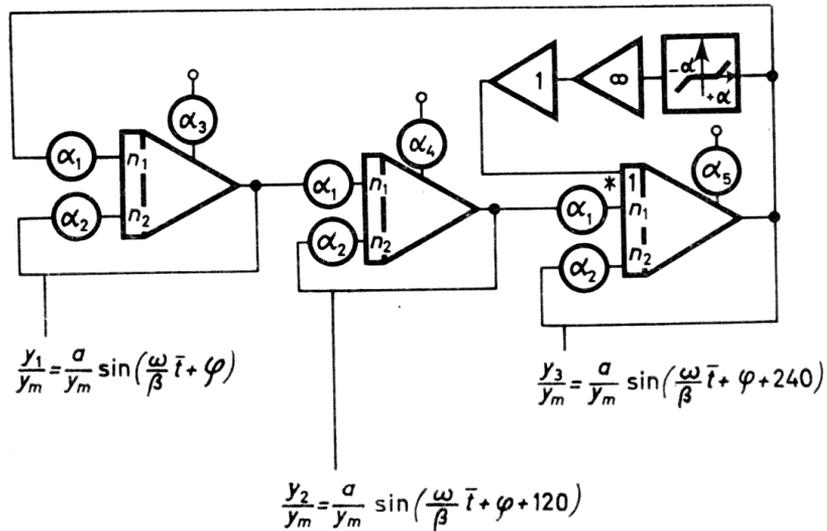
Wenn an α_5 eine veränderliche Spannung angelegt wird, kann man auch die Amplitude beliebig verändern. Allerdings ist die Einschwingzeit von einer Amplitude zur anderen sehr stark von n_2 abhängig. Bei $n_2 = 10$ ist die Einschwingzeit bei sprunghafter Änderung von α_5 ca. 1 sec, bei $n_2 = 100$ ca. 0,1 sec. Bei kleinen Werten von α_5 wächst die Einschwingzeit etwas.

Zu der Schaltung mit Servomultiplikatoren ist zu bemerken: Die Belastung der Folgepotentiometer ist nach n_1 (bzw. n_3) zu richten. Dabei kann es vorkommen, daß nicht mehr exakt $\sin^2 + \cos^2 = 1$ gebildet wird, jedoch ist der Fehler im ungünstigsten Fall 4‰ statt 2‰ normal. Ein Fehllauf der Servopotentiometer vor n_2 ist unerheblich.

Auch bei sprungförmigen Änderungen von $\left(\frac{\omega}{\omega_m}\right)$ wird die Amplitude in den angegebenen Grenzen stabil gehalten.

SCHALTUNG 5. Erzeugung einer Dreiphasenspannung mit konstanter Frequenz und Amplitudenstabilisierung

Eine dreiphasige Spannung $y_1 = a \sin(\omega t + \varphi)$; $y_2 = a \sin(\omega t + \varphi + 120^\circ)$; $y_3 = a \sin(\omega t + \varphi + 240^\circ)$ kann aus einer Schaltung zur Erzeugung einer Funktion $y = a \sin(\omega t + \varphi)$ entnommen werden, indem man die um 120° bzw. 240° verschobenen Spannungen nach den Additionstheoremen aus $a \sin(\omega t + \varphi)$ und $a \cos(\omega t + \varphi)$ zusammensetzt. Außerdem kann folgende Schaltung benutzt werden:



Ableitung und Normierung mit Zeittransformation

Wenn auf ein Verzögerungsglied mit dem Frequenzgang

$$G(j\omega) = \frac{k}{1+j\omega T}$$

eine sinusförmige Eingangsgröße aufgegeben wird, so entsteht am Ausgang ebenfalls eine Sinusschwingung, die gegen die Eingangsgröße eine andere Phasenlage und Amplitude besitzt. Es kann durch geeignete Wahl von k und T erreicht werden, daß die Phasenverschiebung -60° beträgt und die Amplitude der Ausgangsgröße gerade 1 ist. Die notwendigen Einstellungen von k und T können aus dem Frequenzgang ermittelt werden:

$$G(j\omega) = \frac{k}{1+j\omega T} = \frac{k}{\sqrt{1+(\omega T)^2}} e^{-j \arctg \omega T}$$

Die Bedingungen sind:

$$\arctg \omega T = \frac{\pi}{3}, \quad \text{führt zu} \quad \omega T = \sqrt{3} \quad \text{oder} \quad T = \frac{\sqrt{3}}{\omega},$$

$$\frac{k}{\sqrt{1+(\omega T)^2}} = 1, \quad \text{führt mit } \omega T = \sqrt{3} \quad \text{zu} \quad k = 2.$$

Jedes Verzögerungsglied mit der Verstärkung $k = 2$ und der Zeitkonstanten $T = \frac{\sqrt{3}}{\omega}$ erzeugt demnach aus einer aufgegebenen Sinusschwingung

$$y = a \sin(\omega t + \varphi)$$

eine Schwingung

$$y_1 = a \sin(\omega t + \varphi - 60^\circ) = -a \sin(\omega t + \varphi + 120^\circ).$$

Unter Berücksichtigung der Vorzeichenumkehr der Rechenverstärker erzeugt also die vorn angegebene Schaltung drei um je 120° gegeneinander verschobene Sinusschwingungen gleicher Frequenz und Amplitude. In normierter Form und mit einer Zeittransformation $\bar{t} = \beta \cdot t$ entsteht also

$$\begin{aligned} \left(\frac{y_1}{y_m}\right) &= \frac{a}{y_m} \sin\left(\frac{\omega}{\beta} \bar{t} + \varphi\right), & \left(\frac{y_2}{y_m}\right) &= \frac{a}{y_m} \sin\left(\frac{\omega}{\beta} \bar{t} + \varphi + 120^\circ\right), \\ \left(\frac{y_3}{y_m}\right) &= \frac{a}{y_m} \sin\left(\frac{\omega}{\beta} \bar{t} + \varphi + 240^\circ\right). \end{aligned}$$

Die Realisierungsbedingungen hierfür sind:

$$\begin{aligned} \alpha_1 n_1 &= \frac{2\omega}{\beta\sqrt{3}}, & \alpha_2 n_2 &= \frac{\omega}{\beta\sqrt{3}}, & \alpha_3 &= \frac{a}{y_m} \sin \varphi, \\ \alpha_4 &= \frac{a}{y_m} \sin(\varphi + 120^\circ), & \alpha_5 &= \frac{a}{y_m} \sin(\varphi + 240^\circ), & \alpha &= \frac{a}{y_m}. \end{aligned}$$

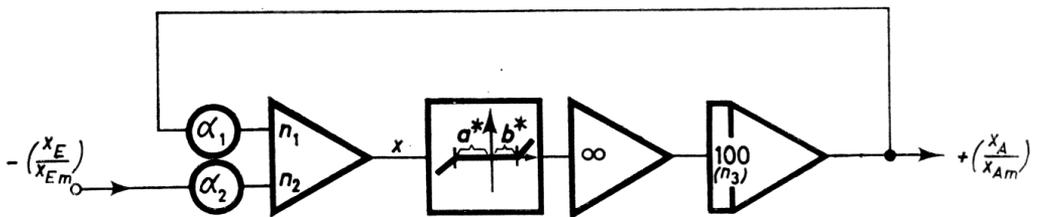
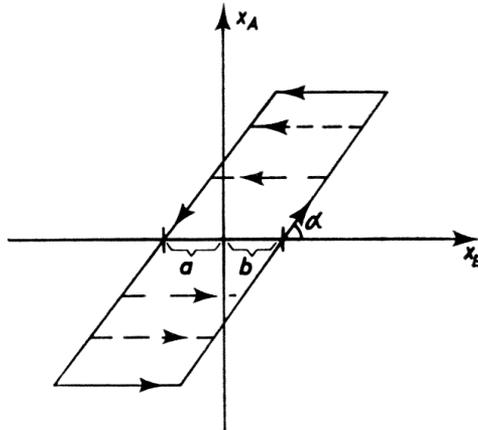
Amplitudenstabilisierung:

Die Amplitudenstabilisierung arbeitet wie bei Abschnitt 8, Schaltung 1 beschrieben. Das mit * bezeichnete Potentiometer ist geringfügig höher zu stellen, damit die Amplituden der Schwingungen leicht wachsen. Die notwendige Dämpfung wird über die Tote Zone herbeigeführt.

Die Amplituden aller drei Schwingungen sind in jedem Fall gleich groß und stabil über beliebige Rechenzeiten.

ABSCHNITT 9

SCHALTUNG 1. Getriebelose



Ableitung und Normierung

Es ist

$$-x = -\alpha_2 n_2 \left(\frac{x_E}{x_{Em}} \right) + \alpha_1 n_1 \left(\frac{x_A}{x_{Am}} \right).$$

Nun gilt beispielsweise

für $\left(\frac{x_E}{x_{Em}} \right) > b^*$ und $\dot{x}_E \geq 0$, sowie hoher Verstärkung im Integrator: $x = b^*$, d.h.

$$\left(\frac{x_A}{x_{Am}} \right) = \frac{\alpha_2 n_2}{\alpha_1 n_1} \left(\frac{x_E}{x_{Em}} \right) - \frac{b^*}{\alpha_1 n_1}. \quad (1)$$

Ebenso ist

für $\left(\frac{x_E}{x_{Em}} \right) < (-|a^*|)$ und $\dot{x}_E \leq 0$: $x = -|a^*|$, d.h.

$$\left(\frac{x_A}{x_{Am}} \right) = \frac{\alpha_2 n_2}{\alpha_1 n_1} \left(\frac{x_E}{x_{Em}} \right) + \frac{|a^*|}{\alpha_1 n_1}. \quad (2)$$

Aus einem Koeffizientenvergleich mit den zugehörigen gewünschten normierten Beziehungen, wie z.B.

$$\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) = \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{x_{Em}}{x_{Am}} \left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) - \frac{b \cdot \operatorname{tg} \alpha}{x_{Am}} \quad (1a)$$

folgt $\operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{x_{Em}}{x_{Am}} = \frac{\alpha_2 n_2}{\alpha_1 n_1},$

$$a^* = \frac{\alpha_2 n_2}{x_{Em}} a,$$

$$b^* = \frac{\alpha_2 n_2}{x_{Em}} b.$$

Bemerkungen

Der Integrator muß einen hohen Eingangswert erhalten, weil die Einschwingzeit der Schaltung durch

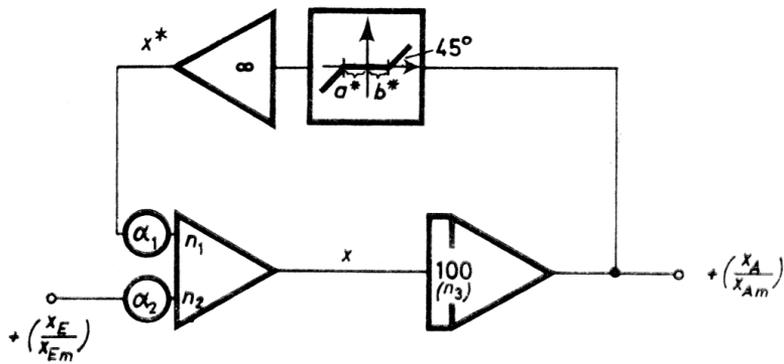
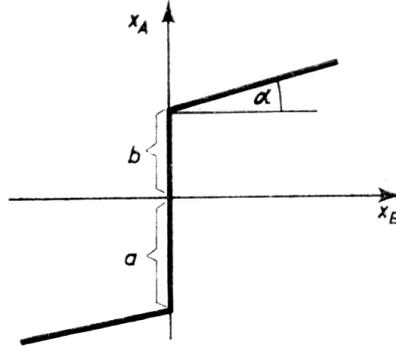
$$T = \frac{1}{\alpha_1 n_1 n_3}$$

bestimmt wird. Zu hohe Verstärkung n_3 führt jedoch u.U. zu erheblichen Störungen (x_A schwankt bei $x_E = \text{const.}$). Es wird daher $n_3 = 100$ empfohlen. Ein hoher Wert $\alpha_1 n_1$ ist vorteilhaft.

Bei Werten a^* und b^* kleiner als 0,1 sind u.U. die Ecken der Kennlinie stark verschliffen, was zu größeren Ungenauigkeiten führt.

Die Genauigkeit der Schaltung liegt nur bei ca. 5%, weil der Arbeitspunkt der Kennlinie stets a^* oder b^* ist und somit gerade in der unsicheren Anfangskrümmung liegt. Es muss darauf geachtet werden, ob bei den gewählten Werten $\alpha_1 n_1$; $\alpha_2 n_2$; n_3 usw. für $x_E = \text{const.}$ auch $x_A = \text{const.}$ ist, vor allem innerhalb der toten Zone. Ist dies nicht der Fall, muß versucht werden, durch Erhöhung von $\alpha_1 n_1$ oder n_3 Verbesserung herbeizuführen.

SCHALTUNG 2. Spezielle Sprungfunktionen



Ableitung und Normierung

Es muß stationär $x = 0$ sein. Aus

$$-x = \alpha_1 n_1 x^* + \alpha_2 n_2 \left(\frac{x_E}{x_{Em}} \right) = 0$$

folgt

$$x^* = -\frac{\alpha_2 n_2}{\alpha_1 n_1} \left(\frac{x_E}{x_{Em}} \right). \quad (1)$$

Es ist $\left(\frac{x_A}{x_{Am}} \right) = f(x^*)$

Für $\left(\frac{x_A}{x_{Am}} \right) > b^*$ ist $-x^* = \left(\frac{x_A}{x_{Am}} \right) - b^*$,

für $\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) < |a^*|$ ist $-x^* = \left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) + |a^*|$.

Mit Gleichung (1) folgt aus der Schaltung

für $\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) > 0$: $\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) = b^* + \frac{\alpha_2 n_2}{\alpha_1 n_1} \left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right)$, (2)

für $\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) < 0$: $\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) = -|a^*| + \frac{\alpha_2 n_2}{\alpha_1 n_1} \left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right)$. (3)

Nach Normierung der aus der Kennlinie folgenden Beziehungen

$$x_A = b + x_E \operatorname{tg} \alpha \quad \text{für } x_E > 0, \quad (2a)$$

$$x_A = -a + x_E \operatorname{tg} \alpha \quad \text{für } x_E < 0, \quad (3a)$$

ergeben sich durch Koeffizientenvergleich mit den Gleichungen (2) und (3) die Einstellbedingungen

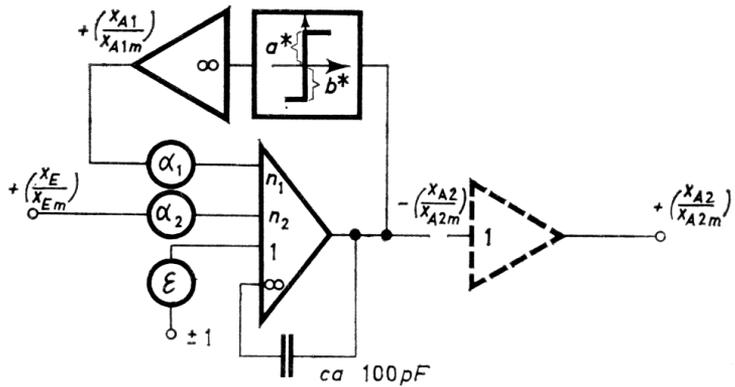
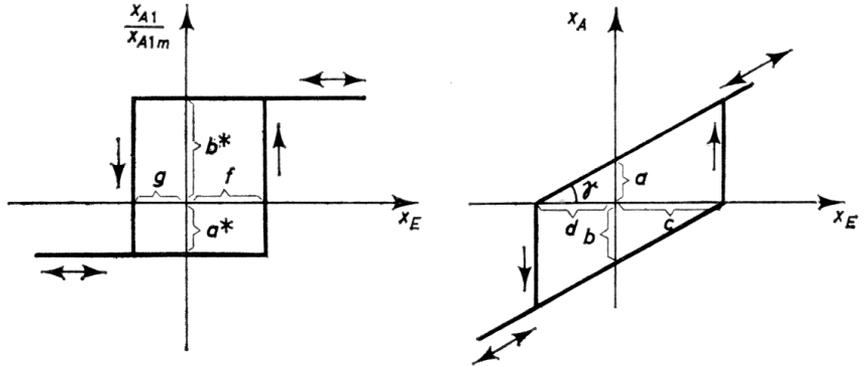
$$a^* = \frac{a}{x_{Am}}; \quad b^* = \frac{b}{x_{Am}}; \quad \frac{\alpha_2 n_2}{\alpha_1 n_1} = \frac{x_{Em}}{x_{Am}} \operatorname{tg} \alpha.$$

Bemerkungen

Die Steigung bei $x_E = 0$ ist in Wirklichkeit nicht unendlich, sondern ca. 50 bis 100. Die Schaltung hat eine Zeitkonstante $T = \frac{1}{\alpha_1 n_1 n_3}$. Ein hoher Wert $\alpha_1 n_1$ (oder n_3) ist daher vorteilhaft.

Einstellungen a^* und b^* unter 0,1 führen zu verschliffenen Ecken der Kennlinie.

SCHALTUNG 3. Kennlinien mit Hysterese-Eigenschaften



Bei $\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) = 0$ bestimmt das Vorzeichen des kleinen Wertes ε die Ruhelage von $\left(\frac{x_{A1}}{x_{A1m}}\right)$ und $\left(\frac{x_{A2}}{x_{A2m}}\right)$. Es kann jeweils nur eine der beiden Kennlinien frei eingestellt werden.

Ableitung und Normierung

Wenn

$$\alpha_2 n_2 \left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) + \alpha_1 n_1 |b^*| > 0, \quad \text{d.h. jedoch}$$

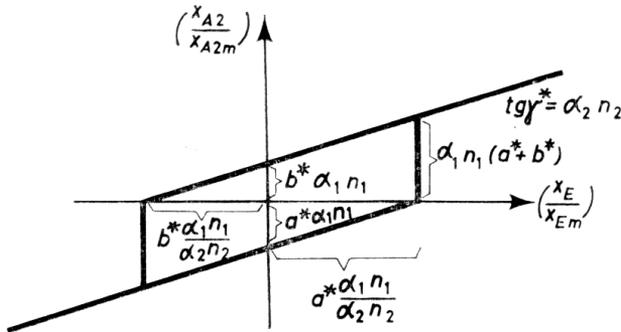
$$\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) > \left(-\frac{\alpha_1 n_1 |b^*|}{\alpha_2 n_2}\right) \quad \text{ist, dann ist} \quad (1)$$

$$\left(\frac{x_{A2}}{x_{A2m}}\right) = +\alpha_1 n_1 |b^*| + \alpha_2 n_2 \left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right).$$

Wenn

$$\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) < \left(\frac{\alpha_1 n_1}{\alpha_2 n_2} a^*\right) \text{ ist, dann ist} \quad (2)$$

$$\left(\frac{x_{A2}}{x_{A2m}}\right) = -\alpha_1 n_1 a^* + \alpha_2 n_2 \left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right).$$



Aus der Kennlinie $x_{A2} = f(x_E)$ ist unmittelbar abzuleiten

$$x_{A2} = \text{tg } x_E + a \quad \text{für } x_E > c, \quad (3)$$

$$x_{A2} = \text{tg } x_E - b \quad \text{für } x_E < d. \quad (4)$$

Aus einem Vergleich der noch zu normierenden Gleichungen (3) u. (4) mit den Gleichungen (1) u. (2) folgt

$$\left. \begin{aligned} \alpha_2 n_2 &= \text{tg } \gamma \frac{x_{Em}}{x_{A2m}}, \\ a &= \alpha_1 n_1 b^* x_{A2m}, \\ b &= \alpha_1 n_1 a^* x_{A2m}, \\ c &= a^* \frac{\alpha_1 n_1}{\alpha_2 n_2} x_{Em}, \\ d &= b^* \frac{\alpha_1 n_1}{\alpha_2 n_2} x_{Em}. \end{aligned} \right\} \text{frei wählbar z.B. } x_{Em}; \quad x_{A2m}; \quad \alpha_1 n_1.$$

Zur Einstellung der Kennlinie $x_{A1} = f(x_E)$ gilt

$$f = \frac{\alpha_1 n_1}{\alpha_2 n_2} a^* \cdot x_{Em},$$

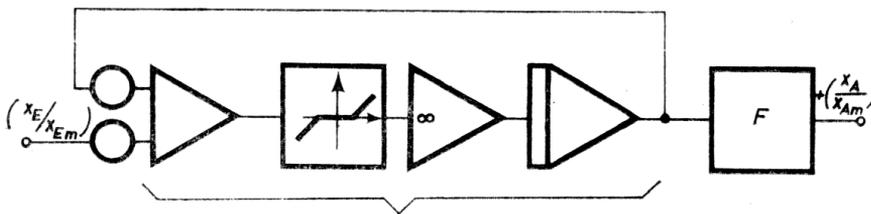
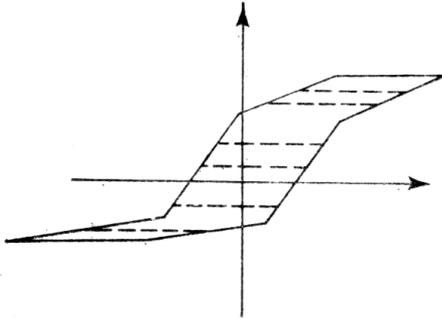
$$g = \frac{\alpha_1 n_1}{\alpha_2 n_2} b^* \cdot x_{Em}.$$

Bemerkungen

Einstellungen $\alpha_1 n_1 > 1$ möglichst vermeiden, weil dann infolge der höheren Kreisverstärkung eine größere Beruhigungskapazität eingeschaltet werden muß.

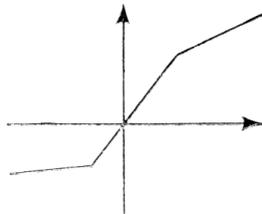
Die Schaltung arbeitet auch für kleinste Werte a^* und b^* gut.

SCHALTUNG 4. Funktion mit Hysterese-Eigenschaften



Schaltung für »Getriebelose« siehe entsprechendes Schaltungsblatt.

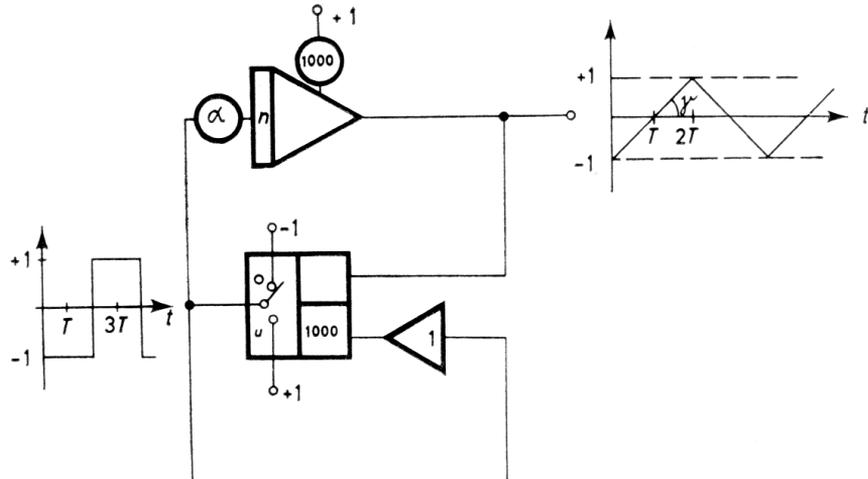
Der Funktionsgeber F muß folgende Nachbildung erhalten:



ABSCHNITT 10

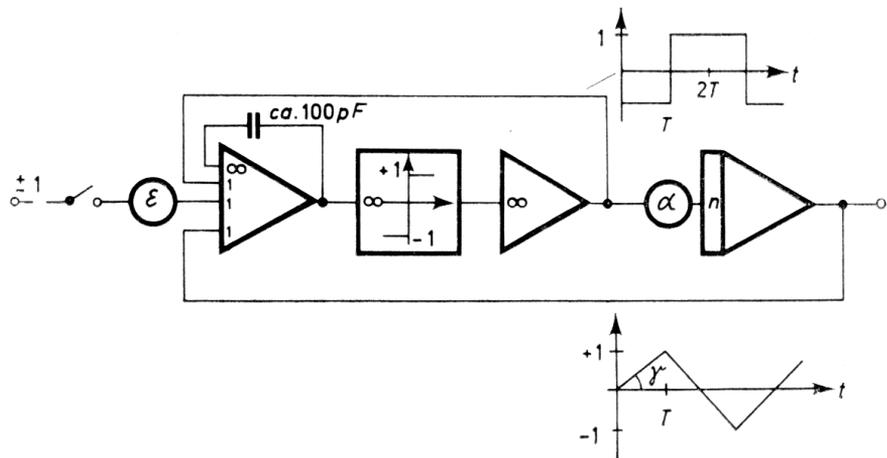
SCHALTUNG 1. Erzeugung von symmetrischen Dreieck- und Rechteckfunktionen

a)



$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \gamma &= \alpha n \\ T &= \frac{1}{\alpha n} \end{aligned}$$

b)



$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \gamma &= \alpha n \\ T &= \frac{1}{\alpha n} \end{aligned}$$

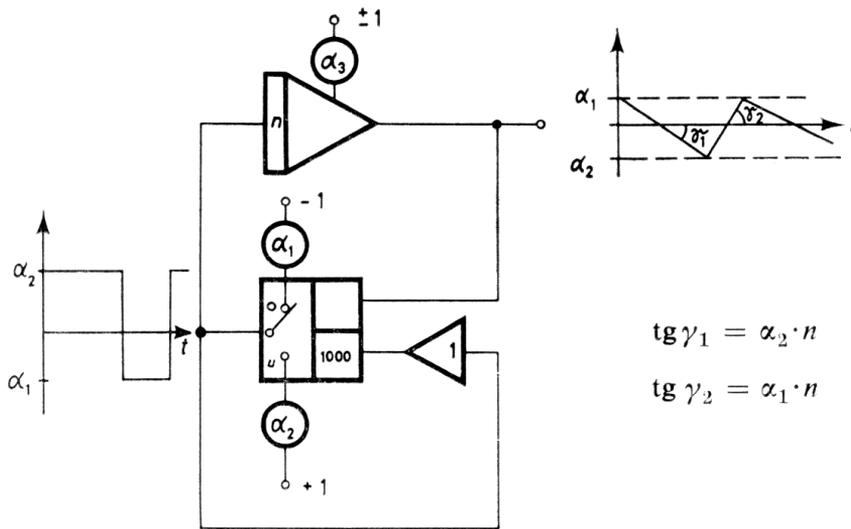
Bemerkungen zu Schaltung b

Wenn die Rechteckspannung zur Zeit $2T$ das erstmalig springen soll, muß der Integrator ± 1 als Anfangsbedingung erhalten.

Bei $\varepsilon = 0$ ist die Anfangsrichtung der Rechteckspannung unbestimmt. Will man mit bestimmter Anfangsrichtung starten, so muß ε ca. 0,3 bis 0,5 aufgeschaltet und sofort nach dem Start wieder abgeschaltet werden, sonst wird die Dreieckspannung um $\pm \varepsilon$ in der Ordinate verschoben, die Periode bleibt unverändert.

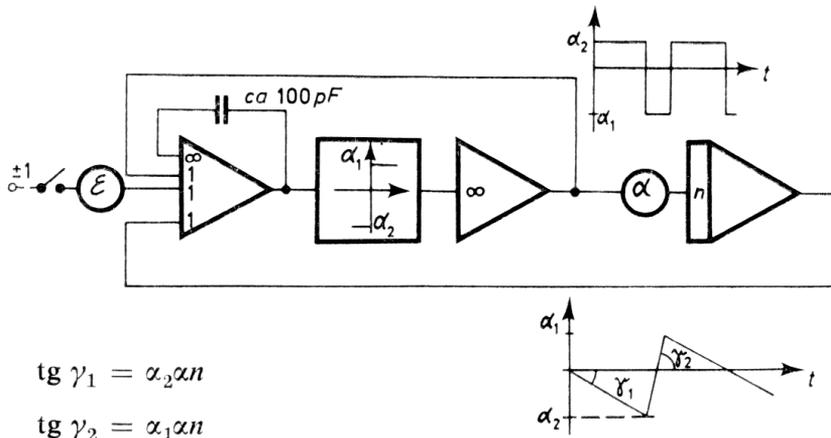
SCHALTUNG 2. Erzeugung von unsymmetrischen Dreieck- und Rechteckfunktionen

a)



Vorzeichen und Wert von α_3 bestimmen die Anfangslage.

b)

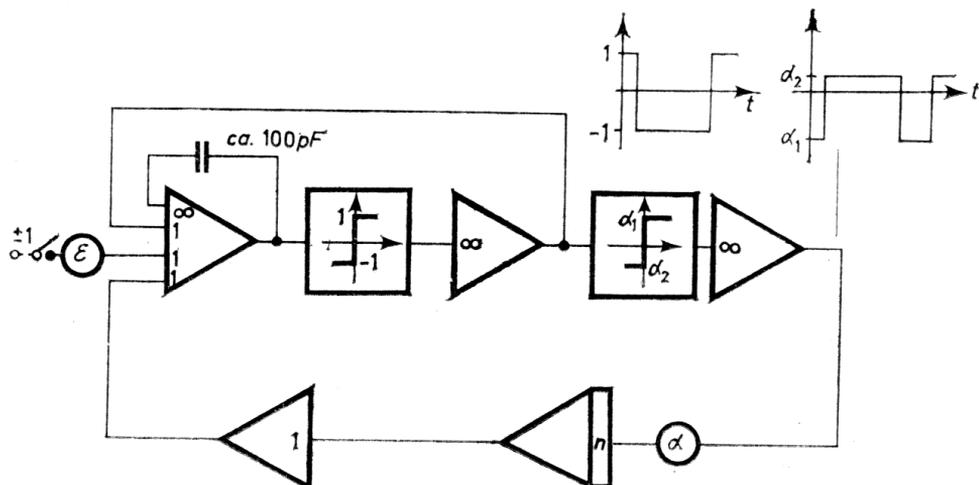


Bemerkungen zu Schaltung b

Durch einen Anfangswert am Integrator können die Anfangsbedingungen für die Spannungen verändert werden. Wenn die Schwingungen symmetrisch in ihrer Amplitude sein sollen, muß noch nachträglich eine Verschiebespannung addiert werden; für die Dreiecksspannung allein genügt ϵ zur Verschiebung.

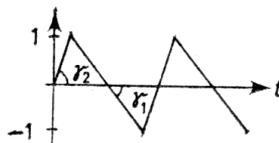
Im übrigen bestimmt das Vorzeichen von ϵ (ca. 0,3 bis 0,5) die Anfangsrichtung, jedoch muß ϵ sofort nach dem Start abgeschaltet werden, wenn nicht eine Ordinatenverschiebung des Dreiecks gewünscht wird.

c)



$$\operatorname{tg} \gamma_1 = \alpha_2 \alpha n$$

$$\operatorname{tg} \gamma_2 = \alpha_1 \alpha n$$

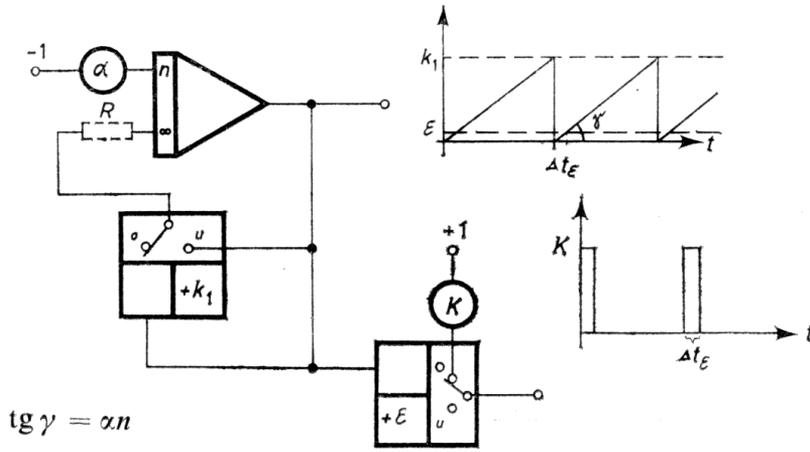


Zu der Wahl von ε gilt das zu Schaltung b Gesagte.

Schaltung c bietet die Möglichkeit, die unsymmetrischen Dreieck- und Rechteckschwingungen mit den Amplituden ± 1 zu erhalten.

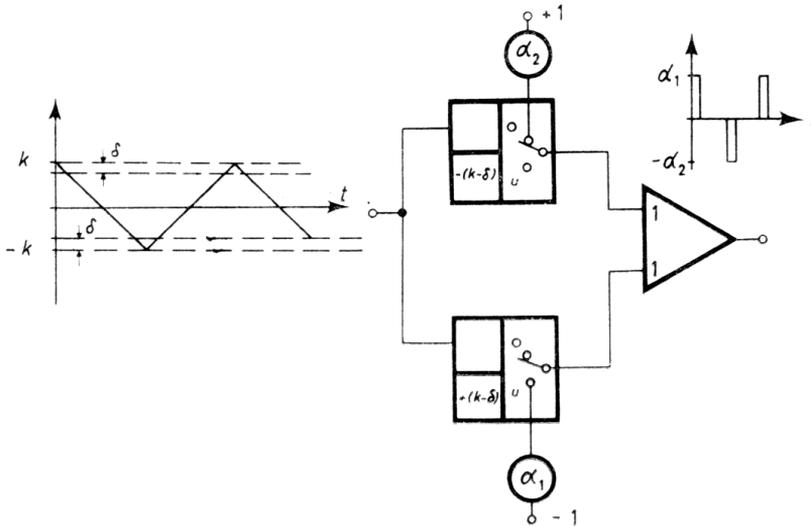
SCHALTUNG 3. Erzeugung von Pulsfolgen

a)



Wenn möglich, kleinen Schutzwiderstand R ca. $10 \text{ k}\Omega$ vorsehen, damit Relaiskontakte nicht verbrennen.

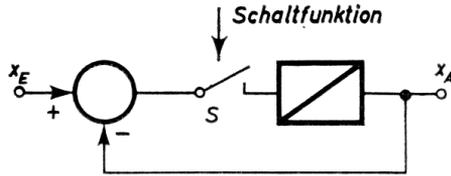
b)



ABSCHNITT 11

SCHALTUNG 1. Abtaster mit Haltekreis (Sampler)

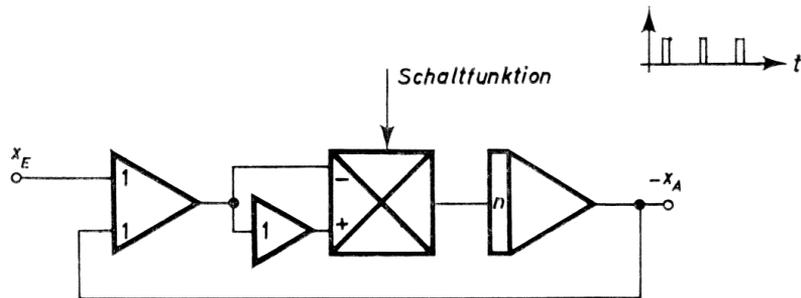
Strukturbild:



Der Abtaster mit Haltekreis speichert einen Wert $x_{E\nu}$, wenn der Schalter S kurzzeitig zur Zeit t_ν geschlossen wird. Bei erneutem kurzzeitigem Schließen zur Zeit $t_{\nu+1}$ wird der Wert $x_{E\nu+1}$ gespeichert.

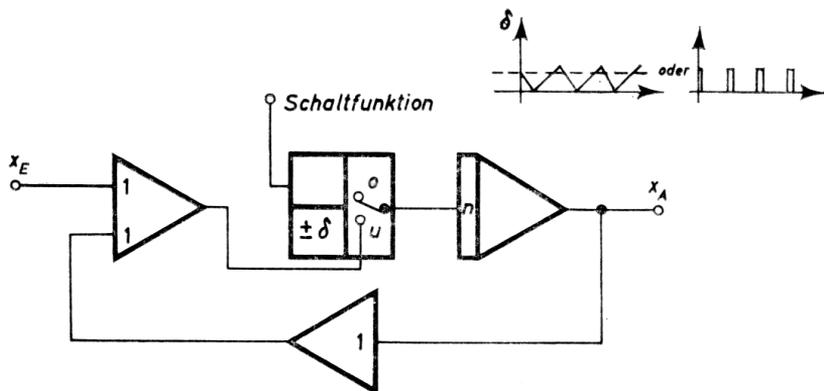
Schaltungen:

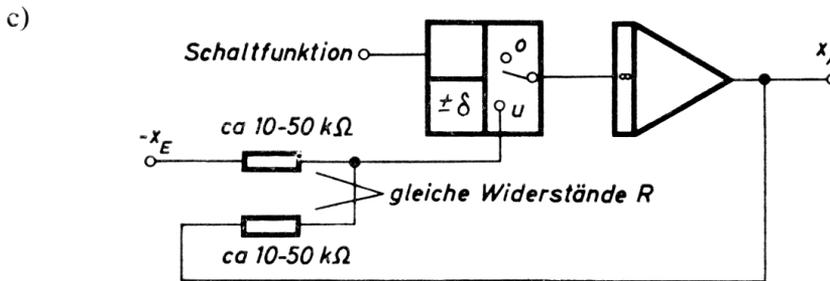
a)



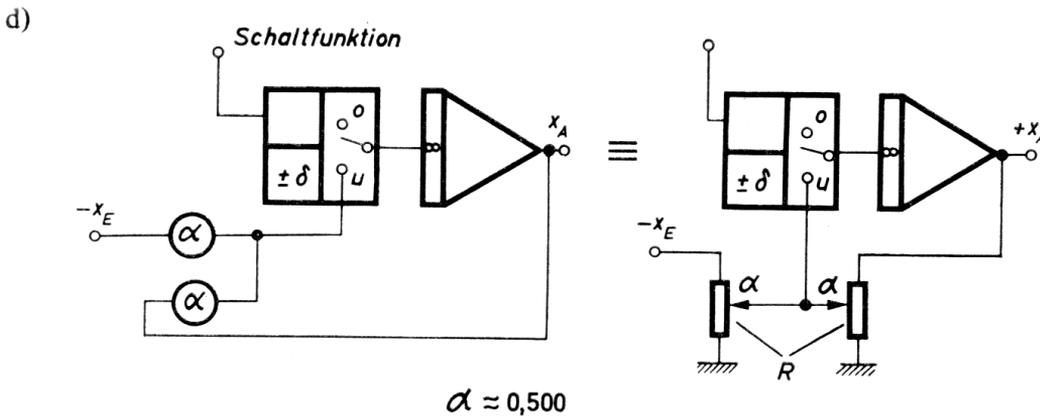
Auf die Vorzeichen des Multiplikators achten; die Schleife muß unter Berücksichtigung der Lage der Schaltfunktion stets eine Gegenkopplung sein.

b)





Die Zeitkonstante, mit der x_A den Wert x_{E_v} annimmt, ist $T=CR$, wobei C die Integrierkapazität ist.



Beide Potentiometer so abgleichen, daß bei $x_B=a$ auch $-x_A=a$ ist. Die Zeitkonstante der Schaltung ist $T=CR(1-\alpha)$.

Bemerkungen

Für alle Schaltungen muß die Schaltzeit so bemessen sein, daß der Integrator sich voll auf den jeweiligen Wert von x_E aufladen kann.

zu Schaltung a

n darf nicht zu groß gemacht werden. Zwar verringert sich die Zeitkonstante $T = \frac{1}{n}$ mit größerem n , jedoch werden die unvermeidlichen Nullpunktschwankungen des Multiplikators während der Haltezeit dann besonders stark wirksam, d.h. x_A schwankt je nach Länge der Haltezeit u.U. ganz erheblich. Ein Wert $n \approx 100$ dürfte das Optimum sein. Insgesamt ist die Schaltung nicht zu empfehlen.

zu Schaltungen b – d

Der Wert n ist möglichst hoch zu wählen, weil die Einschwingzeit $T = \frac{1}{n}$ ist. Zur

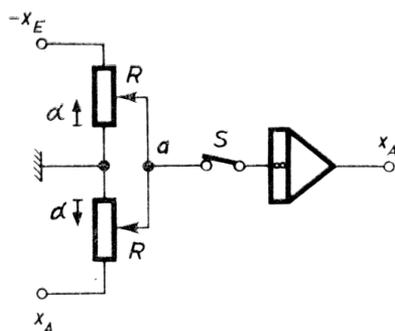
Verkleinerung dieser Zeitkonstanten kann man anstelle der eingebauten Integrierkapazität eine kleinere von außen anschalten, dabei ist jedoch darauf zu achten, daß diese Kapazität einen hohen Isolationswiderstand besitzt, sonst wird der Wert x_{E_0} nicht gehalten.

Anstelle der Relais kann man auch die Diodenbrücke (siehe Abschnitt 11, Schaltung 2) verwenden.

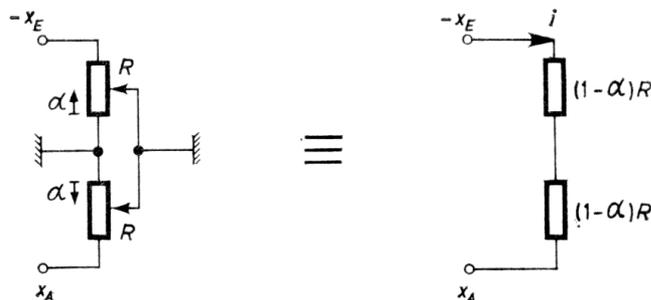
zu Schaltung d

In der Schaltung d werden normale Potentiometer benutzt. Die Potentiometereinstellung muß so gewählt werden, daß die Potentiometer nicht überlastet werden.

Betrachtung über die Belastung der Potentiometer:



Wenn der Schalter S geschlossen ist (Abtastung), dann liegt der Punkt a praktisch auf Erdpotential. Die Schaltung der Potentiometer kann dann vereinfacht dargestellt werden:



Der Strom, der durch die Potentiometerteile $(1-\alpha)$ fließt, ist

$$i = \frac{-x_E - x_A}{2R(1-\alpha)},$$

$$|i| = \frac{|x_E|}{R(1-\alpha)},$$

da $-x_A = -x_E$ sein muß.

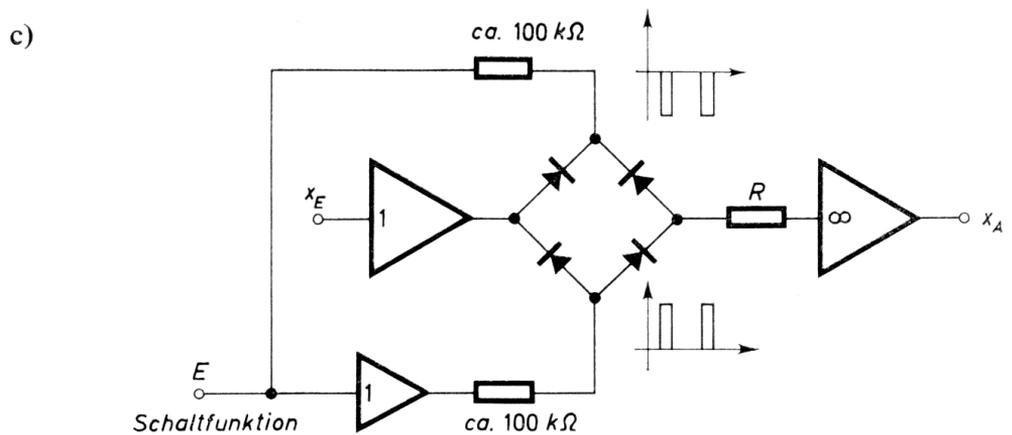
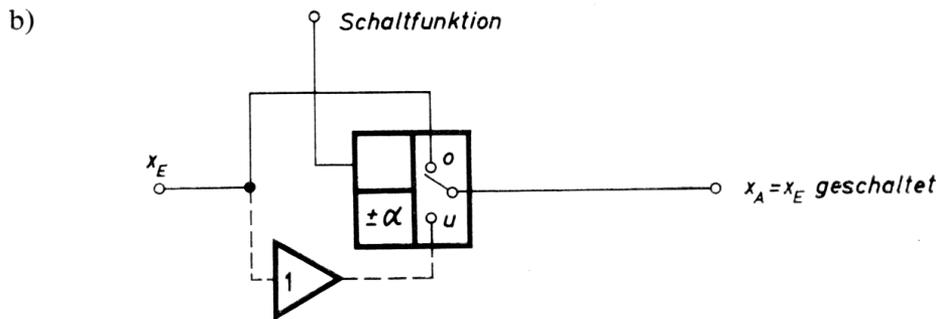
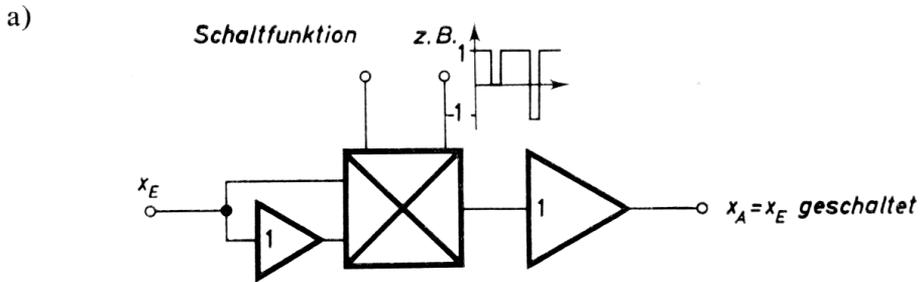
Wenn $R = 50 \text{ k}\Omega$; $-x_E = +100 \text{ [V]}$ und daher $x_A = -100 \text{ [V]}$ sind, ergibt sich

$$i = \frac{2}{(1-\alpha)} \text{ [mA]}.$$

Man sieht, daß ein zu großes α zur Überlastung der Potentiometer führen kann.

SCHALTUNG 2. Schalter

Der Schalter soll dazu dienen, eine Funktion zeitweilig zu unterbrechen oder das Vorzeichen umzuschalten.



Diese Schaltung ist nur als Schalter, nicht als Umschalter geeignet.

Bemerkung zu Schaltung c

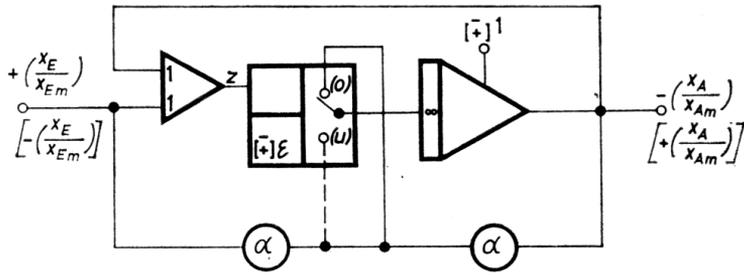
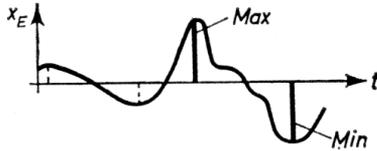
Die Schaltspannung E der Schaltfunktion muß größer als der Maximalwert von x_E sein:

$$|E| > |x_{Em}|.$$

Der Widerstand R muß so eingestellt werden, daß er in Reihe mit dem Innenwiderstand der Diodenstrecke den gewünschten Übertragungsfaktor zwischen x_E und x_A ergibt (z.B. 1 wenn $R + R_i = 1 \text{ M}\Omega$).

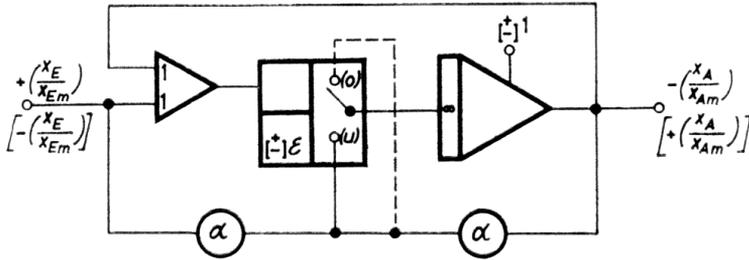
SCHALTUNG 3. Abtastung und Speicherung von Extremwerten

a) Es soll der absolute Maximalwert einer Funktion $x_E = f(t)$ erfaßt und gespeichert werden.



(gestrichelte Verbindung für Größen in eckigen Klammern)

b) Es soll der absolute Minimalwert einer Funktion $x_E = f(t)$ erfaßt und gespeichert werden.



(gestrichelte Verbindung für Größen in eckigen Klammern)

Ableitung und Normierung zu Schaltung a

Da die Funktion x_E abgetastet werden soll, wird zweckmäßig $x_{Am} = x_{Em}$ gewählt. Ist $\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) < \left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right)$, so ist $z < (-\epsilon)$ und der Relaiskontakt liegt auf (0); die Schaltung entspricht dann der eines Verzögerungsgliedes mit der Zeitkonstanten $T = CR(1 - \alpha)$, wobei C die Integrierkapazität und R der Widerstand des Potentiometers

sind. Somit wird $\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) \approx \left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right)$, solange $\dot{x}_E > 0$ ist. Sobald $\dot{x}_E < 0$ wird, wird $z > 0$ und der Relaiskontakt öffnet, so daß der letzte Wert von x_E gespeichert bleibt.

Schaltung b arbeitet in entsprechender Weise. Soll statt $+\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right)$ die Größe $-\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right)$ in die Schaltungen eingespeist werden, so gelten die Vorzeichen in eckigen Klammern und die gestrichelten Verbindungen.

Bemerkungen zu den Schaltungen

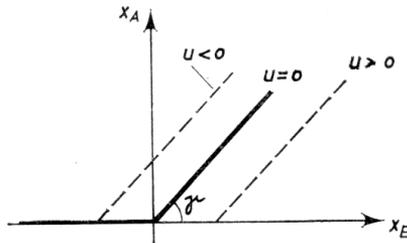
ε muß nach Versuch eingestellt werden derart, daß auch für kleine $\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right)$ und geringes \dot{x}_E die Schaltung sauber arbeitet. Hierzu ist $\varepsilon \approx 0,005$ erforderlich. Um den Betrag ε ist $\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right)$ von $\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right)$ maximal verschieden.

Die gestrichelt eingezeichneten Extrema werden auch erfaßt und solange gespeichert, bis sie durch die nächst größeren Extremwerte überschrieben werden.

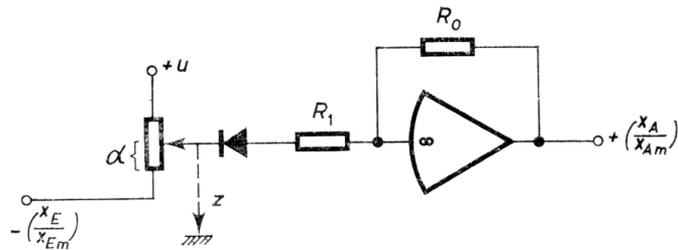
Die Anfangsbedingungen auf den Integratoren gewährleisten, daß Maxima auch dann erfaßt werden, wenn die Kurve $x_A(t)$ ganz im Negativen verläuft und ebenso Minima, wenn die Kurve ganz im Positiven liegt.

ABSCHNITT 12

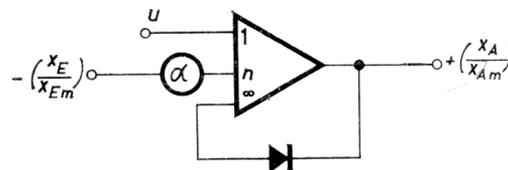
SCHALTUNG 1. Erzeugung von Knickgeraden



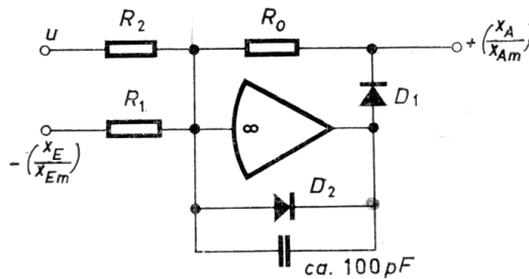
a)



b)



c)



Ableitung und Normierung zu Schaltung a

Die Diode ist gesperrt, solange $z > 0$ ist; dies ist der Fall für

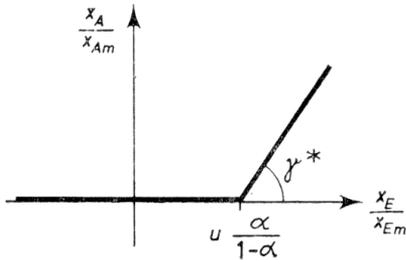
$$\left(\frac{x_E}{x_{Em}} \right) < \frac{\alpha}{1-\alpha} u.$$

Ab $\left(\frac{x_E}{x_{Em}} \right) \geq \frac{\alpha}{1-\alpha} u$ ist die Diode geöffnet und

$$\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) = \frac{R_0}{R_1} \left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right); \quad \frac{R_0}{R_1} = \frac{x_{Em}}{x_{Am}} \operatorname{tg} \gamma.$$

Bemerkungen zu Schaltung a

Der Knick ist ausreichend scharf, jedoch bei Schaltung c ausgeprägter. Soll der Knick auf der negativen Abszissenachse liegen, so



$$\operatorname{tg} \gamma^* = \frac{R_0}{R_1}$$

muß statt $+u$ die Grösse $-u$ an das Potentiometer gelegt werden. Soll die Ausgangsspannung $\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right)$ sich nicht in den positiven sondern in den negativen Wertebereich erstrecken, so ist die Diode umzupolen. Dann entsteht eine positive Knickspannung, wenn $+u$ an das Potentiometer angelegt wird.

Ableitung und Normierung zu Schaltung b

Die Diode ist gesperrt für positive $\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right)$. Positives $\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right)$ wird erzeugt, wenn

$$\left[\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) \alpha n - u\right] \geq 0 \quad \text{ist.}$$

Die Knickspannung liegt folglich bei

$$\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) = \frac{u}{\alpha n},$$

$$\alpha n = \operatorname{tg} \gamma \frac{x_{Em}}{x_{Am}}.$$

Bemerkungen zu Schaltung b

Der Knick ist ausreichend scharf, auch für $\alpha n > 1$, jedoch bei Schaltung c ausgeprägter. Wegen der Anlaufspannung der Diode wird $\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right)$ im Begrenzungsbereich nicht

auf Null begrenzt, sondern es entsteht eine Restspannung bis 0,05 Maschineneinheiten.

Ableitung und Normierung zu Schaltung c

Für positives $\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right)$ ist Diode 1 geöffnet und Diode 2 gesperrt und folglich

$$\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) = \frac{R_0}{R_1} \left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) - \frac{R_0}{R_2} u.$$

Hieraus folgt

$$\frac{x_{Em}}{x_{Am}} \operatorname{tg} \gamma = \frac{R_0}{R_1}.$$

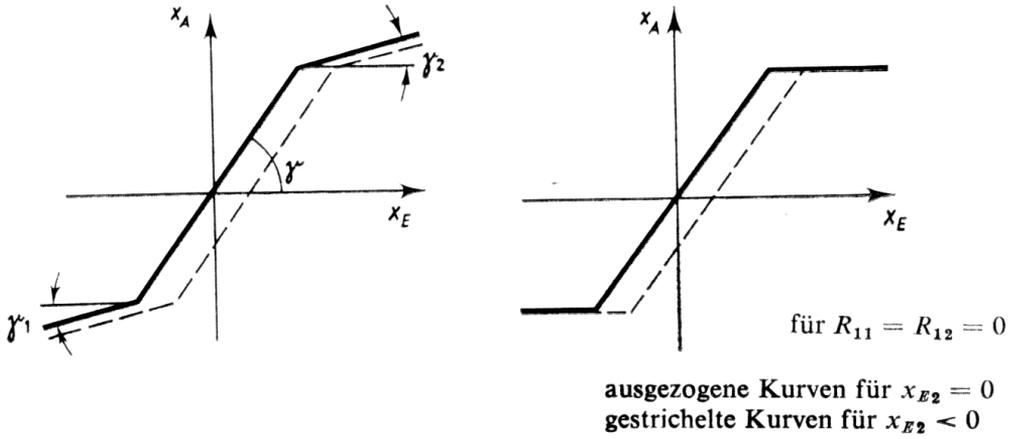
Der Knickpunkt liegt bei $\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) = 0$, d.h.

$$\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) = \frac{R_1}{R_2} u.$$

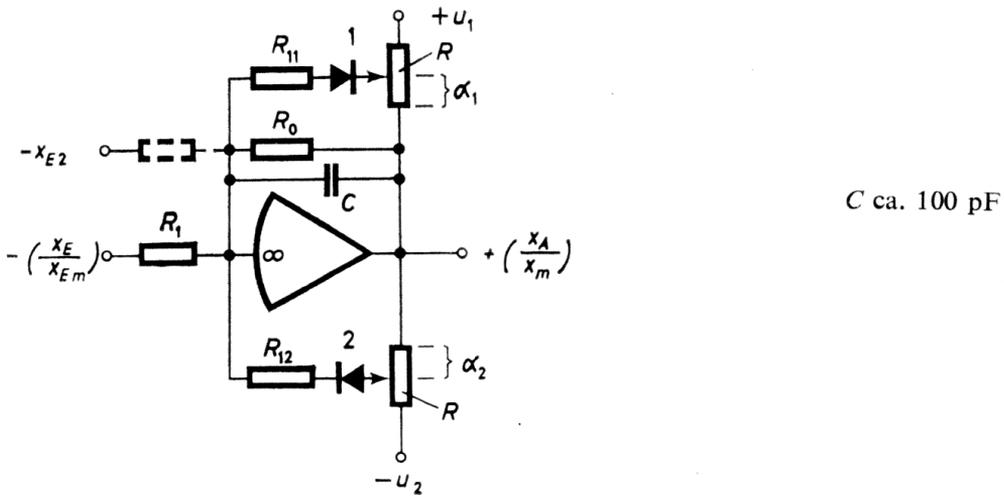
Bemerkungen zu Schaltung c

Diese Schaltung liefert einen sehr scharfen Knick. Außerdem ist im Begrenzungsbereich tatsächlich $\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) = 0$. Man beachte, daß durch die notwendige Kapazität für hohe Rechenfrequenzen ein dynamisches Verhalten hervorgerufen wird. Die Diode D2 verhindert ein Übersteuern des Verstärkers im Begrenzungsbereich und trägt zur Ausbildung eines scharfen Knickes bei.

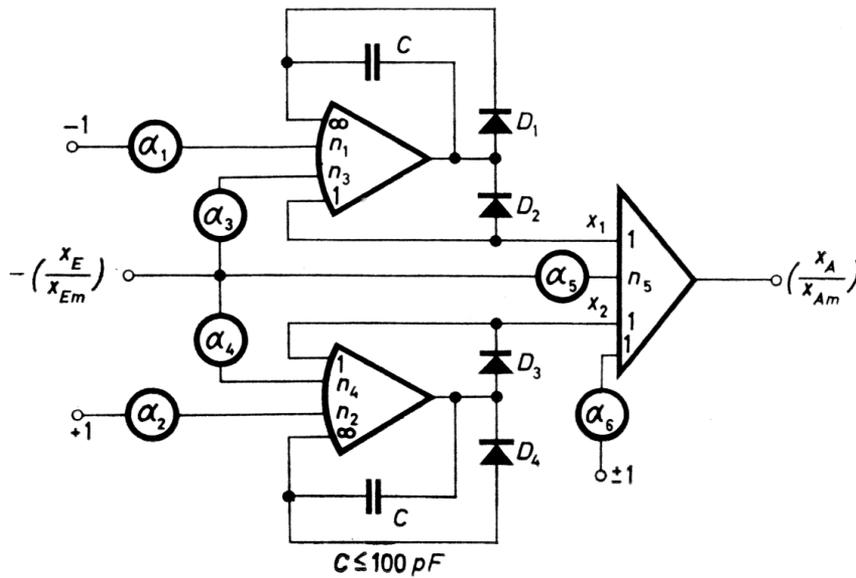
SCHALTUNG 2. Geknickte Kennlinien und Begrenzungen



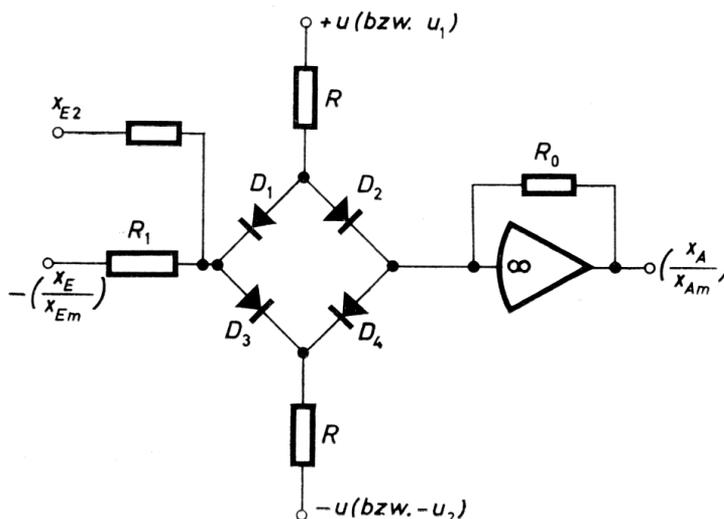
a)



b)



c)



Ableitung und Normierung zu Schaltung a

Es wird $x_{E2} = 0$ und $R \ll R_{11}; R_{12}$ angenommen.

Solange die Dioden 1 und 2 gesperrt sind, ist

$$\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) = \frac{R_0}{R_1} \left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right); \quad \frac{R_0}{R_1} = \frac{x_{Em}}{x_{Am}} \operatorname{tg} \gamma.$$

Die Diode 1 ist geöffnet, wenn

$$\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) < \left(-u_1 \frac{\alpha_1}{1-\alpha_1}\right) \frac{R_1}{R_0} \text{ ist} \quad (u_1 \text{ in Maschineneinheiten ausgedrückt}).$$

Für solche $\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right)$ ist

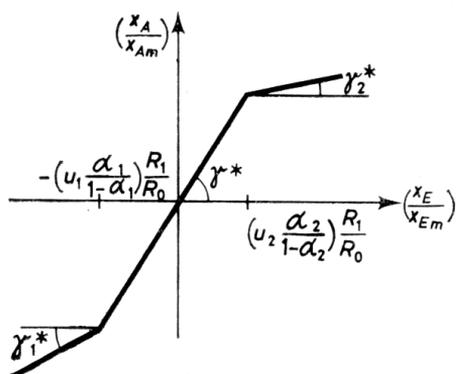
$$\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) \approx \frac{R_0 R_{11}}{R_1 (R_0 + R_{11})} \left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right), \quad \frac{R_0 R_{11}}{R_1 (R_0 + R_{11})} = \frac{x_{Em}}{x_{Am}} \operatorname{tg} \gamma_1. \quad (1)$$

Die Diode 2 ist geöffnet, wenn

$$\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) > \left(u_2 \frac{\alpha_2}{1-\alpha_2}\right) \frac{R_1}{R_0} \text{ ist} \quad (u_2 \text{ in Maschineneinheiten ausgedrückt}).$$

Für solche $\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right)$ ist

$$\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) \approx \frac{R_0 R_{12}}{R_1 (R_0 + R_{12})} \left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right); \quad \frac{R_0 R_{12}}{R_1 (R_0 + R_{12})} = \frac{x_{Em}}{x_{Am}} \operatorname{tg} \gamma_2, \quad (2)$$



$$\operatorname{tg} \gamma_2^* = \frac{R_0}{R_1} \left(\frac{R_{12}}{R_0 + R_{12}} \right),$$

$$\operatorname{tg} \gamma^* = \frac{R_0}{R_1},$$

$$\operatorname{tg} \gamma_1^* = \frac{R_0}{R_1} \frac{R_{11}}{R_0 + R_{11}}.$$

Bemerkungen zu Schaltung a

Die Steigungen im Begrenzungsgebiet stimmen nicht genau mit den theoretischen Werten überein, weil R und der Durchlaßwiderstand der Dioden vernachlässigt wurden. R_{11} und R_{12} müssen daher nach Versuch feinabgestimmt werden.

Für den Fall »idealer« Begrenzung (R_{11} und R_{12} Null) bleibt doch noch eine kleine Steigung von ca. 0,01 bis 0,02. Unter einem Begrenzungswert von $\left(\frac{x_A}{x_{Am}} \right) = \pm 0,15$



kann die Schaltung verschiedene Schmutzeffekte zeigen, beispielsweise stark verwaschene Knicke oder Sprungstellen wie auf nebenstehendem Bild, oder sie schwingt ganz oder in einzelnen Bereichen. Diese Effekte können durch eine übliche Beruhigungskapazität zum Verschwinden gebracht werden.

Soll statt $-\left(\frac{x_E}{x_{Em}} \right)$ die Größe $+\left(\frac{x_E}{x_{Em}} \right)$ in die Schaltung eingeführt werden, so sind alle Vorzeichen der Schaltung umzukehren, und die Dioden umzupolen. Die obigen Beziehungen bleiben dann erhalten. Die genaue Rechnung unter Berücksichtigung von R ergibt anstelle von Gleichung (1)

$$\left(\frac{x_A}{x_{Am}} \right) = \frac{\frac{x_E}{x_{Em}}}{\frac{R_1 + \frac{R_1(1-\alpha_1)}{R_0 + R\alpha_1(1-\alpha_1) + R_{11}}}{1 - \alpha_1 + \frac{R\alpha_1(1-\alpha_1) + R_{11}}{R_0}}} - \frac{u_1 \alpha_1}{1 - \alpha_1 + \frac{R\alpha_1(1-\alpha_1) + R_{11}}{R_0}} \quad (1a)$$

und anstelle von Gleichung (2) das Entsprechende.

Dann ist

$$\operatorname{tg} \gamma_2^* = \frac{x_{Em}}{x_{Am}} \operatorname{tg} \gamma_2 = \frac{1}{\frac{R_1}{R_0} + \frac{R_1(1-\alpha_2)}{R\alpha_2(1-\alpha_2) + R_{12}}}$$

und

$$\operatorname{tg} \gamma_1^* = \frac{x_{Em}}{x_{Am}} \operatorname{tg} \gamma_1 = \frac{1}{\frac{R_1}{R_0} + \frac{R_1(1-\alpha_1)}{R\alpha_1(1-\alpha_1) + R_{11}}}.$$

Soll scharf begrenzt werden ($R_{11} = R_{12} = 0$), empfiehlt es sich – wie die Formeln zeigen – αR möglichst klein zu halten und Eingänge »1« zu benutzen, damit $\frac{R_1}{R_0}$ möglichst groß wird.

Mit dieser Schaltung können auch Integratoren begrenzt werden.

Ableitung und Normierung für Schaltung b

Für $\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) > 0$ und $\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) \alpha_4 n_4 < \alpha_2 n_2$ sind die Dioden 2 und 3 gesperrt, D 1 und D 4 offen, d.h. es sind x_1 und x_2 Null. Dann ist

$$\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) = \alpha_5 n_5 \left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right).$$

Aus einem Vergleich mit der gewünschten Kurve ergibt sich

$$\alpha_5 n_5 = \frac{x_{Em}}{x_{Am}} \cdot \operatorname{tg} \gamma.$$

Wenn $\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) > 0$ und $\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) \alpha_4 n_4 > \alpha_2 n_2$ sind, sind die Dioden D 2 und D 4 gesperrt, D 1 und D 3 offen, d.h. es ist $x_1 = 0$,

$$x_2 = \alpha_4 n_4 \left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) - \alpha_2 n_2,$$

und folglich

$$\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) = (\alpha_5 n_5 - \alpha_4 n_4) \left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) + \alpha_2 n_2.$$

Hieraus folgt

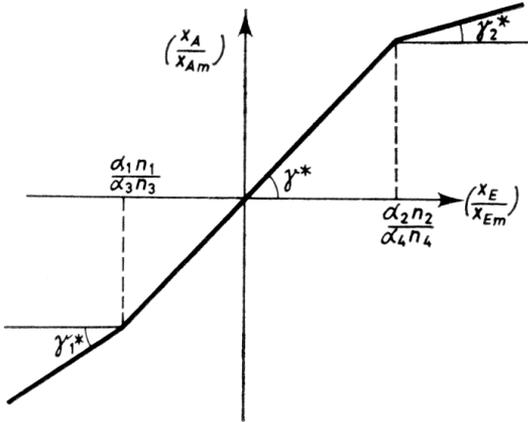
$$\alpha_5 n_5 - \alpha_4 n_4 = \frac{x_{Em}}{x_{Am}} \operatorname{tg} \gamma_2.$$

Für $\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) < 0$ und $\left[-\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) \alpha_3 n_3\right] > \alpha_1 n_1$ gilt entsprechend

$$\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) = (\alpha_5 n_5 - \alpha_3 n_3) \left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) - \alpha_1 n_1.$$

Folglich ist

$$(\alpha_5 n_5 - \alpha_3 n_3) = \frac{x_{Em}}{x_{Am}} \operatorname{tg} \gamma_1.$$

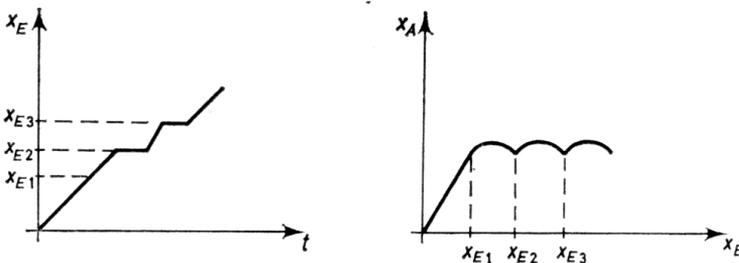


$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \gamma_2^* &= \alpha_5 n_5 - \alpha_4 n_4 \\ \operatorname{tg} \gamma^* &= \alpha_5 n_5 \\ \operatorname{tg} \gamma_1^* &= \alpha_5 n_5 - \alpha_3 n_3 \end{aligned}$$

Bemerkungen zu Schaltung b

Die Schaltung arbeitet für alle $\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right)$ und beliebige Begrenzungen einwandfrei. Die Begrenzungsknicke sind sehr scharf. Die Steigung im Begrenzungsgebiet ist bei »idealer Begrenzung« tatsächlich fast Null ($< 10^{-3}$). Nur bei großen Steilheiten $\alpha_5 n_5 > 1$ muß man darauf achten, daß die Anlaufspannung der Dioden die gewünschte Kurve im Gebiet des Nulldurchgangs nicht verfälscht, evtl. ist über α_6 eine kleine Kompensationsspannung erforderlich, um bei $x_E = 0$ auch $x_A = 0$ zu erzwingen.

Wegen der evtl. notwendigen Beruhigungskapazität kann sich bei hohen Frequenzen bzw. hohem \dot{x}_E ein dynamisches Verhalten der Schaltung bemerkbar machen, siehe nebenstehendes Bild.



Zu beachten ist noch, daß die offenen Verstärker übersteuern für

$$\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) \geq \frac{1 + \alpha_2 n_2}{\alpha_4 n_4},$$

bzw.

$$\begin{pmatrix} x_E \\ x_{Em} \end{pmatrix} \leq \frac{-1 - \alpha_1 n_1}{\alpha_3 n_3};$$

ab diesen Werten wird x_A nicht mehr begrenzt!

Soll statt $-\begin{pmatrix} x_E \\ x_{Em} \end{pmatrix}$ die Grösse $+\begin{pmatrix} x_E \\ x_{Em} \end{pmatrix}$ in die Schaltung eingeführt werden, so müssen alle Vorzeichen der Schaltung umgekehrt und die Dioden umgepolt werden; die obigen Beziehungen bleiben dann erhalten.

Ableitung und Normierung für Schaltung c

Bei offenem Eingang fließt von u_1 her ein Strom $i_1 = \frac{u_1}{R}$ in den Summenpunkt, von u_2 her ein Strom $i_2 = -\frac{u_2}{R}$. Die Ausgangsgröße $\begin{pmatrix} x_A \\ x_{Am} \end{pmatrix}$ ist daher bei offenem Eingang:

$$\begin{pmatrix} x_A \\ x_{Am} \end{pmatrix} = -(i_1 + i_2)R_0 = \frac{R_0}{R}(u_2 - u_1).$$

Bei $\begin{pmatrix} x_E \\ x_{Em} \end{pmatrix} \neq 0$ fließt ein zusätzlicher Strom $i_E = -\frac{\begin{pmatrix} x_E \\ x_{Em} \end{pmatrix}}{R_1}$ zum Summenpunkt, und die Ausgangsgröße wird dann im linearen Gebiet:

$$\begin{pmatrix} x_A \\ x_{Am} \end{pmatrix} = \frac{R_0}{R}(u_2 - u_1) + \frac{R_0}{R_1} \begin{pmatrix} x_E \\ x_{Em} \end{pmatrix}.$$

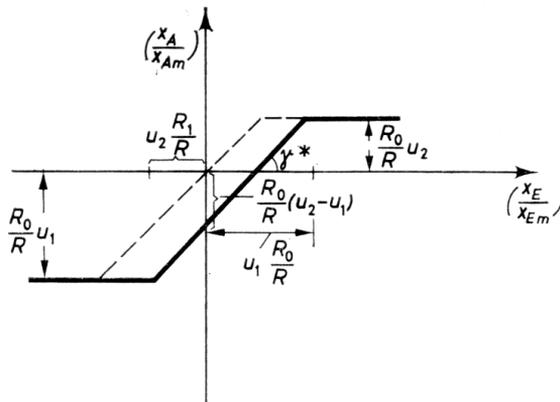
Bei $\begin{pmatrix} x_E \\ x_{Em} \end{pmatrix} > u_1 \frac{R_1}{R}$ sperrt Diode 2, weil der durch x_E hervorgerufene Teilstrom durch D2 den Vorstrom von u_1 gerade aufhebt; daher wird für

$$\begin{pmatrix} x_E \\ x_{Em} \end{pmatrix} > u_1 \frac{R_1}{R} :$$

$$\begin{pmatrix} x_A \\ x_{Am} \end{pmatrix} = \frac{R_0}{R} u_2.$$

Für $\left[+\begin{pmatrix} x_E \\ x_{Em} \end{pmatrix} \right] < \left[-u_2 \frac{R_1}{R} \right]$ sperrt Diode 4 und es wird

$$\begin{pmatrix} x_A \\ x_{Am} \end{pmatrix} = -\frac{R_0}{R} u_1.$$



$$\operatorname{tg} \gamma^* = \frac{R_0}{R_1}$$

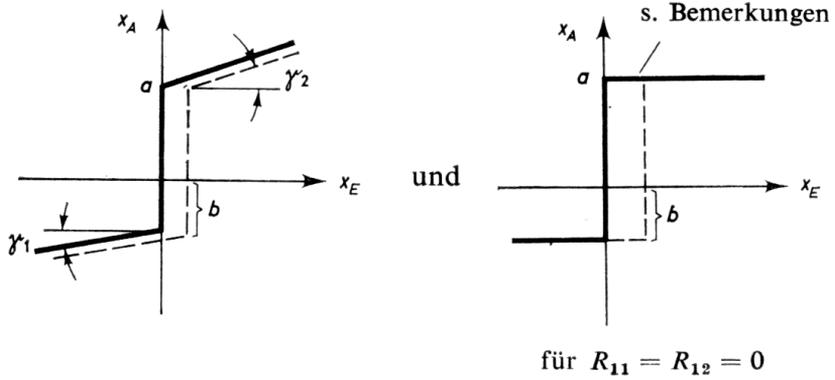
Die Horizontalverschiebung der Kennlinie bezüglich des Koordinatennullpunktes kann, falls erforderlich, durch eine Kompensationsspannung $x_{E2} \neq 0$ ausgeglichen werden (gestrichelte Kurve).

Bemerkungen zu Schaltung c

Die Knicke sind nicht so scharf wie bei Schaltung 2, genügen jedoch normalen Ansprüchen.

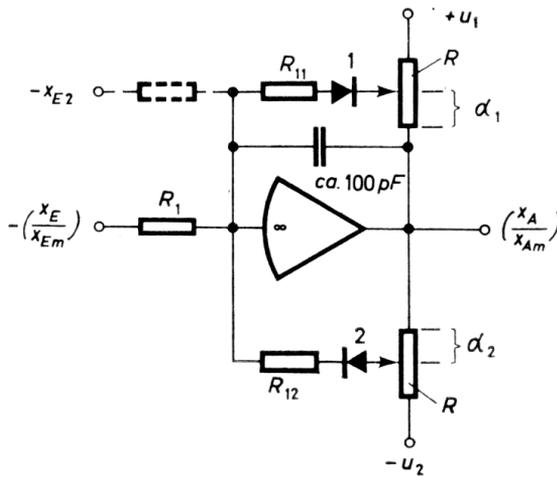
Soll statt $-\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right)$ die Größe $+\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right)$ in die Schaltung eingeführt werden, so müssen alle Vorzeichen der Schaltung umgekehrt und die Dioden umgepolt werden; die obigen Beziehungen bleiben dann erhalten.

SCHALTUNG 3. Spezielle Sprungfunktionen und Relaiskennlinien

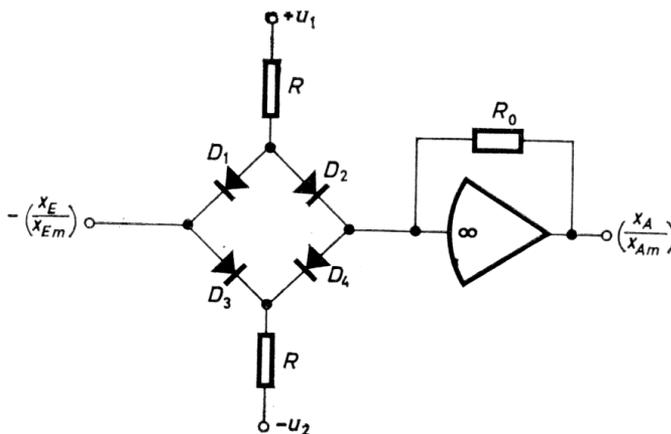


ausgezogene Kurven für $x_{B2} = 0$
gestrichelte Kurven für $x_{B2} < 0$

a)



b)



Ableitung und Normierung zu Schaltung a

Es wird $x_{E2} = 0$ angenommen und $R_{11}; R_{12} \gg R$.
Solange die Dioden 1 und 2 gesperrt sind, ist

$$\left(\frac{x_A}{x_{Am}} \right) = V \left(\frac{x_E}{x_{Em}} \right) \quad V = \text{Verstärkungsgrad des Rechenverstärkers.}$$

Sobald

$$\left(\frac{x_A}{x_{Am}} \right) < -u_1 \frac{\alpha_1}{1-\alpha_1} \quad \text{wird} \quad (u_1 \text{ in Maschineneinheiten}),$$

öffnet Diode 1 und es ist

$$\left(\frac{x_A}{x_{Am}} \right) \approx \frac{R_{11}}{R_1} \left(\frac{x_E}{x_{Em}} \right). \quad (1)$$

Wenn

$$\left(\frac{x_A}{x_{Am}} \right) > u_2 \frac{\alpha_2}{1-\alpha_2} \quad \text{wird} \quad (u_2 \text{ in Maschineneinheiten}),$$

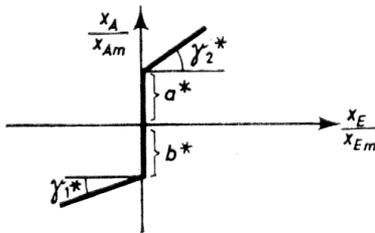
öffnet Diode 2 und es ist

$$\left(\frac{x_A}{x_{Am}} \right) \approx \frac{R_{12}}{R_1} \left(\frac{x_E}{x_{Em}} \right). \quad (2)$$

Demnach muß

$$\frac{R_{11}}{R_1} = \text{tg } \gamma_1 \frac{x_{Em}}{x_{Am}} \quad \text{und}$$

$$\frac{R_{12}}{R_1} = \text{tg } \gamma_2 \frac{x_{Em}}{x_{Am}} \quad \text{sein.}$$



$$\text{tg } \gamma_2^* = \frac{R_{12}}{R_1}; \quad a^* = u_2 \frac{\alpha_2}{1-\alpha_2}$$

$$\text{tg } \gamma_1^* = \frac{R_{11}}{R_1}; \quad b^* = u_1 \frac{\alpha_1}{1-\alpha_1}$$

Bemerkungen zu Schaltung a

Die Steigungen im Begrenzungsgebiet stimmen nicht genau mit den theoretischen Werten überein, da R und der Durchlaßwiderstand der Dioden vernachlässigt wurden. R_{11} und R_{12} müssen daher nach Versuch feinabgeglichen werden.

Die Steigungen an der Sprungstelle sind am Rechner nicht Unendlich, sondern haben etwa die Werte 50 bis 100. Desgleichen sind die Steigungen bei »idealer« Begrenzung nicht Null sondern ca. 0,01 bis 0,02.

Soll statt $-\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right)$ die Größe $+\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right)$ in die Schaltung eingeführt werden, so müssen alle Vorzeichen der Schaltung umgekehrt und die Dioden umgepolt werden; die obigen Beziehungen bleiben dann erhalten.

Die genaue Rechnung unter Berücksichtigung von R ergibt anstelle von Gleichung (1)

$$\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) = \left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) \frac{R\alpha_1(1-\alpha_1) + R_{11}}{R_1(1-\alpha_1)} - \frac{u_1\alpha_1}{1-\alpha_1} \quad (1a)$$

und das Entsprechende für Gleichung (2).

Demnach ist dann

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \gamma_2^* &= \frac{x_{Em}}{x_{Am}} \operatorname{tg} \gamma_2 = \frac{R\alpha_2(1-\alpha_2) + R_{12}}{R_1(1-\alpha_2)}, \\ \operatorname{tg} \gamma_1^* &= \frac{x_{Em}}{x_{Am}} \operatorname{tg} \gamma_1 = \frac{R\alpha_1(1-\alpha_1) + R_{11}}{R_1(1-\alpha_1)}. \end{aligned}$$

Soll scharf begrenzt werden ($R_{11} = R_{12} = 0$), so empfiehlt es sich — wie die obigen Formeln zeigen — $\frac{\alpha R}{R_1}$ möglichst klein zu machen, d.h. kleines R und großes R_1 zu wählen.

Mit $x_{E2} \neq 0$ kann man eine Horizontalverschiebung der Kennlinie bezüglich des Koordinatennullpunktes herbeiführen.

Ableitung und Normierung für Schaltung b

Der Punkt ∞ liegt bekanntlich annähernd auf Erdpotential.

Bei offenem Eingang fließt daher von u_1 der Strom

$$i_1 = \frac{u_1}{R}, \quad \text{und von } u_2 \text{ der Strom}$$

$$i_2 = -\frac{u_2}{R}$$

in den Summenpunkt. Folglich ist

$$\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) = -\frac{R_0}{R}(u_1 - u_2)$$

Bei $\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) \neq 0$ fließt ein Strom zum Summenpunkt, der (bei Außerachtlassung der Sperreigenschaften der Dioden) nur durch $\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) / (R_i + 2R_d)$ gegeben wäre, wo R_i der Innenwiderstand der Eingangsspannungsquelle und R_d der Durchlaßwiderstand einer Diode sind.

Dieser Strom wirkt bei $\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) > 0$ jedoch den Strömen in $D 2$ und $D 3$ entgegen, so daß diese Dioden sperren. Es fließt dann nur noch über $D 4$ Strom zum Summenpunkt, und zwar

$$i_- = -\frac{u_2}{R}.$$

Damit wird

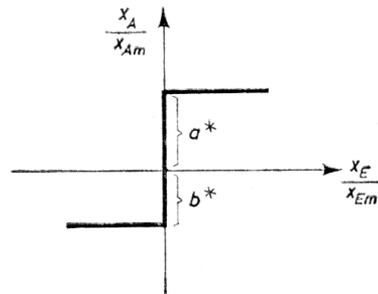
$$\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) = -i_- R_0 = u_2 \frac{R_0}{R}.$$

Bei $\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) < 0$ werden die Dioden $D 1$ und $D 4$ gesperrt, so daß nur noch über $D 2$ Strom zum Summenpunkt fließen kann, und zwar

$$i_+ = \frac{u_1}{R}.$$

Damit wird

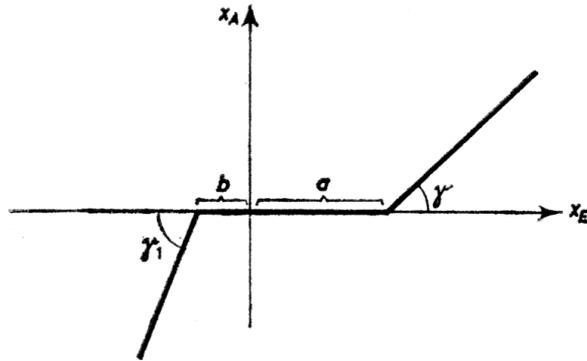
$$\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) = -i_+ R_0 = -u_1 \frac{R_0}{R}.$$



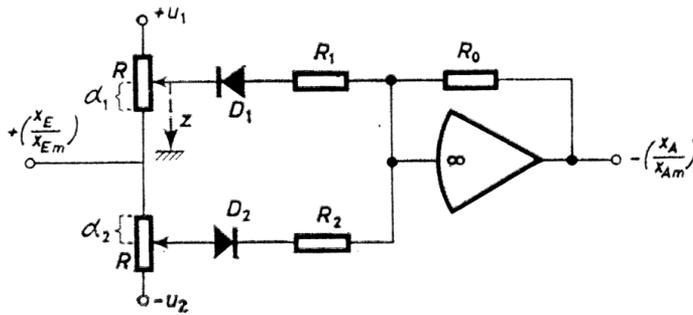
Bemerkungen zu Schaltung b

Die Sprungecken sind scharf, die Steigung im Sprung etwa 50. Soll statt $-\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right)$ die Größe $+\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right)$ in die Schaltung eingeführt werden, so müssen alle Vorzeichen der Schaltung umgekehrt und die Dioden umgepolt werden; die obigen Beziehungen bleiben dann erhalten.

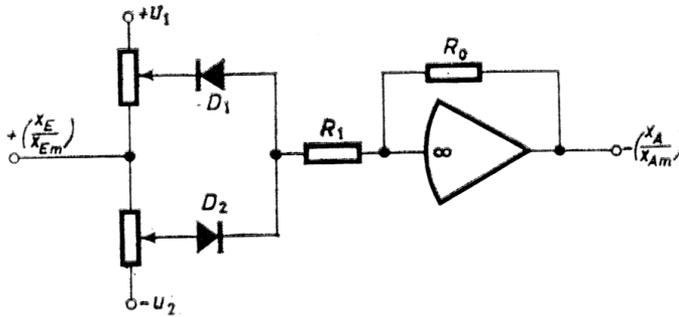
SCHALTUNG 4. Tote Zone



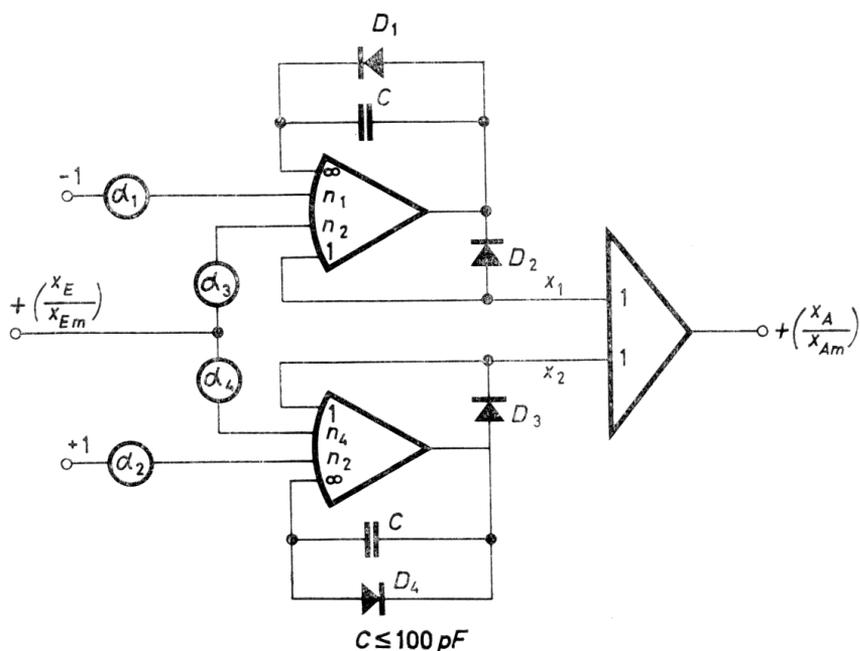
a)



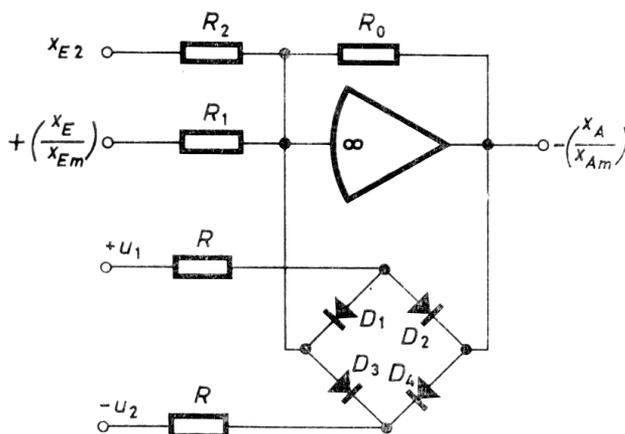
oder bei $\text{tg } \gamma = \text{tg } \gamma_1$:



b)



c)



Ableitung und Normierung zu Schaltung a

Es wird vorausgesetzt, dass $R \ll R_1$ sei.

Dann ist

$$z = \alpha_1 u_1 + (1 - \alpha_1) \left(\frac{x_E}{x_{Em}} \right), \quad (z \text{ und } u \text{ in Maschineneinheiten})$$

Diode 1 ist geöffnet für $z < 0$, d.h.

$$\left(\frac{x_E}{x_{Em}} \right) < -u_1 \frac{\alpha_1}{1 - \alpha_1}.$$

Diode 2 ist geöffnet für $z > 0$, d.h. $\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) > u_2 \frac{\alpha_2}{1-\alpha_2}$.

Demnach muß

$$b = u_1 \frac{\alpha_1}{1-\alpha_1} x_{Em}, \quad \text{bzw.} \quad \alpha_1 = \frac{1}{u_1 x_{Em} + b} \quad \text{sein,}$$

und

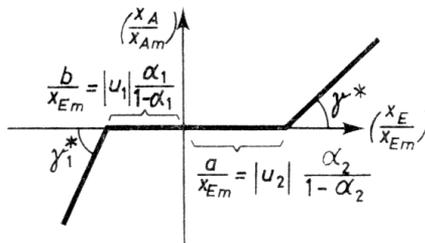
$$a = |u_2| \frac{\alpha_2}{1-\alpha_2} x_{Em}, \quad \text{bzw.} \quad \alpha_2 = \frac{a}{|u_2| x_{Em} + a}$$

(u_1 und u_2 in Maschineneinheiten ausgedrückt).

Ferner ist

$$\frac{x_{Em}}{x_{Am}} \operatorname{tg} \gamma = \frac{R_0}{R_2}; \quad \frac{x_{Em}}{x_{Am}} \operatorname{tg} \gamma_1 = \frac{R_0}{R_1};$$

$$\left. \begin{array}{l} \operatorname{tg} \gamma^* = \frac{R_0}{R_2} \\ \operatorname{tg} \gamma_1^* = \frac{R_0}{R_1} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{genauer} \\ \operatorname{tg} \gamma_v^* = \frac{R_0}{\frac{R_v}{1-\alpha_v} - \alpha_v R} \end{array}$$



Bemerkungen zu Schaltung a

Sowohl α_1 und α_2 wie auch $\frac{R_0}{R_1}$ müssen nach Versuch feinabgeglichen werden, weil die errechneten Werte wegen der Vernachlässigungen $R \ll R_1$ usw. nicht genau die gewünschte Kurve ergeben. Die Unterschiede sind allerdings geringfügig.

Soll statt $+\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right)$ die Größe $-\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right)$ in die Schaltung eingegeben werden, so müssen alle Vorzeichen und alle Dioden in der Schaltung umgedreht werden, damit die angegebenen Beziehungen richtig bleiben.

Bei guten Dioden (z.B. 0A 132) kann $\left(\frac{a}{x_{Em}}\right)$ bzw. $\left(\frac{b}{x_{Em}}\right)$ bis ca. 0,01 ME gemacht werden. Kleinere Werte sind nicht möglich wegen der Anlaufspannung der Dioden. Die Knicke sind scharf.

Ableitung und Normierung zu Schaltung b

Für $\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) > 0$ und $\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) \alpha_3 n_3 < \alpha_1 n_1$ sind die Dioden $D 2$ und $D 3$ gesperrt, $D 1$ und $D 4$ offen, d.h. es sind x_1 und x_2 Null. Dann ist

$$\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) = 0.$$

Wenn $\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) > 0$ und $\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) \alpha_3 n_3 > \alpha_1 n_1$ sind, sind die Dioden $D 1$ und $D 3$ gesperrt, $D 2$ und $D 4$ offen, d.h. es ist $x_2 = 0$ und

$$-x_1 = \alpha_3 n_3 \left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) - \alpha_1 n_1 = \left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right).$$

Aus einem Koeffizientenvergleich mit der gewünschten Kurve ergibt sich

$$\frac{x_{Em}}{x_{Am}} \cdot \operatorname{tg} \gamma = \alpha_3 n_3,$$

$$a = \frac{\alpha_1 n_1}{\alpha_3 n_3} x_{Em}.$$

Für $\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) < 0$ und $\left[-\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) \alpha_4 n_4\right] < \alpha_2 n_2$

gilt auch

$$\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) = 0.$$

Für $\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) < 0$ und $\left[-\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) \alpha_4 n_4\right] > \alpha_2 n_2$

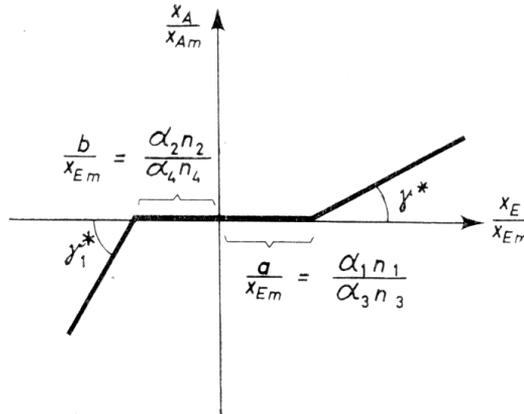
gilt dann $x_1 = 0$ und

$$-x_2 = \left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) = \alpha_4 n_4 \left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) + \alpha_2 n_2.$$

Folglich ist

$$\frac{x_{Em}}{x_{Am}} \cdot \operatorname{tg} \gamma_1 = \alpha_4 n_4,$$

$$b = \frac{\alpha_2 n_2}{\alpha_4 n_4} x_{Em}.$$



$$\operatorname{tg} \gamma^* = \alpha_3 n_3$$

$$\operatorname{tg} \gamma_1^* = \alpha_4 n_4$$

Bemerkungen zu Schaltung b

Die tote Zone kann beidseitig bis auf Null reduziert werden. Die Knicke sind sehr scharf auch bei $\alpha_3 n_3$ bzw. $\alpha_4 n_4 > 1$.

Soll statt $+\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right)$ die Größe $-\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right)$ in die Schaltung eingespeist werden, so müssen alle Vorzeichen der Schaltung umgekehrt und alle Dioden umgepolt werden; die obigen Beziehungen bleiben dann erhalten.

Ableitung und Normierung zu Schaltung c

Bei $x_E = 0$ und $x_{E2} = 0$ fließt von u_1 ein Strom $i_1 = \frac{u_1}{R}$ zum Summenpunkt, von u_2 her ein Strom $i_2 = -\frac{u_2}{R}$. Die Ausgangsgröße $\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right)$ muß einen kleinen Wert ε annehmen, der ausreicht, diese beiden Ströme durch einen Gegenstrom aufzuheben. ε braucht nur klein zu sein, weil der von ihm verursachte Strom wegen des sehr kleinen Durchlaßwiderstandes der Dioden schon groß wird.

Sobald $\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) > 0$ wird, sperren die Dioden $D 1$ und $D 4$, es fließen dann nur noch von u_2 , von $\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right)$ und von $\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right)$ Ströme zum Summenpunkt. Dies ist der Fall für

$$\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) > \frac{R_1}{R} u_2; \quad \text{es gilt dafür}$$

$$\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) = \frac{R_0}{R_1} \left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) - \frac{R_0}{R} u_2; \quad (u_2 \text{ in ME}).$$

Hieraus folgt

$$\frac{x_{Em}}{x_{Am}} \operatorname{tg} \gamma = \frac{R_0}{R_1},$$

$$\frac{a}{x_{Em}} = \frac{R_1}{R} u_2.$$

Für $\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) < \left(-\frac{R_1}{R} u_1\right)$ folgt aus gleichen Überlegungen

$$\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) = \frac{R_0}{R_1} \left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) + \frac{R_0}{R} u_1; \quad (u_1 \text{ in ME}).$$

$$\frac{x_{Em}}{x_{Am}} \operatorname{tg} \gamma_1 = \frac{R_0}{R_1},$$

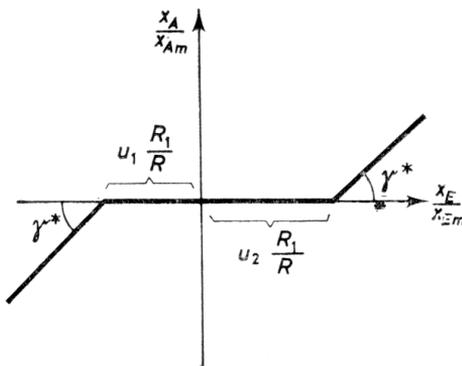
$$\frac{b}{x_{Em}} = \frac{R_1}{R} u_1.$$

Bei $x_{E2} \neq 0$ wird die tote Zone weiter unsymmetrisch gemacht.

Bemerkungen zu Schaltung c

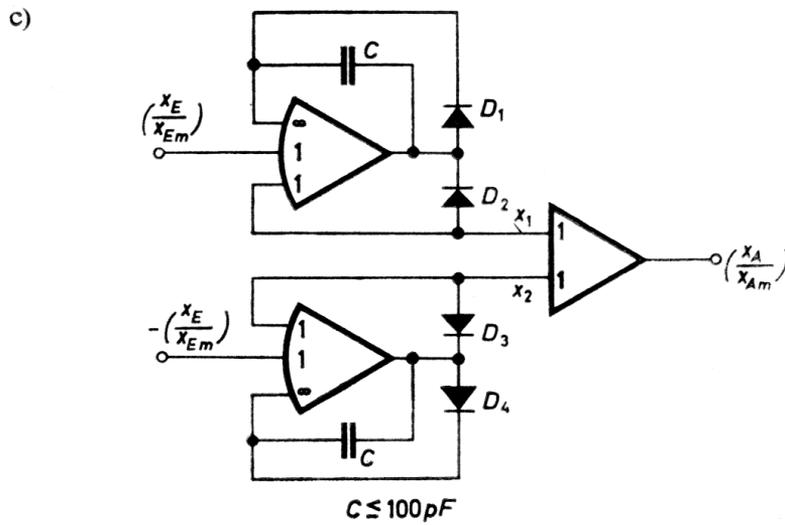
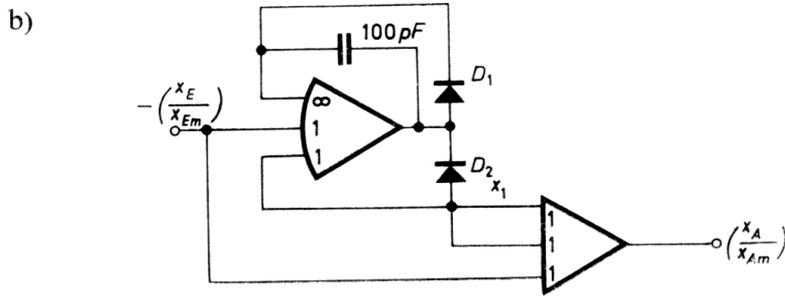
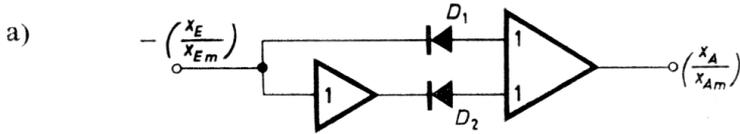
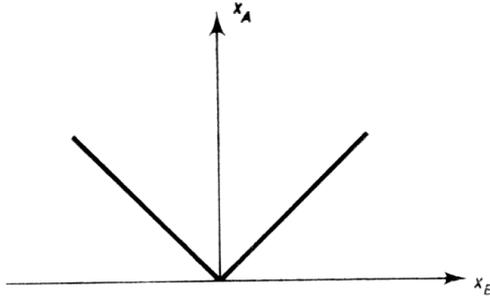
Die Knicke sind ausreichend scharf, bei Schaltung b jedoch besser.

Die tote Zone kann bis auf Null reduziert werden.



$$\operatorname{tg} \gamma^* = \frac{R_0}{R_1}$$

SCHALTUNG 5. Betragsfunktion



Ableitung und Normierung für Schaltung a

Für $\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) > 0$ ist Diode 1 geöffnet und $D 2$ gesperrt, und es gilt

$$\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) = \left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right).$$

Für $\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) < 0$ ist $D 1$ gesperrt und $D 2$ geöffnet, es gilt

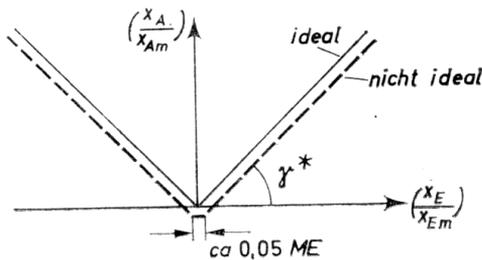
$$\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) = -\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right).$$

Folglich also

$$\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) = \left|\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right)\right| \quad \text{für alle } x_E.$$

Selbstverständliche Normierung ist $x_{Am} = x_{Em}$.

Bemerkungen zu Schaltung a



Infolge der nichtidealen Diodeneigenschaften entsteht bei $x_E = 0$ eine Abweichung vom gewünschten Verlauf (s. Bild). Die Steigung $\text{tg } \gamma^*$ ist Eins.

Ableitung und Normierung für Schaltung b

Für $\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) > 0$ ist $D 2$ gesperrt, $D 1$ geöffnet, x_1 ist also Null. Daher gilt

$$\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) = \left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right).$$

Für $\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) < 0$ ist $D 2$ geöffnet und $D 1$ gesperrt, $x_1 = \left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right)$ und

$$\left(\frac{x_A}{x_{Am}}\right) = \left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right) - 2x_1 = -\left(\frac{x_E}{x_{Em}}\right).$$

Folglich gilt

$$\left(\frac{x_A}{x_{Am}} \right) = \left| \left(\frac{x_E}{x_{Em}} \right) \right| \quad \text{für alle } x_E.$$

Normierungsbedingung $x_{Am} = x_{Em}$.

Bemerkungen zu Schaltung b

Die Schaltung liefert eine ideale Betragskennlinie.

Soll statt $-\left(\frac{x_E}{x_{Em}} \right)$ die Grösse $+\left(\frac{x_E}{x_{Em}} \right)$ in die Schaltung eingespeist werden, so müssen alle Vorzeichen der Schaltung umgekehrt und die Dioden umgepolt werden.

Ableitung und Normierung für Schaltung c

Für $\left(\frac{x_E}{x_{Em}} \right) > 0$ sind die Dioden $D 1$ und $D 3$ gesperrt, $D 2$ und $D 4$ offen, d.h. es ist $x_2 = 0$ und

$$-x_1 = \left(\frac{x_A}{x_{Am}} \right) = \left(\frac{x_E}{x_{Em}} \right).$$

Für $\left(\frac{x_E}{x_{Em}} \right) < 0$ sind die Dioden $D 2$ und $D 4$ gesperrt, $D 1$ und $D 3$ offen, d.h. es ist $x_1 = 0$ und

$$-x_2 = \left(\frac{x_A}{x_{Am}} \right) = -\left(\frac{x_E}{x_{Em}} \right).$$

Folglich gilt für beliebige $\left(\frac{x_E}{x_{Em}} \right)$

$$\left(\frac{x_A}{x_{Am}} \right) = \left| \left(\frac{x_E}{x_{Em}} \right) \right|.$$

Die selbstverständliche Normierungsbedingung ist

$$x_{Am} = x_{Em}.$$

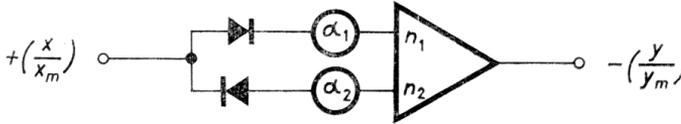
Bemerkungen zu Schaltung c

Die Schaltung liefert eine ideale Betragskennlinie. Sie hat keine Vorteile gegenüber der einfacheren Schaltung b.

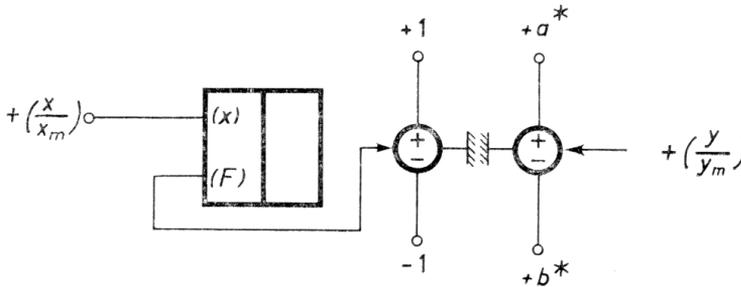
SCHALTUNG 1. Vorzeichenabhängige Koeffizientenvorgabe

Es soll gebildet werden $y = ax$ für $x > 0$, $y = bx$ für $x < 0$.

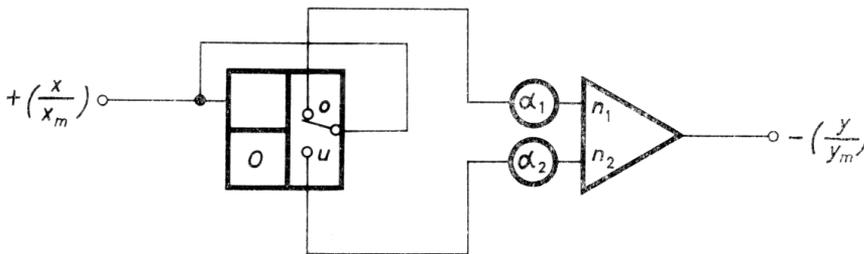
a)



b)



c)



Realisierungsbedingungen $\alpha_1 n_1 = a \frac{x_m}{y_m}$, $\alpha_2 n_2 = b \frac{x_m}{y_m}$,

bzw. $a^* = a \frac{x_m}{y_m}$, $b^* = b \frac{x_m}{y_m}$.

(Da $y_m \geq ax_m$ bzw. bx_m sein muß, sind a^* und b^* stets ≤ 1).

Bemerkungen

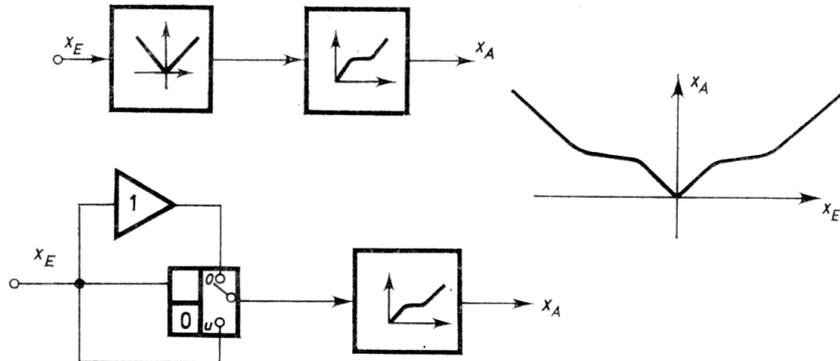
Bei Schaltung a können für kleine Werte $\left(\frac{x}{x_m}\right)$ erhebliche Fehler durch die Diodenkennlinie auftreten (z.B. $f \geq 10\%$, für $\left(\frac{x}{x_m}\right) \leq 0,02$).

Bei Schaltung b hängt die Genauigkeit bei kleinen Werten $\left(\frac{x}{x_m}\right)$ von der genauen Justierung der Servopotentiometer ab.

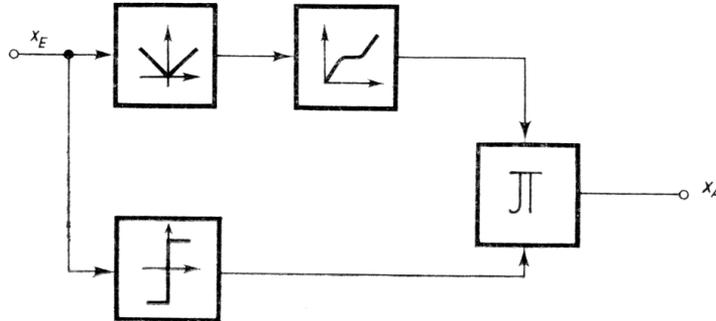
SCHALTUNG 2. Spiegelung einer Funktion

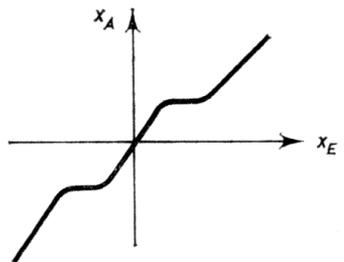
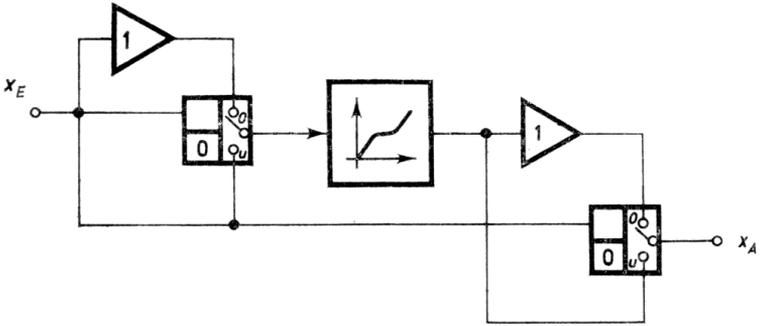
Wenn zur Einstellung einer geraden oder ungeraden Funktion u.U. viele Strecken eines Funktionsgebers erforderlich wären, kann man sich evtl. durch die folgenden Schaltungen auf die Nachbildung der Funktion für die positive Abszisse beschränken:

a) wenn die Funktion gerade ist:



b) wenn die Funktion ungerade ist:



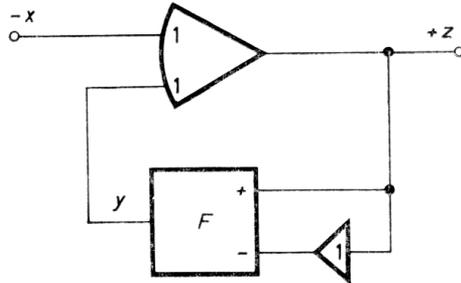


Bemerkungen

Auf die Nulldurchgänge achten!

SCHALTUNG 3. Invertierung einer Funktion

Im Funktionsgeber sei die Funktion $y = f(z)$ eingestellt. Die inverse Funktion $z = f^{-1}(y)$ kann man wie folgt bilden:



Wegen des offenen Verstärkers ist

$$x \approx y.$$

Da im Funktionsgeber

$$y = f(z)$$

eingestellt ist, gilt

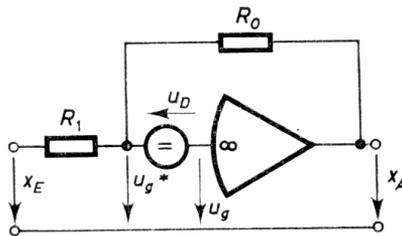
$$x \approx y \approx f(z)$$

und

$$z \approx f^{-1}(y).$$

SCHALTUNG 4. Nachweis von Driftspannung

a) Driftspannung beim Summator



Es ist

$$\frac{x_E - u_g^*}{R_1} = - \frac{x_A - u_g^*}{R_0},$$

$$u_g = u_g^* + u_D,$$

$$x_A = -V u_g.$$

Hieraus

$$\frac{x_E}{R_1} + \frac{x_A}{R_0} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_0} \right) \left(-\frac{x_A}{V} - u_D \right);$$

$$x_A = - \frac{x_E}{R_1 \left(\frac{1}{R_0} \left(1 + \frac{1}{V} \right) + \frac{1}{VR_1} \right)} - \frac{u_D \left(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_1} \right)}{\frac{1}{R_0} \left(1 + \frac{1}{V} \right) + \frac{1}{VR_1}}.$$

Für $x_E = 0$ (Kurzschluß des Einganges!) und $V \gg 1$ wird

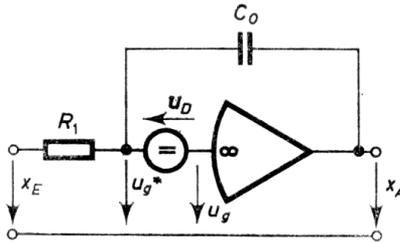
$$x_A = -u_D \left(1 + \frac{R_0}{R_1} \right).$$

Schließt man den Eingang nicht kurz, sondern läßt ihn offen, so erhält man nur

$$x_A = -u_D.$$

Für den Nachweis von Driftspannung schließt man also zweckmäßig einen Eingang 10 gegen Erde.

b) Driftspannung beim Integrator



Es ist

$$\frac{x_E - u_g^*}{R_1} = -C_0 \frac{d}{dt} (x_A - u_g^*),$$

$$u_g = u_g^* + u_D,$$

$$x_A = -V u_g.$$

Hieraus

$$\begin{aligned} \frac{x_E}{R_1} + C_0 \frac{dx_A}{dt} &= \frac{u_g^*}{R_1} + C_0 \frac{du_g^*}{dt} \\ &= -\frac{x_A}{VR_1} - \frac{u_D}{R_1} - \frac{C_0}{V} \frac{dx_A}{dt} - C_0 \frac{du_D}{dt}. \end{aligned}$$

Für $V \gg 1$:

$$x_A = -\int_0^t \left[\frac{1}{C_0 R_1} (x_E + u_D) \right] dt - u_D.$$

Schließt man den Eingang kurz, $x_E = 0$, so erhält man

$$x_A = -u_D - \int_0^t \frac{1}{C_0 R_1} u_D dt.$$

Bei offenem Eingang hätte man erhalten

$$x_A = -u_D.$$

Zum Nachweis von Driftspannungen schließt man also zweckmäßig einen Eingang 10 gegen Erde.

C. LITERATURSAMMLUNG

I. Angeführte Literatur

- [1] KORN und KORN: Electronic Analog Computers. *McGraw-Hill Book C.*, 1956
- [2] JOHNSON: Analog Computer Techniques. *McGraw-Hill Book C.*, 1956
- [3] SOROKA: Analog Methods in Computation and Simulation. *McGraw-Hill Book C.*, 1954
- [4] WITSENHAUSEN: Utilisation optimum des multiplieurs electro-mecaniques. *Actes-proceedings of second international analogue computation meetings*, 1959
- [5] The simulation council. *Instruments and control systems*, May 1960, S. 829
- [6] HÖLSCHER: Elektromechanische Analogrechner zur Lösung trigonometrischer Aufgaben. *ETZ A*, Heft 11, 1960
- [7] AMMON: Über die Nachbildung von Totzeiten mit Analogrechen-elementen. *Elektronische Rechenanlagen*, Heft 3, 1961
- [8] KAISER: Bildung spezieller nichtlinearer Kennlinien für Analogrechner. *Elektronische Rechenanlagen*, Heft 3, 1959
- [9] HOWE; GILBERT: Trigonometric Resolution in Analog Computers by Means of Multiplier Elements. *IRE Transactions on Electronic Computers*, June 1957
- [10] PAUL; MCFADDEN: Measurement of Phase and Amplitude at Low Frequencies. *Electronic Engineering*, March 1959, S. 142
- [11] ROGERS; CONNOLLY: Analog Computation in Engineering Design. *McGraw-Hill Book C.*, 1960
- [12] FIFER: Analogue Computation. *McGraw-Hill Book C.*, 1961
- [13] FÖLLINGER: Über die Anfangsbedingungen bei linearen Übertragungsgliedern. *Regelungstechnik*, Heft 4, 1961
- [14] GILOI; HERSCHEL: Rechenanleitung für Analogrechner. *Telefunken-Fachbuch*
- [15] GILOI; LAUBER: Analogrechnen. *Springer-Verlag* 1963
- [16] GOMPERS; d'HOOP; VICHNEVETSKY; WITSENHAUSEN: Operation of P.A.C.E. Equipment. *E.A.I. — Computation Center*, Brüssel
- [17] EUBANKS: Simple Analog Computer Sawtooth Generator. *Instruments and Control Systems*, Febr. 1960

II. Weitere Literatur

- ERNST: Elektronische Analogrechner. *Oldenbourg-Verlag*, 1960
JACKSON: Analog Computation. *McGraw-Hill Book C.*
KARPLUS: Analog-Simulation. *McGraw-Hill Book C.*, 1958
WASS: Electronic Analogue Computers. *Pergamon Press London*, 1956

Quellenverzeichnis:

Abschnitt 1

Schaltung 1: [16]; Schaltung 2: [4]

Abschnitt 2

Schaltung 1: [1]

Abschnitt 3: [1]; [2]; [7]

Abschnitt 4

Schaltung 1: [1]; [16]; Schaltung 2: [4]; Schaltung 3: [5]
Schaltung 5: [2]; [4]; Schaltung 6: [4]; Schaltung 7: [4]
Schaltung 8: [4]

Abschnitt 5

Schaltung 1: [4]; Schaltung 2: [4] Schaltung 4: [4]

Abschnitt 6

Schaltung 1: [6]; Schaltung 2: [6]

Abschnitt 7

Schaltung 1: [1]; Schaltung 2: [1]; Schaltung 3: [1]

Abschnitt 8

Schaltung 1: [10]; Schaltung 2: [2]; [10]; Schaltung 4: [9]

Abschnitt 9

Schaltung 1: [1]; Schaltung 3: [1]

Abschnitt 10

Schaltung 1: [1]; [12]; [14]; Schaltung 2: [1]
Schaltung 3: [17];

Abschnitt 11

Schaltung 1: [1]; Schaltung 2: [1]; Schaltung 3: [15]

Abschnitt 12

Schaltung 1: [1]; Schaltung 2: [1]; [2]; [3]; [14]
Schaltung 3: [1]; [3]; Schaltung 3: [1]; [2]; [14]
Schaltung 5: [2]; [14]

Abschnitt 13

Schaltung 1: [16]; Schaltung 2: [8]; Schaltung 3: [1]